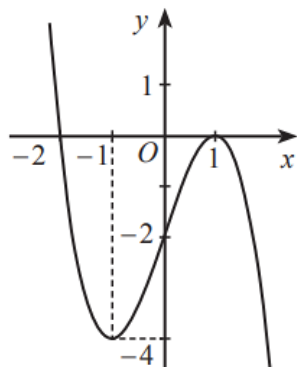


## ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I – MÔN TOÁN – LỚP 12

### ĐỀ SỐ 1

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .    B.  $(-1; 1)$ .    C.  $(-2; 1)$ .    D.  $(1; +\infty)$ .

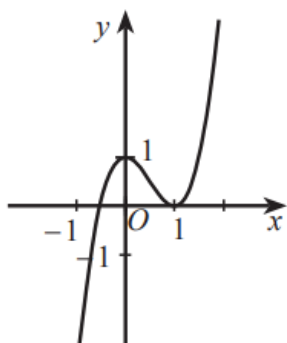
**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$4$	$0$	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 0.    B. 2.    C. 4.    D. 6.

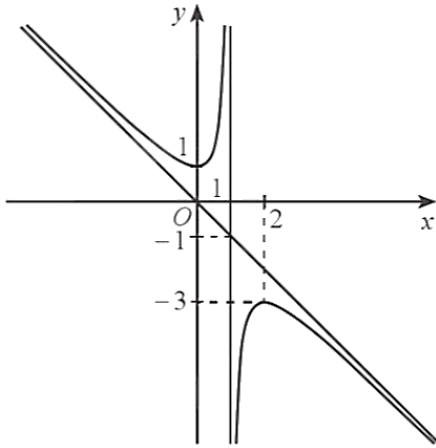
**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-1; 1]$  là:

- A. -1.    B. 0.    C. 1.    D. 2.

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  và có đồ thị như hình dưới đây.



Phương trình đường tiệm cận đứng và phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị đã cho là

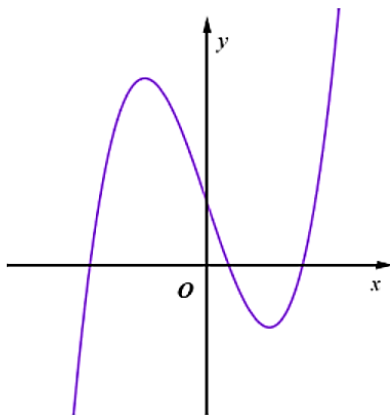
- A.  $x = 1$ ;  $y = -x$ . B.  $x = -1$ ;  $y = x$ .  
 C.  $x = 1$ ;  $y = x$ . D.  $x = 1$ ;  $y = -2x$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong  $(C)$  và các giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$ ;

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ . Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

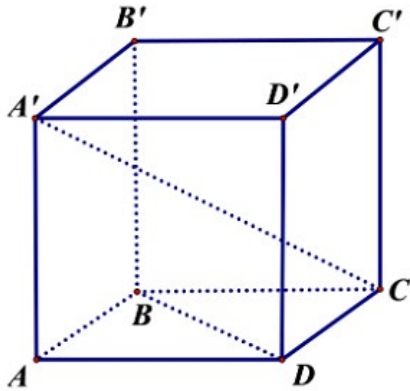
- A. Đường thẳng  $x = 2$  là tiệm cận đứng của  $(C)$ .  
 B. Đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang của  $(C)$ .  
 C. Đường thẳng  $y = 1$  là tiệm cận ngang của  $(C)$ .  
 D. Đường thẳng  $x = 1$  là tiệm cận đứng của  $(C)$ .

**Câu 6.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?



- A.  $y = \frac{x^2 + 3}{x + 2}$ . B.  $y = \frac{x - 1}{x + 2}$ .  
 C.  $y = -x^3 + 3x + 1$ . D.  $y = x^3 - 3x + 1$ .

**Câu 7.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ .



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $\overline{AD} = \overline{AB}$ .    B.  $\overline{AD} = \overline{A'C}$ .    C.  $\overline{AD} = \overline{BD}$ .    D.  $\overline{AD} = \overline{B'C'}$ .

**Câu 8.** Hàm số  $y = f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 1$  nghịch biến trên khoảng:

- A.  $(-\infty; -1)$ .    B.  $(-1; 4)$ .    C.  $(-\infty; 4)$ .    D.  $(4; +\infty)$ .

**Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{7-6x}$  trên đoạn  $[-1; 1]$  bằng

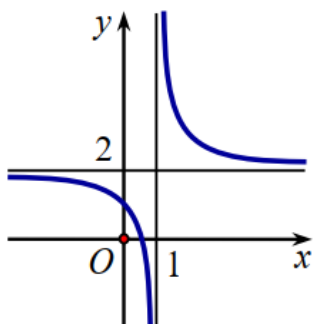
- A.  $\sqrt{13}$ .    B.  $\sqrt{7}$ .    C. 1.    D. 0.

**Câu 10.** Quan sát bảng biến thiên dưới đây và cho biết bảng biến thiên đó là của hàm số nào?

$x$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	2	$+\infty$	2

- A.  $y = \frac{2x+5}{x+2}$ .    B.  $y = \frac{2x-3}{x+2}$ .  
 C.  $y = \frac{2x-5}{2x+4}$ .    D.  $y = \frac{2x+5}{x-2}$ .

**Câu 11.** Xác định  $a, b, c$  để hàm số  $y = \frac{ax-1}{bx+c}$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Chọn đáp án đúng.

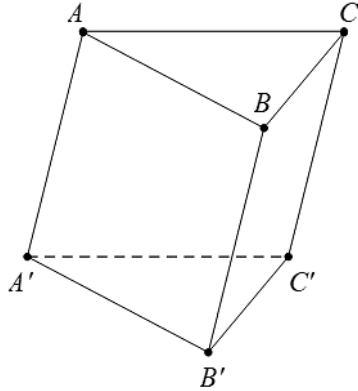
A.  $a = 2; b = 1; c = -1$ .

B.  $a = 2; b = 1; c = 1$ .

C.  $a = 2; b = 2; c = -1$ .

D.  $a = 2; b = -1; c = 1$ .

**Câu 12.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có hai đáy là các tam giác đều như hình dưới.



Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{BC}$  và  $\overrightarrow{A'C'}$  bằng

A.  $150^\circ$ .

B.  $120^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $30^\circ$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-4$	$-2$	$0$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$-6$	$-\infty$	$+\infty$	$2$	$+\infty$

a) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; -4)$  và  $(0; +\infty)$ .

b) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là  $y_{CT} = -6$ .

c) Hàm số  $y = f(x)$  có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng  $-6$ .

d) Công thức xác định hàm số là  $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$ .

a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .

b) Hàm số đã cho có 2 cực trị.

c) Đồ thị hàm số nhận điểm  $I(2;2)$  là tâm đối xứng.

d) Có 5 điểm thuộc đồ thị hàm số có tọa độ nguyên.

**Câu 3.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khi đó:

a)  $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{BC'}$ .

b)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$ .

c)  $\overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{A'A}$ .

d) Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AD}$  và  $\overrightarrow{A'B'}$  bằng  $45^\circ$ .

**Câu 4.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có độ dài tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Đáy  $ABCD$  có tâm là  $O$ . Khi đó:

a)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{SO}$ .

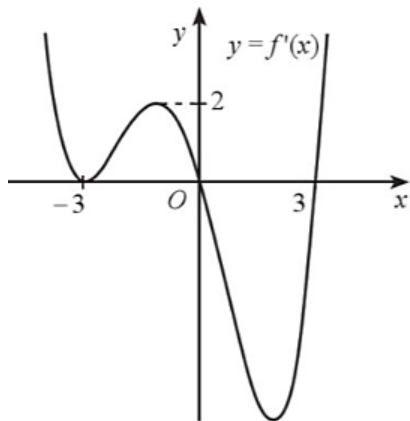
b)  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ .

c)  $(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{AC}) = 45^\circ$ .

d)  $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AC} = -a^2$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới đây.



Xét hàm số  $g(x) = f(x) - x$ . Hàm số  $g(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

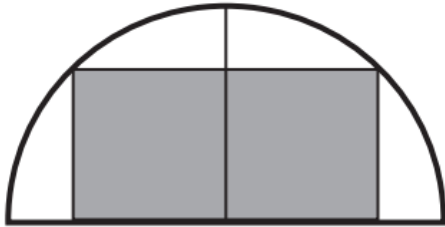
**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{x+m}{x+1}$  với  $m > 1$ . Với giá trị nào của tham số  $m$  thì hàm số đã cho có giá trị

lớn nhất trên đoạn  $[1;4]$  bằng 3?

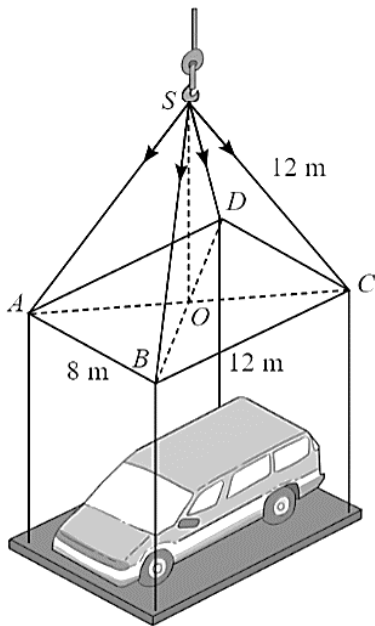
**Câu 3.** Trong không gian, cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng có độ dài bằng 1 và góc giữa hai vectơ đó bằng  $45^\circ$ . Giá trị của tích vô hướng  $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b})$  bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Câu 4.** Ông Hùng cần đóng một thùng chứa gạo có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đáy để phục vụ cho việc trưng bày gạo bán tại cửa hàng. Do các điều kiện về diện tích cửa hàng và kệ trưng bày, ông Hùng cần thùng có thể tích bằng  $2 \text{ m}^3$ . Trên thị trường, giá tôn làm đáy thùng là  $100\,000$  đồng/ $\text{m}^2$  và giá tôn làm thành xung quanh thùng là  $50\,000$  đồng/ $\text{m}^2$ . Hỏi ông Hùng cần đóng thùng chứa gạo với cạnh đáy bằng bao nhiêu mét để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất, biết đáy thùng là hình vuông và các mối nối không đáng kể (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**Câu 5.** Ngân có một tấm giấy màu có dạng nửa hình tròn bán kính  $8 \text{ cm}$ . Ngân cần cắt từ tấm giấy màu này ra một tấm giấy hình chữ nhật có một cạnh thuộc đường kính của nửa hình tròn (xem hình dưới) sao cho diện tích của tấm bìa được cắt ra là lớn nhất. Giá trị lớn nhất của diện tích tấm bìa đó là bao nhiêu centimet vuông?



**Câu 6.** Độ lớn của các lực căng trên mỗi sợi dây cáp trong hình dưới đây bằng bao nhiêu Newton? Biết rằng khối lượng xe là  $1\,500 \text{ kg}$ , gia tốc là  $9,8 \text{ m/s}^2$ , khung nâng có khối lượng  $300 \text{ kg}$  và có dạng hình chóp  $S.ABCD$  với đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ ,  $AB = 8 \text{ m}$ ,  $BC = 12 \text{ m}$ ,  $SC = 12 \text{ m}$  và  $SO$  vuông góc với  $(ABCD)$ . Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của Newton.



-----HẾT-----

## B. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

### PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

#### Bảng đáp án

1. B	2. B	3. C	4. A	5. B	6. D
7. D	8. B	9. C	10. A	11. A	12. B

#### Hướng dẫn giải chi tiết từng câu

##### Câu 1. Đáp án đúng là: B

Quan sát hình vẽ, ta thấy trên khoảng  $(-1; 1)$ , đồ thị hàm số  $y = f(x)$  đi lên từ trái qua phải nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng này.

##### Câu 2. Đáp án đúng là: B

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm  $x = 2$ .

##### Câu 3. Đáp án đúng là: C

Căn cứ vào đồ thị trên, ta thấy  $\max_{[-1;1]} f(x) = f(0) = 1$ .

##### Câu 4. Đáp án đúng là: A

Quan sát hình vẽ, ta thấy:

+ Đường thẳng  $x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

+ Đường thẳng  $y = -x$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho ( $y = -x$  là đường thẳng đi qua gốc tọa độ và đi qua điểm có tọa độ  $(1; -1)$ ).

##### Câu 5. Đáp án đúng là: B

Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$  nên đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang của  $(C)$ .

##### Câu 6. Đáp án đúng là: D

Quan sát đồ thị, ta thấy đây không phải đồ thị hàm số phân thức nên loại phương án A và B.

Còn hai phương án C và D đều là hàm số bậc ba, dạng  $y = ax^3 + bx + c$ .

Ta thấy khi  $x \rightarrow +\infty$  thì  $y \rightarrow +\infty$  nên hệ số  $a > 0$ . Vậy ta chọn phương án D.

##### Câu 7. Đáp án đúng là: D

Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình lập phương nên  $AD = B'C'$  và  $AD \parallel B'C'$ .

Từ đó suy ra  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B'C'}$ .

##### Câu 8. Đáp án đúng là: B

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

Ta có  $f'(x) = 6x^2 - 18x - 24$ ;  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$  hoặc  $x = 4$ .

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

$x$	$-\infty$		$-1$		$4$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		$14$	↘		$+\infty$
					$-111$		

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-1; 4)$ .

**Câu 9. Đáp án đúng là: C**

• Ta có:  $y' = \frac{-3x}{\sqrt{7-6x}}$ . Khi đó, trên khoảng  $(-1; 1)$ ,  $y' = 0$  khi  $x = 0$ .

•  $y(-1) = \sqrt{13}$ ;  $y(0) = \sqrt{7}$ ;  $y(1) = 1$ .

Từ đó suy ra  $\min_{[-1;1]} y = y(1) = 1$ .

**Câu 10. Đáp án đúng là: A**

Từ bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = -2$  và tiệm cận ngang là  $y = 2$  nên ta loại phương án C và D.

Mặt khác, hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng xác định của nó.

Xét hàm số  $y = \frac{2x-3}{x+2}$ , ta có  $y' = \frac{7}{(x+2)^2} > 0$  nên hàm số đồng biến trên các khoảng xác

định của nó, do đó ta loại phương án B.

Xét hàm số  $y = \frac{2x+5}{x+2}$ , ta có  $y' = \frac{-1}{(x+2)^2} < 0$  nên hàm số nghịch biến trên các khoảng xác

định của nó, do đó ta chọn phương án A.

**Câu 11. Đáp án đúng là: A**

Từ hình vẽ đã cho, ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = 1$  và tiệm cận ngang là  $y = 2$ .

Khi đó,  $\frac{-c}{b} = 1$  và  $\frac{a}{b} = 2$ , tức là  $b = -c$  và  $b = \frac{a}{2}$ , suy ra  $c = \frac{-a}{2}$ . Vậy trong các phương án đã

cho, chỉ có phương án A thỏa mãn.

**Câu 12. Đáp án đúng là: B**

Vì  $ABC.A'B'C'$  là hình lăng trụ nên  $\overline{BC} = \overline{B'C'}$ .

Do đó,  $(\overline{BC}, \overline{A'C'}) = (\overline{B'C'}, \overline{A'C'}) = 180^\circ - \widehat{B'C'A'}$ .

Mà tam giác  $A'B'C'$  đều nên  $\widehat{B'C'A'} = 60^\circ$ . Vậy  $(\overline{BC}, \overline{A'C'}) = 120^\circ$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai**



**Câu 1. a) Đ,            b) S,            c) S,            d) Đ.**

**Hướng dẫn giải**

– Từ bảng biến thiên, ta thấy  $f'(x) > 0$  với mọi  $x \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$ , do đó hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; -4)$  và  $(0; +\infty)$ , vậy ý a) đúng.

– Hàm số đạt cực đại tại  $x = -4$ ,  $y_{CD} = -6$ ; hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$ ,  $y_{CT} = 2$ , do đó ý b) sai.

– Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  nên ý c) sai.

– Xét hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$ , ta có:

+ Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

+ Có  $y' = \frac{x^2 + 4x}{(x + 2)^2}$ ;  $y' = 0$  khi  $x = -4$  hoặc  $x = 0$ .

+ Trên các khoảng  $(-\infty; -4)$  và  $(0; +\infty)$ ,  $y' > 0$ .

Trên các khoảng  $(-4; -2)$  và  $(-2; 0)$ ,  $y' < 0$ .

+ Hàm số đạt cực đại tại  $x = -4$ ,  $y_{CD} = -6$ ; hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$ ,  $y_{CT} = 2$ .

+ Đường thẳng  $x = -2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy bảng biến thiên đã cho là bảng biến thiên của hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$  nên ý d) đúng.

**Câu 2. a) Đ,            b) S,            c) Đ,            d) S.**

**Hướng dẫn giải**

Xét hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2} = x - \frac{3}{x - 2}$ .

– Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

– Ta có  $y' = 1 + \frac{3}{(x - 2)^2}$ ;  $y' > 0$  với mọi  $x \neq 2$ .

– Hàm số đồng biến trên từng khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ . Do đó, ý a) đúng.

– Hàm số không có cực trị. Do đó, ý b) sai.

– Tiệm cận:  $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left( x - \frac{3}{x - 2} \right) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left( x - \frac{3}{x - 2} \right) = -\infty$ ;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\frac{3}{x - 2} \right) = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -\frac{3}{x - 2} \right) = 0$ .

Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x=2$  và tiệm cận xiên là đường thẳng  $y=x$ . Vậy tâm đối xứng của đồ thị hàm số là giao điểm  $I(2;2)$  của hai đường tiệm cận nên ý c) đúng.

– Với  $x \in \mathbb{Z} \setminus \{2\}$  thì  $y \in \mathbb{Z}$  khi và chỉ khi  $\frac{3}{x-2} \in \mathbb{Z}$ , tức là  $x-2 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$ .

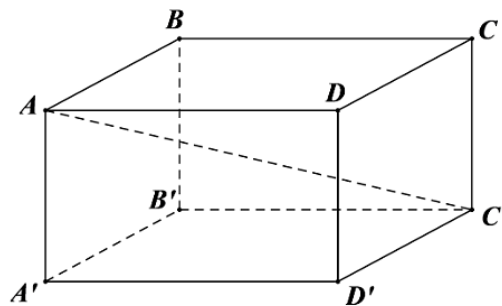
Ta có:

$x-2$	-3	-1	1	3
$x$	-1	1	3	5
$y = x - \frac{3}{x-2}$	0	4	0	4

Vậy có 4 điểm thuộc đồ thị hàm số có tọa độ nguyên nên ý d) sai.

**Câu 3.** a) S,            b) S,            c) Đ,            d) S.

*Hướng dẫn giải*



– Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp chữ nhật nên  $A'DCB'$  là hình bình hành.

Do đó,  $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{B'C}$ .

Mà hai vectơ  $\overrightarrow{B'C}$  và  $\overrightarrow{BC'}$  không cùng phương nên hai vectơ  $\overrightarrow{A'D}$  và  $\overrightarrow{BC'}$  cũng không cùng phương. Vậy ý a) sai.

– Theo quy tắc ba điểm, ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{DA}$  nên ý b) sai.

– Do  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp chữ nhật nên ta có  $\overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{C'C}$ .

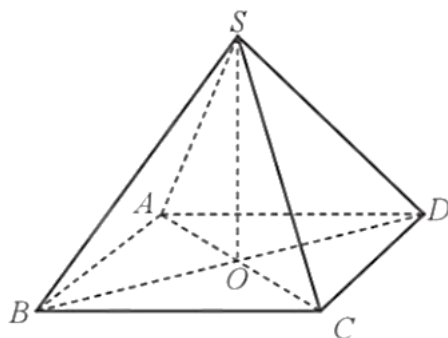
Áp dụng quy tắc hình hộp cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ , ta có:

$\overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{C'C} = \overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{A'A}$ . Vậy ý c) đúng.

– Ta có  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'}$  nên  $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A'B'}) = (\overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{A'B'}) = \widehat{B'A'D'} = 90^\circ$ . Vậy ý d) sai.

**Câu 4.** a) S,            b) Đ,            c) S,            d) Đ.

*Hướng dẫn giải*



Vì  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều nên đáy  $ABCD$  là hình vuông.

Suy ra tâm  $O$  là trung điểm của các đường chéo  $AC$  và  $BD$ .

Do đó,  $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{0}$  và  $\vec{OB} + \vec{OD} = \vec{0}$ .

Vậy  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$  nên ý a) sai.

Với điểm  $S$ , ta có: 
$$\begin{cases} \vec{SA} + \vec{SC} = 2\vec{SO} \\ \vec{SB} + \vec{SD} = 2\vec{SO} \end{cases}$$
 Suy ra  $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$  nên ý b) đúng.

Tứ giác  $ABCD$  là hình vuông có độ dài mỗi cạnh là  $a$  nên độ dài đường chéo  $AC$  là  $a\sqrt{2}$ . Tam giác  $SAC$  có  $SA = SC = a$  và  $AC = a\sqrt{2}$  nên tam giác  $SAC$  vuông cân tại  $S$ , suy ra  $\widehat{SAC} = 45^\circ$ . Do đó,  $(\vec{SC}, \vec{AC}) = 180^\circ - \widehat{SAC} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ .

Suy ra  $\vec{SA} \cdot \vec{AC} = |\vec{SA}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \cos 135^\circ = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -a^2$ .

Vậy ý c) sai và ý d) đúng.

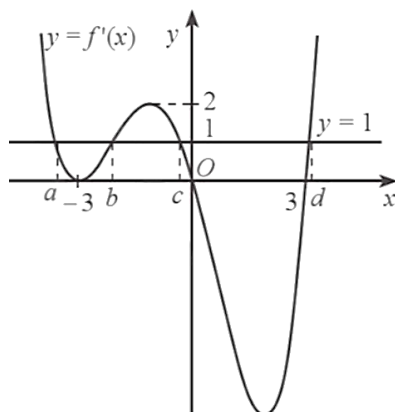
### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

#### Câu 1. Hướng dẫn giải

Do hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  nên hàm số  $y = g(x)$  cũng xác định trên  $\mathbb{R}$ .

Ta có  $g'(x) = f'(x) - 1$ ;  $g'(x) = 0$  khi  $f'(x) = 1$ .

Số nghiệm của phương trình  $g'(x) = 0$  là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  và đường thẳng  $y = 1$ .



Căn cứ vào đồ thị hàm số, ta thấy phương trình  $f'(x)=1$  hay  $g'(x)=0$  có 4 nghiệm phân biệt. Gọi 4 nghiệm đó theo thứ tự từ bé đến lớn là  $a, b, c, d$ .

Dựa vào vị trí của đồ thị hàm số  $y=f'(x)$  và đường thẳng  $y=1$ , ta có bảng xét dấu  $g'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$a$	$b$	$c$	$d$	$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+

Vậy hàm số  $g(x)=f(x)-x$  có 4 điểm cực trị.

**Đáp số:** 4.

**Câu 2. Hướng dẫn giải**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

Ta có  $y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}$ .

Vì  $m > 1$  nên  $1-m < 0$ , suy ra  $y' = \frac{1-m}{(x+1)^2} < 0$  với mọi  $x \neq -1$ .

Do đó, hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

Khi đó,  $\max_{[1; 4]} y = y(1) = \frac{1+m}{2}$ .

Theo đề ra, ta có  $\frac{1+m}{2} = 3 \Leftrightarrow m = 5$ .

**Đáp số:** 5.

**Câu 3. Hướng dẫn giải**

Ta có:  $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b})$

$= \vec{a}^2 - 6\vec{b}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b}$

$= 1^2 - 6 \cdot 1^2 + 1 \cdot 1 \cdot \cos 45^\circ$

$= -5 + \frac{\sqrt{2}}{2} \approx -4,3$ .

**Đáp số:**  $-4,3$ .

**Câu 4. Hướng dẫn giải**

Gọi độ dài cạnh đáy của thùng chứa gạo là  $x$  (m,  $x > 0$ ) và chiều cao của thùng chứa gạo là  $h$  (m,  $h > 0$ ).

Thể tích của thùng là  $V = x^2 \cdot h = 2$ , suy ra  $h = \frac{2}{x^2}$  (m).

Khi đó, diện tích tôn cần sử dụng là:  $S = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{2}{x^2} = x^2 + \frac{8}{x}$  (m<sup>2</sup>).

Chi phí để mua nguyên liệu là:  $T = 100x^2 + 50 \cdot \frac{8}{x} = 100x^2 + \frac{400}{x}$  (nghìn đồng).

Xét hàm số  $T(x) = 100x^2 + \frac{400}{x}$  với  $x \in (0; +\infty)$ .

Ta có:  $T'(x) = 200x - \frac{400}{x^2} = \frac{200x^3 - 400}{x^2}$ ;  $T'(x) = 0$  khi  $x = \sqrt[3]{2}$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $T(x)$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  như sau:

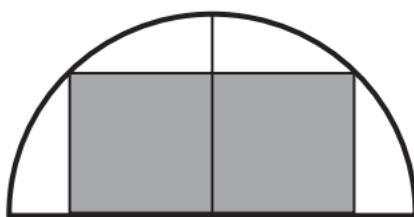
$x$	0	$\sqrt[3]{2}$	$+\infty$
$T'(x)$		-	0
$T(x)$	$+\infty$		$+\infty$
		$100\sqrt[3]{4} + \frac{400}{\sqrt[3]{2}}$	

Từ bảng biến thiên ta thấy,  $T(x)$  đạt giá trị nhỏ nhất trên  $(0; +\infty)$  khi  $x = \sqrt[3]{2}$ .

Vậy ông Hùng cần đóng thùng chứa gạo với cạnh đáy bằng  $\sqrt[3]{2} \approx 1,3$  m để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất.

**Đáp số:** 1,3.

### Câu 5. Hướng dẫn giải



Gọi  $x$  (cm) là độ dài một cạnh của tấm giấy hình chữ nhật được cắt ra (cạnh thuộc đường kính) và  $y$  (cm) là độ dài cạnh còn lại ( $0 < x < 16$ ,  $0 < y < 8$ ). Ta có:

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 = 8^2 \Leftrightarrow y^2 = \frac{1}{4}(256 - x^2) \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}\sqrt{256 - x^2}.$$

Diện tích của tấm giấy hình chữ nhật đó là:

$$S = xy = x \cdot \frac{1}{2}\sqrt{256 - x^2} = \frac{1}{2}\sqrt{x^2(256 - x^2)} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Đặt  $f(x) = x^2(256 - x^2)$  với  $0 < x < 16$ , có  $f'(x) = 512x - 4x^3$  nên  $f'(x) = 0$  khi  $x = 8\sqrt{2}$ .

Vậy giá trị lớn nhất của  $S$  bằng  $\frac{1}{2}\sqrt{f(8\sqrt{2})} = 64$  (cm<sup>2</sup>).

**Đáp số:** 64.

**Câu 6. Hướng dẫn giải**

Ta có  $AC = BD = \sqrt{8^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}$ ,  $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{12^2 - (2\sqrt{13})^2} = 2\sqrt{23}$ ,

$$\sin \widehat{SCO} = \frac{SO}{SC} = \frac{2\sqrt{23}}{12} = \frac{\sqrt{23}}{6}.$$

Gọi  $P$  là độ lớn của trọng lực xe và khung sắt nâng.

Ta có  $P = (1500 + 300) \cdot 9,8 = 17\,640$  (N).

Gọi  $F$  là độ lớn của lực căng trên mỗi sợi cáp.

Ta chứng minh được  $F \sin \widehat{SCO} = \frac{P}{4}$ , suy ra  $F = \frac{P}{4 \sin \widehat{SCO}} = \frac{17\,640}{4 \cdot \frac{\sqrt{23}}{6}} \approx 5\,517$  (N).

**Đáp số:** 5517.

-----HẾT-----

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I – MÔN TOÁN – LỚP 12 – BỘ SÁCH  
ĐỀ SỐ 2**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

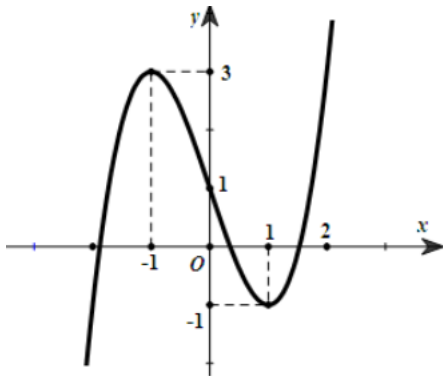
**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 4	↘ 0	↗ $+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 0)$ .      B.  $(-\infty; 2)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

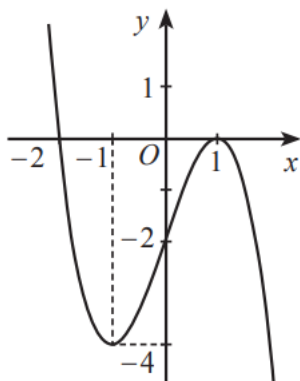
**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình dưới đây.



Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.  $x_{CT} = -1, x_{CD} = 1$ .      B.  $x_{CT} = -1, x_{CD} = 3$ .  
C.  $x_{CT} = 3, x_{CD} = -1$ .      D.  $x_{CT} = 1, x_{CD} = -1$ .

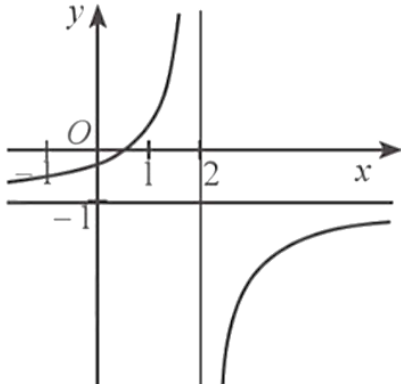
**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-2; 0]$  là:

- A. -1.      B. -4.      C. -2.      D. 1.

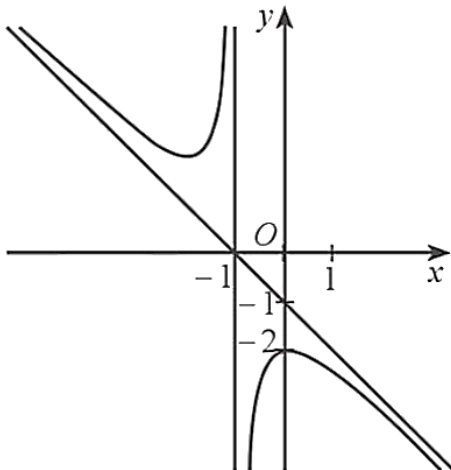
**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.



Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng  $x = 2$ , đường tiệm cận ngang  $y = -1$ .
- B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng  $x = -1$ , đường tiệm cận ngang  $y = 2$ .
- C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng  $x = -1$ , đường tiệm cận ngang  $y = -1$ .
- D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng  $x = 2$ , đường tiệm cận ngang  $y = 0$ .

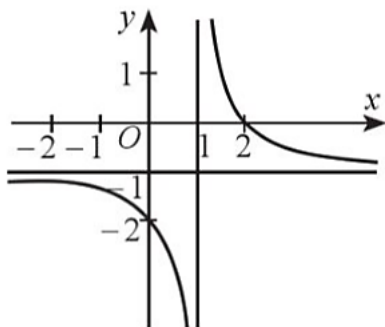
**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.



Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng

- A.  $y = x - 1$ .
- B.  $y = -x - 1$ .
- C.  $y = x + 1$ .
- D.  $y = -x + 1$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.



Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là

- A.  $(1; 0)$ .
- B.  $(-1; 1)$ .
- C.  $(2; -2)$ .
- D.  $(1; -1)$ .



**Câu 7.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Với hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  bất kì và số thực  $k$ , ta có  $k(\vec{a} - \vec{b}) = k\vec{a} - k\vec{b}$ .
- B. Với hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  bất kì và số thực  $k$ , ta có  $k(\vec{a} - \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ .
- C. Với hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  bất kì và số thực  $k$ , ta có  $k(\vec{a} - \vec{b}) = k(\vec{a} + \vec{b})$ .
- D. Với hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  bất kì và số thực  $k$ , ta có  $k(\vec{a} - \vec{b}) = k\vec{a} - \vec{b}$ .

**Câu 8.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \frac{x+1}{2-x}$ .                      B.  $y = -x^3 - 3x + 2024$ .
- C.  $y = -x^3 - 2x^2 + x + 2024$ .              D.  $y = 2x^2 - 3x + 2024$ .

**Câu 9.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = (x-3)^2 \cdot e^x$  trên đoạn  $[2; 4]$  bằng

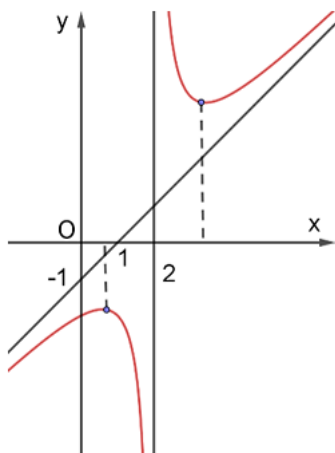
- A. 0.                      B.  $4e$ .                      C.  $e^2$ .                      D.  $e^4$ .

**Câu 10.** Quan sát bảng biến thiên và cho biết bảng biến thiên đó là của hàm số nào.

$x$	$-\infty$	<b>3</b>	$+\infty$
$y'$	-		-
$y$	2	$+\infty$	2

- A.  $y = \frac{-2x+1}{x+3}$ .                      B.  $y = \frac{-2x+1}{x-3}$ .
- C.  $y = \frac{2x-1}{x+3}$ .                      D.  $y = \frac{2x-1}{x-3}$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$  có đồ thị như hình vẽ.



Trong các số  $a, b, c, d$  có bao nhiêu số có giá trị dương?

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 12.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Tích vô hướng  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$  bằng

- A.  $a^2$ .      B.  $-a^2$ .      C.  $\frac{1}{2}a^2$ .      D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

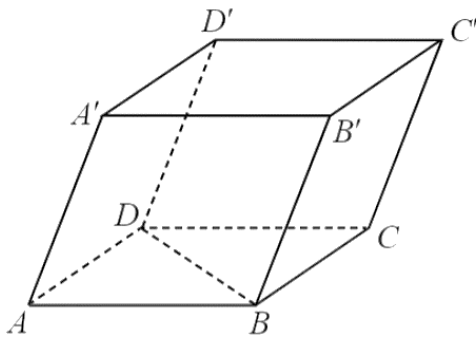
$x$	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	$+\infty$	↘ 0	↗ 4	↘ 0	↗ $+\infty$

- a) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(3; +\infty)$ .  
 b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.  
 c) Hàm số  $y = f(x)$  có giá trị nhỏ nhất bằng 0.  
 d) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = e^x - x + 3$ .

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .  
 b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = 0$ .  
 c) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ là  $(0; 4)$ .  
 d) Đồ thị hàm số đã cho không đi qua gốc tọa độ.

**Câu 3.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .



- a) Các vectơ bằng với vectơ  $\overline{AD}$  là  $\overline{BC}$ ,  $\overline{B'C'}$ ,  $\overline{A'D'}$ .  
 b) Các vectơ đối của vectơ  $\overline{DB}$  là  $\overline{BD}$ ,  $\overline{D'B'}$ .  
 c)  $\overline{AB} + \overline{DC} = -2\overline{D'C'}$ .  
 d)  $\overline{BB'} - \overline{CA} = \overline{AC'}$ .

**Câu 4.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc và  $AB = AC = AD = 1$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

- a)  $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{CB}$ .  
 b)  $\overline{AB} \cdot \overline{AD} = \overline{AC} \cdot \overline{AD} = \overline{AC} \cdot \overline{AB} = 1$ .

c)  $\overline{AM} \cdot \overline{BD} = \frac{1}{2}$ .

d)  $(\overline{AM}, \overline{BD}) = 120^\circ$ .

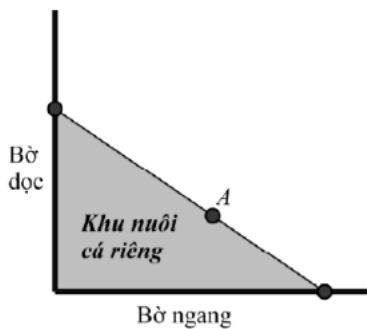
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Giả sử hàm số  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$  đạt cực đại tại  $x = a$  và đạt cực tiểu tại  $x = b$ . Giá trị của biểu thức  $M = 2a - 3b$  bằng bao nhiêu?

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = e^{x+2} + 5x - m$  với  $m$  là tham số thực. Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số đã cho có giá trị lớn nhất trên đoạn  $[0; 3]$  bằng  $e^5$ ?

**Câu 3.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $A'D'$  và  $C'D'$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai vectơ  $\overline{MN}$  và  $\overline{A'B}$ . Số đo của góc  $\varphi$  bằng bao nhiêu độ?

**Câu 4.** Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí  $A$ . Diện tích nhỏ nhất có thể giăng lưới là bao nhiêu mét vuông, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là 5 m và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là 12 m.

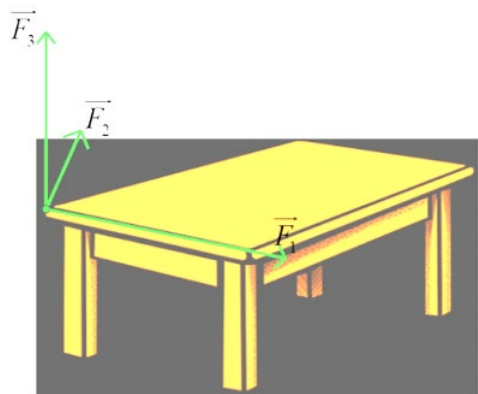


**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  có đồ thị là  $(C)$ . Gọi  $I$  là giao điểm của hai đường tiệm cận của  $(C)$ ,

$M$  là một điểm bất kì trên  $(C)$  và tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$  cắt hai tiệm cận tại  $A, B$ . Biết chu vi tam giác  $IAB$  có giá trị nhỏ nhất bằng  $a + \sqrt{b}$  với  $a, b \in \mathbb{N}$ . Giá trị của biểu thức  $a - b + 4$  bằng bao nhiêu?

**Câu 6.** Có ba lực cùng tác động vào một cái bàn như hình vẽ dưới. Trong đó hai lực  $\overline{F_1}, \overline{F_2}$  tạo với nhau một góc  $110^\circ$  và có độ lớn lần lượt là 9 N và 4 N, lực  $\overline{F_3}$  vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực  $\overline{F_1}, \overline{F_2}$  và có độ lớn 7 N. Độ lớn hợp lực của ba lực trên là bao nhiêu Newton (làm

tròn kết quả đến hàng đơn vị của Newton)?



-----HẾT-----

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

### PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

#### Bảng đáp án

1. C	2. D	3. B	4. A	5. B	6. D
7. A	8. B	9. D	10. D	11. B	12. C

#### Hướng dẫn giải chi tiết từng câu

##### Câu 1. Đáp án đúng là: C

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng  $(0; 2)$ ,  $f'(x) < 0$ , do đó hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng này.

##### Câu 2. Đáp án đúng là: D

Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm  $x = 1$  và đạt cực đại tại điểm  $x = -1$ .

##### Câu 3. Đáp án đúng là: B

Căn cứ vào đồ thị hàm số trên, ta thấy  $\min_{[-2; 0]} f(x) = f(-1) = -4$ .

##### Câu 4. Đáp án đúng là: A

Quan sát hình vẽ, ta thấy:

+ Đường thẳng  $x = 2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

+ Đường thẳng  $y = -1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

##### Câu 5. Đáp án đúng là: B

Từ đồ thị đã cho, ta thấy đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua hai điểm  $(-1; 0)$  và  $(0; -1)$ . Do đó, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $y = -x - 1$ .

##### Câu 6. Đáp án đúng là: D

Đồ thị hàm số đã cho nhận giao điểm của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Giao điểm này có tọa độ là  $(1; -1)$ .

##### Câu 7. Đáp án đúng là: A

Theo lý thuyết, ta có: với hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  bất kì và số thực  $k$ , ta có  $k(\vec{a} - \vec{b}) = k\vec{a} - k\vec{b}$ .

##### Câu 8. Đáp án đúng là: B

+ Tập xác định của hàm số  $y = \frac{x+1}{2-x}$  là  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  nên hàm số này không thể nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

+ Hàm số  $y = -x^3 - 3x + 2024$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = -3x^2 - 3 = -3(x^2 + 1) < 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

Do đó, hàm số này nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ . Vậy chọn đáp án B.

+ Tương tự, ta chứng minh được hai hàm số ở các phương án C và D không nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

##### Câu 9. Đáp án đúng là: D

• Ta có:  $y' = 3(x-3) \cdot e^x + (x-3)^2 \cdot e^x = e^x \cdot (x-3) \cdot (x-1)$ .

Khi đó, trên khoảng  $(2; 4)$ ,  $y' = 0$  khi  $x = 3$ .

•  $y(2) = e^2$ ;  $y(3) = 0$ ;  $y(4) = e^4$ .

Từ đó suy ra  $\max_{[2; 4]} y = y(4) = e^4$ .

**Câu 10. Đáp án đúng là: D**

Từ bảng biến thiên, ta thấy:

+) $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty$ , do đó đường thẳng  $x = 3$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho;

+) $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$ , do đó đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Trong các hàm số đã cho ở các phương án, chỉ hàm số ở phương án D thỏa mãn.

**Câu 11. Đáp án đúng là: B**

Do đồ thị có tiệm cận đứng là  $x = 2$  nên  $d < 0$ .

Giao điểm của đồ thị và trục tung có tung độ  $\frac{c}{d} < 0 \Rightarrow c > 0$ .

Hệ số góc của tiệm cận xiên là  $a$ . Mặt khác, từ hình vẽ hệ số góc của tiệm cận xiên là dương nên  $a > 0$ .

Lại có  $y' = \frac{ax^2 + 2adx + bd - c}{(x + d)^2}$  và hai điểm cực trị của hàm số có giá trị dương.

Suy ra  $x_1 x_2 = \frac{bd - c}{a} > 0 \Rightarrow bd - c > 0 \Rightarrow bd > c \Rightarrow b < 0$ .

Vậy có 2 số có giá trị dương trong các số  $a, b, c, d$ .

**Câu 12. Đáp án đúng là: C**

Vì  $ABCD$  là tứ diện đều cạnh  $a$  nên  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ .

Do đó,  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{AC})$

$$= |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \cos \widehat{BAC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} a^2.$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1.** a) S,            b) Đ,            c) Đ,            d) Đ.

**Hướng dẫn giải**

– Quan sát bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng  $(0;1)$  và  $(3; +\infty)$ , do đó ý a) sai.

– Ta có  $f'(x)$  đổi dấu từ “–” sang “+” tại các điểm  $x = 0$ ,  $x = 3$  và đổi dấu từ “+” sang “–” tại điểm  $x = 1$ . Vậy hàm số  $y = f(x)$  có 3 điểm cực trị nên ý b) đúng.

– Hàm số  $y = f(x)$  có giá trị nhỏ nhất bằng 0 tại  $x = 0$  và  $x = 3$  nên ý c) đúng.

– Hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$  nên đồ thị hàm số này không có đường tiệm cận. Vậy ý d) đúng.

**Câu 2.** a) S,            b) S,            c) Đ,            d) Đ.

**Hướng dẫn giải**

Xét hàm số  $y = e^x - x + 3$ .

– Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

– Ta có  $y' = e^x - 1$ ;  $y' = 0$  khi  $x = 0$ .

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$y'$		$-$	$+$
$y$	$+\infty$	$4$	$+\infty$

– Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Do đó, ý a) sai.

– Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại  $x=0$  và không có cực đại. Do đó, ý b) sai.

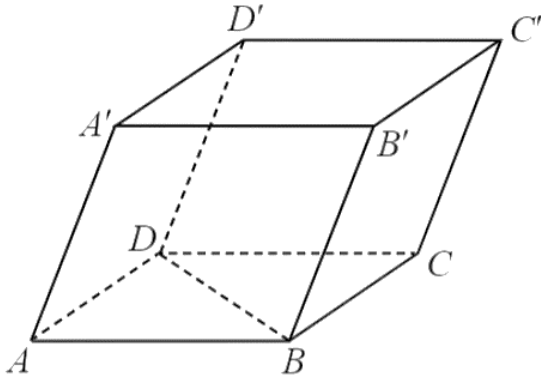
– Với  $x=0$ , ta có  $y=e^0-0+3=4$  nên đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm  $(0;4)$ .

Từ đó suy ra đồ thị hàm số đã cho không đi qua gốc tọa độ.

Vậy ý c) và ý d) đúng.

**Câu 3.** a) Đ,            b) S,            c) S,            d) Đ.

**Hướng dẫn giải**



– Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp nên các mặt của hình hộp này là hình bình hành.

Do đó,  $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{B'C'} = \overline{A'D'}$ . Vậy ý a) đúng.

– Ta có  $\overline{DB} = -\overline{BD}$  và  $\overline{DB} = \overline{D'B'} = -\overline{B'D'}$ .

Vậy các vector đối của vector  $\overline{DB}$  là  $\overline{BD}$ ,  $\overline{B'D'}$ . Do đó ý b) sai.

– Vì  $\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{D'C'}$  nên  $\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{D'C'} + \overline{D'C'} = 2\overline{D'C'}$ .

Vậy ý c) sai.

– Ta có  $\overline{BB'} = \overline{AA'}$ ,  $\overline{CA} = \overline{C'A'}$ . Suy ra  $\overline{BB'} - \overline{CA} = \overline{AA'} - \overline{C'A'} = \overline{AA'} + \overline{A'C'} = \overline{AC'}$ .

Vậy ý d) đúng.

**Câu 4.** a) Đ,            b) S,            c) S,            d) Đ.

**Hướng dẫn giải**

– Theo quy tắc ba điểm, ta có:

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{CD} = \overline{AD} + (\overline{CD} + \overline{DB}) = \overline{AD} + \overline{CB}. \text{ Vậy ý a) đúng.}$$

– Do  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc nên ta có:  $\overline{AB} \cdot \overline{AD} = \overline{AC} \cdot \overline{AD} = \overline{AC} \cdot \overline{AB} = 0$ .

Vậy ý b) sai.

– Vì  $AB=1$  nên  $\overline{AB}^2 = 1$ . Vì  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên ta có:

$$\overline{AM} \cdot \overline{BD} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC}) \cdot (\overline{AD} - \overline{AB})$$

$$= \frac{1}{2}(\overline{AB} \cdot \overline{AD} - \overline{AB}^2 + \overline{AC} \cdot \overline{AD} - \overline{AC} \cdot \overline{AB})$$

$$= \frac{1}{2}(0 - 1 + 0 - 0) = -\frac{1}{2}. \quad \text{Vậy ý c) sai.}$$

- Ta tính được  $AM = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $BD = \sqrt{2}$ , suy ra  $\cos(\overline{AM}, \overline{BD}) = \frac{\overline{AM} \cdot \overline{BD}}{|\overline{AM}| \cdot |\overline{BD}|} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$ .

Vậy  $(\overline{AM}, \overline{BD}) = 120^\circ$ . Do đó, ý d) đúng.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

#### Câu 1. Hướng dẫn giải

Ta có  $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ ;  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$  hoặc  $x = 3$ .

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow -1$	$\searrow -5$	$\nearrow +\infty$	

Vậy hàm số đạt cực đại tại  $x = 1$  và đạt cực tiểu tại  $x = 3$  nên suy ra  $a = 1$ ,  $b = 3$ .

Khi đó,  $M = 2a - 3b = 2 \cdot 1 - 3 \cdot 3 = -7$ . **Đáp số:** -7.

#### Câu 2. Hướng dẫn giải

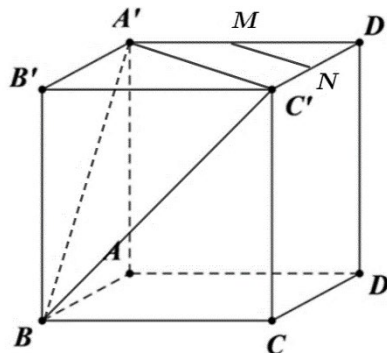
Ta có  $y' = e^{x+2} + 5 > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

Do đó, hàm số  $y = e^{x+2} + 5x - m$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  nên hàm số này cũng đồng biến trên  $[0; 3]$ .

Suy ra  $\max_{[0;3]} y = y(3) = e^{3+2} + 5 \cdot 3 - m = e^5 + 15 - m$ .

Theo bài ra:  $\max_{[0;3]} y = y(3) = e^5 \Leftrightarrow e^5 + 15 - m = e^5 \Leftrightarrow m = 15$ . **Đáp số:** 15.

#### Câu 3. Hướng dẫn giải



Vì  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $A'D'$  và  $C'D'$  nên ta suy ra  $MN \parallel A'C'$ .

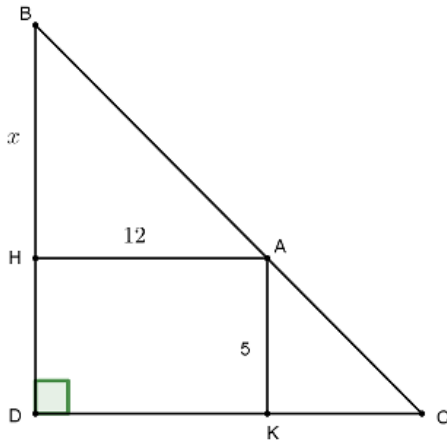
Do đó,  $(\overline{MN}, \overline{A'B}) = (\overline{A'C'}, \overline{A'B}) = \widehat{C'A'B}$ .

Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình lập phương nên tam giác  $C'A'B$  là tam giác đều.



Suy ra  $\widehat{C'A'B} = 60^\circ$ . Vậy  $\varphi = 60^\circ$ . **Đáp số:** 60.

**Câu 4. Hướng dẫn giải**



Ta mô hình hóa bài toán đã cho như hình trên với  $H, K$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  lên bờ dọc  $BD$  và bờ ngang  $CD$ . Khi đó, theo bài ra có  $AH = 12$  m,  $AK = 5$  m.

Suy ra  $DK = AH = 12$  m,  $DH = AK = 5$  m.

Đặt  $BH = x$  (m,  $x > 0$ ).

Ta có  $AH \parallel BC$ ,  $AK \parallel DH$  nên  $\frac{BH}{HD} = \frac{BA}{AC} = \frac{DK}{KC}$ .

Suy ra  $KC = \frac{HD \cdot DK}{BH} = \frac{5 \cdot 12}{x} = \frac{60}{x}$  (m).

Diện tích khu nuôi cá riêng là:

$$S = \frac{1}{2} BD \cdot DC = \frac{1}{2} (x+5) \left( \frac{60}{x} + 12 \right) = 6x + \frac{150}{x} + 60 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Xét hàm số  $S(x) = 6x + \frac{150}{x} + 60$  với  $x \in (0; +\infty)$ .

Ta có  $S'(x) = 6 - \frac{150}{x^2} = \frac{6x^2 - 150}{x^2}$ . Trên khoảng  $(0; +\infty)$ ,  $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $S(x)$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  như sau:

$x$	0	5	$+\infty$	
$S'(x)$		–	0	+
$S(x)$	$+\infty$		120	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có  $\min_{(0; +\infty)} S(x) = 120$  tại  $x = 5$ .

Vậy diện tích nhỏ nhất có thể giăng dưới là  $120 \text{ m}^2$ .

Ngoài ra, ta có thể dùng bất đẳng thức:

$$S = 6x + \frac{150}{x} + 60 \geq 2\sqrt{6x \cdot \frac{150}{x}} + 60 = 120.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $6x = \frac{150}{x} \Leftrightarrow x = 5 \in (0; +\infty)$ . **Đáp số:** 120.

**Câu 5. Hướng dẫn giải**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Ta có  $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$ . Giả sử  $M(x_0; y_0) \in (C)$ ,  $(x_0 \neq 1)$  suy ra tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$  có

$$\text{phương trình là } y = \frac{-1}{(x_0-1)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0-1}{x_0-1}.$$

Vì  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-1}{x-1} = -\infty$  nên đường thẳng  $x=1$  là tiệm cận đứng của  $(C)$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-1} = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x-1} = 2$  nên đường thẳng  $y=2$  là tiệm cận ngang của  $(C)$ .

Suy ra  $I(1; 2)$ .

Điểm  $A\left(1; \frac{2x_0}{x_0-1}\right)$  là giao điểm của tiệm cận đứng và tiếp tuyến, điểm  $B(2x_0-1; 2)$  là giao điểm

của tiệm cận ngang và tiếp tuyến.

Ta có chu vi của tam giác  $IAB$  bằng:

$$IA + IB + AB = \frac{2}{|x_0-1|} + 2|x_0-1| + \sqrt{4(x_0-1)^2 + \frac{4}{(x_0-1)^2}}.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có  $IA + IB + AB \geq 2\sqrt{4} + \sqrt{4 \cdot 2} = 4 + \sqrt{8}$ .

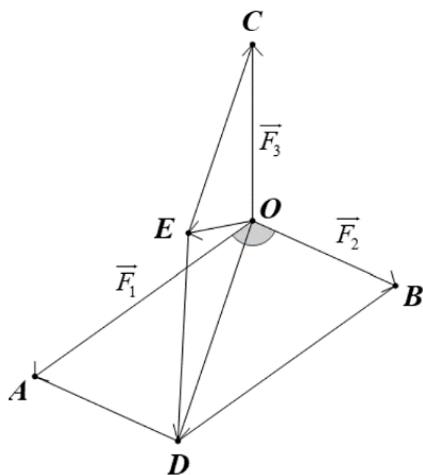
Đẳng thức xảy ra khi  $|x_0-1|=1 \Leftrightarrow x_0=0$  hoặc  $x_0=2$ .

Vậy chu vi tam giác  $IAB$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng  $4 + \sqrt{8}$  khi  $M(0;1)$  hoặc  $M(2;3)$ .

Suy ra  $a=4, b=8$  nên  $a-b+4=0$ . **Đáp số:** 0.

### Câu 6. Hướng dẫn giải

Theo đề bài, ta có hình vẽ sau:



Hợp lực tác động vào ba vật là  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}$ .

Ta có  $\widehat{AOB} = (\vec{OA}, \vec{OB}) = (\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 110^\circ$ . Suy ra  $\widehat{OAD} = 70^\circ$ .

Áp dụng định lý côsin trong tam giác  $OAD$ , ta có:

$$OD^2 = OA^2 + AD^2 - 2OA \cdot AD \cdot \cos \widehat{OAD} = 9^2 + 4^2 - 2 \cdot 9 \cdot 4 \cdot \cos 70^\circ = 97 - 72 \cos 70^\circ.$$

Vì  $OC \perp (OBDA)$  nên  $OC \perp OD$ . Suy ra  $ODEC$  là hình chữ nhật.

Do đó, tam giác  $OCE$  vuông tại  $C$  nên

$$OE^2 = OC^2 + EC^2 = 7^2 + 97 - 72 \cos 70^\circ = 146 - 72 \cos 70^\circ .$$

Suy ra  $OE = \sqrt{146 - 72 \cos 70^\circ} \approx 11$ .

Vậy độ lớn của hợp lực của ba lực đã cho bằng khoảng 11 N. **Đáp số:** 11.

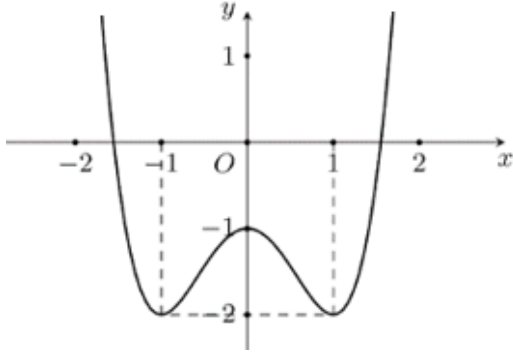
-----**HẾT**-----

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I – MÔN TOÁN – LỚP 12 – BỘ SÁCH**

**ĐỀ SỐ 3**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như sau:



Phát biểu nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(2; +\infty)$ .
- C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$ .
- D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $[-2; 3]$  và có bảng xét dấu như sau:

$x$	-2	0	1	3
$f'(x)$	+		-	0

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

- A.  $x = -2$ .
- B.  $x = 0$ .
- C.  $x = 1$ .
- D.  $x = 3$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn  $[-1; 3]$  như hình dưới đây.

$x$	-1	0	2	3
$y'$	+	0	-	0
$y$	0	5	1	4

Gọi  $M$  là giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 3]$ . Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau đây là đúng?

- A.  $M = f(-1)$ .
- B.  $M = f(3)$ .
- C.  $M = f(2)$ .
- D.  $M = f(0)$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$-1$	$+\infty$	$-\infty$

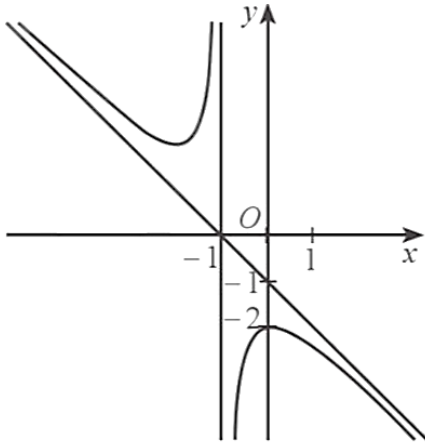
Đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là:

- A.  $x = 2, y = -1$ .      B.  $x = -1, y = 2$ .  
 C.  $x = -1, y = -1$ .      D.  $x = 2, y = 1$ .

**Câu 5.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = 2x + 1 - \frac{3}{x+1}$  là đường thẳng

- A.  $y = 2x$ .      B.  $y = 2x - 1$ .      C.  $y = 2x + 1$ .      D.  $y = x + 1$ .

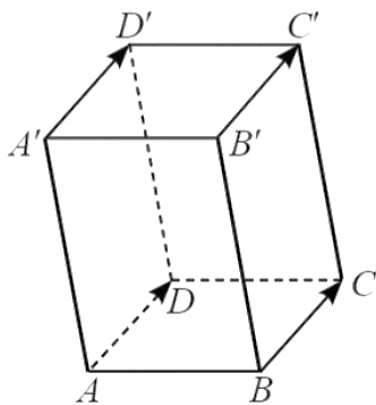
**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.



Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là

- A.  $(1;0)$ .      B.  $(-1;1)$ .      C.  $(-1;-2)$ .      D.  $(-1;0)$ .

**Câu 7.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .



Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'}$ .      B.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ .      C.  $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AD}$ .      D.  $\overrightarrow{B'C'} = -\overrightarrow{A'D'}$ .

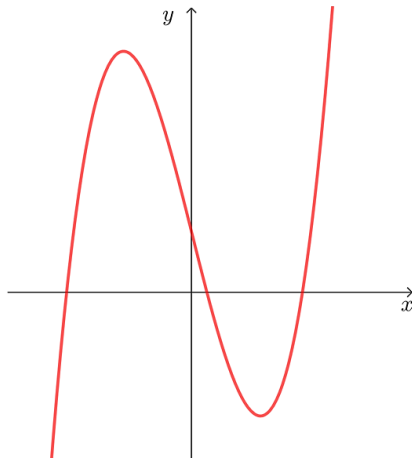
**Câu 8.** Hàm số  $y = \frac{x^2 - x + 9}{x - 1}$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.  $(-2;4)$ .      B.  $(-2;1)$ .      C.  $(-2;+\infty)$ .      D.  $(4;+\infty)$ .

**Câu 9.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x + 5$  trên đoạn  $[0; 2]$  bằng

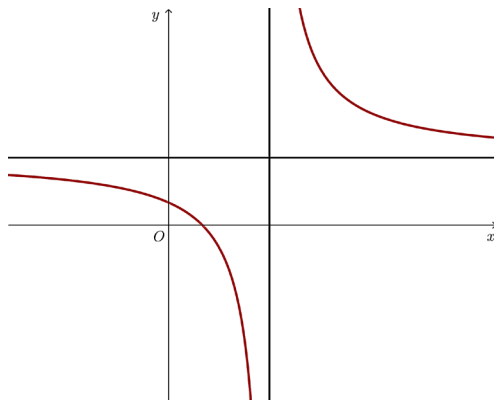
- A. 0.                      B. 3.                      C. 5.                      D. 7.

**Câu 10.** Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau đây?



- A.  $y = x^3 - 4x + 1$ .                      B.  $y = x^3 + 3x^2 + 1$ .  
 C.  $y = x^3 - 4x - 1$ .                      D.  $y = -x^3 + 4x + 1$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

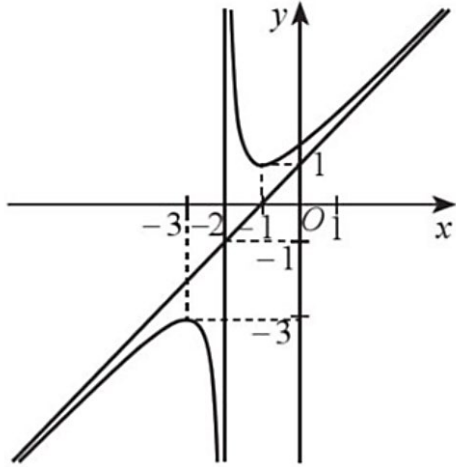
- A.  $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .                      B.  $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$ .  
 C.  $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$ .                      D.  $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$ .

**Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $CD$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{AD} = \vec{d}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$ .                      B.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$ .  
 C.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$ .                      D.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + n}$  (với  $a \neq 0$ ) có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.

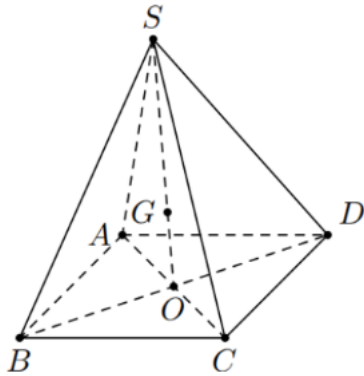


- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .
- b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = -3$ ; đạt cực tiểu tại  $x = -1$ .
- c) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $y = -2$ .
- d) Công thức xác định hàm số đã cho là  $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ .

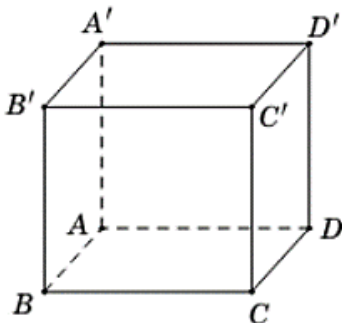
- a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(3; +\infty)$ .
- b) Giá trị cực đại của hàm số đã cho là  $-1$ .
- c) Đồ thị hàm số đã cho đi qua các điểm  $(0; 5)$ ,  $(1; -6)$ ,  $(-1; -10)$ .
- d) Đường thẳng  $y = -22$  cắt đồ thị hàm số đã cho tại 3 điểm phân biệt.

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ .  $G$  là điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ . Khi đó:



- a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{SO}$ .
- b)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ .
- c)  $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$ .
- d)  $\overrightarrow{GS} = 3\overrightarrow{OG}$ .

**Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Khi đó:



a)  $\overline{B'B} - \overline{DB} = \overline{B'D}$ .

b)  $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'} = \overline{BD}$ .

c)  $|\overline{BC} - \overline{BA} + \overline{C'A}| = 2a$ .

d) Với  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BB'$  thì  $\cos(\overline{MN}, \overline{AC'}) = \frac{\sqrt{2}}{3}$ .

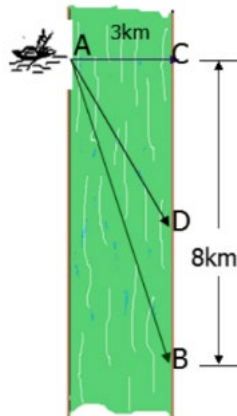
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho  $a \neq 0, b^2 - 3ac > 0$ . Hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

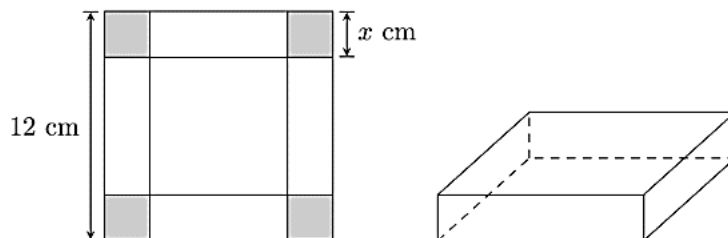
**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = m\sqrt{x-1}$  với  $m$  là tham số thực. Gọi  $m_1, m_2$  là hai giá trị của  $m$  thỏa mãn  $\min_{[2;5]} f(x) + \max_{[2;5]} f(x) = m^2 - 10$ . Giá trị của biểu thức  $m_1 + m_2$  bằng bao nhiêu?

**Câu 3.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tìm giá trị thực của  $k$  thỏa mãn đẳng thức  $\overline{AC} + \overline{BA'} + k(\overline{DB} + \overline{C'D}) = \vec{0}$ .

**Câu 4.** Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí  $A$  tới điểm  $B$  về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến  $C$  và sau đó chạy đến  $B$ , hay có thể chèo trực tiếp đến  $B$ , hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm  $D$  giữa  $C$  và  $B$  và sau đó chạy đến  $B$ . Biết anh ấy có thể chèo thuyền 6 km/h, chạy 8 km/h và quãng đường  $BC = 8$  km. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Khoảng thời gian ngắn nhất để người đàn ông đến  $B$  là bao nhiêu giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



**Câu 5.** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm, người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $x$  (cm), rồi gập tấm nhôm lại để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp (tham khảo hình vẽ).

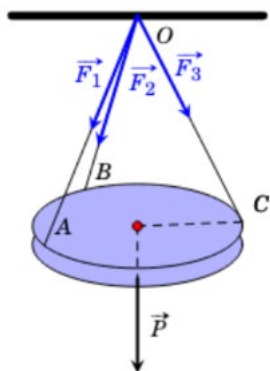


Giá trị của  $x$  bằng bao nhiêu centimet để thể tích của khối hộp đó là lớn nhất?

**Câu 6.** Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm  $O$  trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm  $A, B, C$  trên đèn tròn sao cho các lực căng  $\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}$  lần lượt trên mỗi dây  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và



$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 15$  (N) (như hình vẽ). Trọng lượng của chiếc đèn tròn đó là bao nhiêu Newton (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



-----HẾT-----

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

### PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

#### Bảng đáp án

1. C	2. B	3. D	4. A	5. C	6. D
7. D	8. B	9. D	10. A	11. B	12. D

#### Hướng dẫn giải chi tiết từng câu

##### Câu 1. Đáp án đúng là: C

Từ đồ thị ta thấy:

- + Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$ ;
- + Hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ .

##### Câu 2. Đáp án đúng là: B

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy  $f'(x)$  đổi dấu từ dương sang âm khi qua điểm  $x = 0$  nên hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm  $x = 0$ .

##### Câu 3. Đáp án đúng là: D

Từ bảng biến thiên, ta thấy  $M = \max_{[-1; 3]} f(x) = f(0) = 5$ .

##### Câu 4. Đáp án đúng là: A

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy:

- +)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$ . Do đó, đường thẳng  $x = 2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.
- +)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ . Do đó, đường thẳng  $y = -1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

##### Câu 5. Đáp án đúng là: C

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (2x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -\frac{3}{x + 1} \right) = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (2x + 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\frac{3}{x + 1} \right) = 0$ .

Do đó, đường thẳng  $y = 2x + 1$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

##### Câu 6. Đáp án đúng là: D

Đồ thị hàm số đã cho nhận giao điểm của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Giao điểm này có tọa độ là  $(-1; 0)$ .

##### Câu 7. Đáp án đúng là: D

Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp nên ta có  $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{B'C'} = \overline{A'D'}$ .

##### Câu 8. Đáp án đúng là: B

TXĐ của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(2x-1)(x-1) - (x^2 - x + 9)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 8}{(x-1)^2}; y' = 0 \text{ khi } x = -2 \text{ hoặc } x = 4.$$

Bảng xét dấu:

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$4$	$+\infty$	
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(4; +\infty)$ , nghịch biến trên các khoảng  $(-2; 1)$  và  $(1; 4)$ .

**Câu 9. Đáp án đúng là: D**

- Ta có:  $y' = 3x^2 - 3$ . Khi đó, trên khoảng  $(0; 2)$ ,  $y' = 0$  khi  $x = 1$ .
- $y(0) = 5$ ;  $y(1) = 3$ ;  $y(2) = 7$ .

Từ đó suy ra  $\max_{[0;2]} y = y(2) = 7$ .

**Câu 10. Đáp án đúng là: A**

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ  $(0; d)$  với  $d > 0$  nên ta loại đáp án C.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ , suy ra hệ số  $a > 0$  nên ta loại đáp án D.

Mặt khác hàm số đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$ , dựa vào hình vẽ ta thấy  $x_1, x_2$  trái dấu nên đáp án ta loại đáp án B và chọn A.

**Câu 11. Đáp án đúng là: B**

Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có tiệm cận đứng:  $x = -\frac{d}{c}$  và tiệm cận ngang:  $y = \frac{a}{c}$ , quan sát đồ thị

$$\text{ta thấy: } \begin{cases} -\frac{d}{c} > 0 \\ \frac{a}{c} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} cd < 0 \\ ac > 0 \end{cases}.$$

Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  cắt trục  $Ox$  tại điểm  $\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$ , cắt trục  $Oy$  tại điểm  $\left(0; \frac{b}{d}\right)$ , quan sát

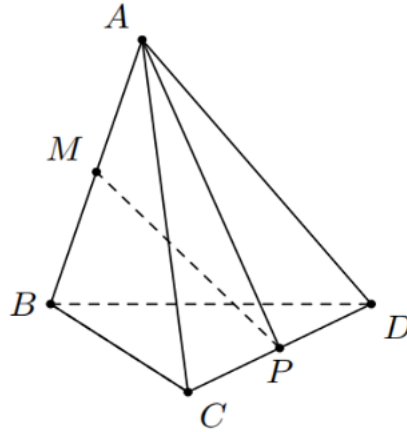
$$\text{đồ thị ta thấy: } \begin{cases} -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{b}{d} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab < 0 \\ bd > 0 \end{cases}.$$

Với  $a > 0 \Rightarrow b < 0; c > 0; d < 0$ .

Với  $a < 0 \Rightarrow b > 0; c < 0; d > 0$ .

Do đó  $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$ .

**Câu 12. Đáp án đúng là: D**



Vì  $M, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, CD$  nên 
$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AP} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) \end{cases}$$

Theo quy tắc hiệu, ta có:

$$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) - \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2} (\vec{c} + \vec{d} - \vec{b}).$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1. a) S,            b) Đ,            c) S,            d) Đ.**

**Hướng dẫn giải**

– Quan sát hình vẽ, ta thấy:

Hàm số đã cho có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

Trên các khoảng  $(-\infty; -3)$  và  $(-1; +\infty)$ , đồ thị hàm số đi lên từ trái qua phải nên hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng này.

Trên các khoảng  $(-3; -2)$  và  $(-2; -1)$ , đồ thị hàm số đi xuống từ trái qua phải nên hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng này.

Vậy ý) a) sai.

– Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = -3$ ; đạt cực tiểu tại  $x = -1$ , do đó ý b) đúng.

– Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $x = -2$ , do đó ý c) sai.

– Vì  $x = -2$  là tiệm cận đứng nên  $n = 2$ . Khi đó,  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 2}$ .

Ta có  $y' = \frac{ax^2 + 4ax + 2b - c}{(x+2)^2}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow ax^2 + 4ax + 2b - c = 0$  (\*).

$x = -1$  là một nghiệm của phương trình (\*), do đó  $-3a + 2b - c = 0$ .

Các điểm  $(-1; 1)$ ,  $(-3; -3)$  thuộc đồ thị hàm số đã cho nên tọa độ các điểm này thỏa mãn hàm

$$\text{số } y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x+2}.$$

Khi đó, ta có hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} -3a + 2b - c = 0 \\ a - b + c = 1 \\ -9a + 3b - c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = 3 \end{cases}.$$

Vậy công thức xác định hàm số đã cho là  $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x+2}$ . Do đó, ý d đúng.

**Câu 2. a) Đ, b) S, c) S, d) S.**

### Hướng dẫn giải

Xét hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ .

– Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

– Ta có  $y' = 3x^2 - 6x - 9$ ;  $y' = 0$  khi  $x = -1$  hoặc  $x = 3$ .

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$10$	$-22$	$+\infty$

– Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(3; +\infty)$ ; nghịch biến trên khoảng  $(-1; 3)$ . Do đó, ý a) đúng.

– Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại  $x = 3$ ,  $y_{CT} = -22$ ; đạt cực đại tại  $x = -1$ ,  $y_{CD} = 10$ . Do đó, ý b) sai.

– Với  $x = 0$  thì  $y = 5$ ; với  $x = 1$  thì  $y = -6$ ; với  $x = -1$  thì  $y = 10$ .

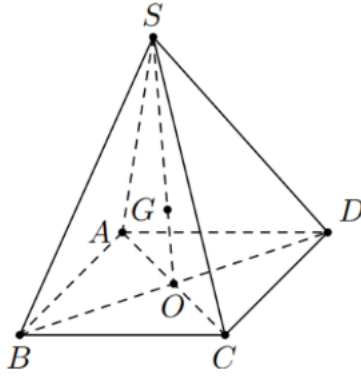
Do đó, đồ thị hàm số đã cho đi qua các điểm  $(0; 5)$ ,  $(1; -6)$ ,  $(-1; 10)$ .

Do đó, ý c) sai.

– Từ bảng biến thiên ta suy ra đường thẳng  $y = -22$  cắt đồ thị hàm số đã cho tại 2 điểm phân biệt. Do đó, ý d) sai.

**Câu 3. a) S, b) Đ, c) Đ, d) S.**

### Hướng dẫn giải



– Ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$  nên ý a) sai.

– Vì  $O$  là tâm hình bình hành  $ABCD$  nên  $O$  là trung điểm của  $AC$  và  $BD$ .

Khi đó,  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ ;  $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ , suy ra  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ .

Vậy ý b) đúng.

– Ta có  $\begin{cases} \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} \\ \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \end{cases}$ , do đó  $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$  nên ý c) đúng.

– Ta có  $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA}) + (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OB}) + (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OD}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} + (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}.$$

Vậy ý d) sai.

**Câu 4.** a) Đ,            b) S,            c) S,            d) Đ.

### Hướng dẫn giải

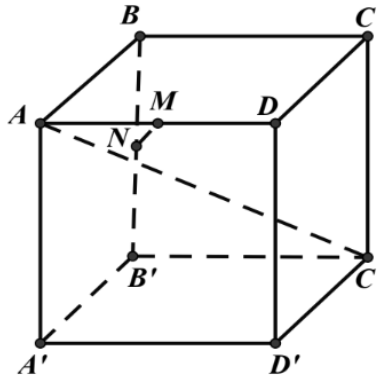
– Ta có:  $\overrightarrow{B'B} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D}$ . Do đó, ý a) đúng.

– Theo quy tắc hình hộp, ta có:  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'} \neq \overrightarrow{BD}$ . Vậy ý b) sai.

– Ta có:  $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{C'A} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{C'C}$ .

Do đó,  $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C'A}| = |\overrightarrow{CC'}| = CC' = a$ . Vậy ý c) sai.

–



Vì  $AC'$  là đường chéo của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$  nên  $AC' = a\sqrt{3}$ .

Ta có:  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ .

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } \overrightarrow{MN}^2 &= \left( \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \right)^2 \\ &= \overrightarrow{AB}^2 + \frac{1}{4}\overrightarrow{BB'}^2 + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2 + 0 - 0 - \frac{1}{2} \cdot 0 = \frac{3}{2}a^2. \end{aligned}$$

Do đó,  $|\overrightarrow{MN}|^2 = \overrightarrow{MN}^2 = \frac{3}{2}a^2$ , suy ra  $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ .

Theo quy tắc hình hộp, ta có:  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .

$$\begin{aligned} \text{Khi đó, } \overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{MN} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) \cdot \left( \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \right) \\ &= \overrightarrow{AB}^2 + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BB'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BB'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}^2 \\ &\quad + \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BB'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{AB}^2 - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}^2 + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BB'} \\ &= a^2 - \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a^2 = a^2. \end{aligned}$$

Vậy  $\cos(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC'}) = \frac{\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AC'}}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{AC'}|} = \frac{a^2}{\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$ . Do đó, ý d) đúng.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

#### Câu 1. Hướng dẫn giải

Ta có  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c = 0$ .

Vì  $\Delta'_y = b^2 - 3ac > 0$  nên phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  (giả sử  $x_1 < x_2$ ).

Khi đó, với cả hai trường hợp  $a > 0$  và  $a < 0$  hàm số đã cho đều có 2 điểm cực trị.

**Đáp số: 2.**

**Câu 2. Hướng dẫn giải**

Với mọi  $x \in [2; 5]$ , ta có:  $f'(x) = \frac{m}{2\sqrt{x-1}}$ .

Ta thấy dấu của đạo hàm  $f'(x)$  phụ thuộc vào dấu của tham số  $m$ .

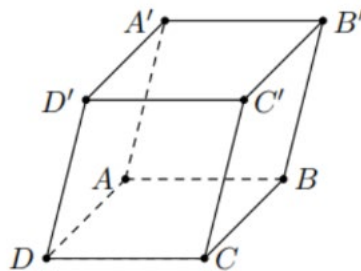
Với mọi  $m \neq 0$  thì  $f(x)$  đơn điệu trên  $[2; 5]$ .

Suy ra  $\min_{[2;5]} f(x) + \max_{[2;5]} f(x) = f(2) + f(5) = m + 2m = 3m$ .

Theo bài ra, ta có:  $m^2 - 10 = 3m \Leftrightarrow m^2 - 3m - 10 = 0 \Leftrightarrow m = -2$  hoặc  $m = 5$ .

Vậy  $m_1 + m_2 = 3$ . **Đáp số: 3.**

**Câu 3. Hướng dẫn giải**



Ta có:  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD'} = \overrightarrow{AD'}$ ;

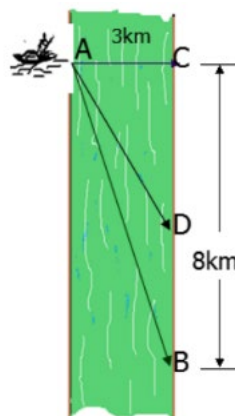
$\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D} = \overrightarrow{C'D} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{C'B} = \overrightarrow{D'A} = -\overrightarrow{AD'}$ .

Khi đó,  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + k(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D}) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD'} + k \cdot (-\overrightarrow{AD'}) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow (1-k)\overrightarrow{AD'} = \vec{0} \Leftrightarrow k = 1$ . **Đáp số: 1.**

**Câu 4. Hướng dẫn giải**





Đặt  $CD = x$  (km,  $x \geq 0$ ). Quãng đường chạy bộ  $DB = 8 - x$  (km) và quãng đường chèo thuyền  $AD = \sqrt{9 + x^2}$  (km).

Rõ ràng  $x$  phải thỏa mãn điều kiện  $0 \leq x \leq 8$ .

Khi đó, thời gian chèo thuyền là  $\frac{\sqrt{9+x^2}}{6}$  (giờ) và thời gian chạy bộ là  $\frac{8-x}{8}$  (giờ).

Tổng thời gian mà người đàn ông cần có là:

$$T(x) = \frac{\sqrt{9+x^2}}{6} + \frac{8-x}{8}, \quad x \in [0; 8].$$

Ta có:  $T'(x) = \frac{x}{6\sqrt{x^2+9}} - \frac{1}{8}$ . Trên khoảng  $(0; 8)$ ,  $T'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{9}{\sqrt{7}}$ .

$$T(0) = \frac{3}{2}; T\left(\frac{9}{\sqrt{7}}\right) = 1 + \frac{\sqrt{7}}{8}; T(8) = \frac{\sqrt{73}}{6}.$$

$$\text{Do đó, } \min_{[0;8]} T(x) = T\left(\frac{9}{\sqrt{7}}\right) = 1 + \frac{\sqrt{7}}{8}.$$

Vậy thời gian ngắn nhất mà người đàn ông cần dùng là  $1 + \frac{\sqrt{7}}{8} \approx 1,3$  (giờ) và đi bằng cách chèo thuyền đến điểm  $D$  cách  $C$  một khoảng  $\frac{9}{\sqrt{7}}$  km rồi từ đó chạy bộ đến điểm  $B$ . **Đáp số:** 1,3.

### Câu 5. Hướng dẫn giải

Ta thấy độ dài  $x$  (cm) của cạnh hình vuông bị cắt phải thỏa mãn điều kiện  $0 < x < 6$ .

Khi đó, thể tích của khối hộp là:

$$V(x) = x(12-2x)^2 = 4(x^3 - 12x^2 + 36x) \text{ với } 0 < x < 6.$$

Ta có:  $V'(x) = 4(3x^2 - 24x + 36)$ ,  $V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$  hoặc  $x = 6$ .

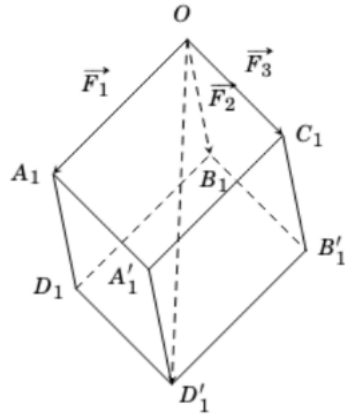
Bảng biến thiên của hàm số  $V(x)$  như sau:

$x$	0	2	6	
$V'(x)$		+	0	-
$V(x)$	0	↗ 128	↘ 0	

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng  $(0; 6)$ , hàm số  $V(x)$  đạt giá trị lớn nhất bằng 128 tại  $x = 2$ . Vậy để khối hộp tạo thành có thể tích lớn nhất thì  $x = 2$  (cm). **Đáp số:** 2.

### Câu 6. Hướng dẫn giải

Gọi  $A_1, B_1, C_1$  lần lượt là các điểm sao cho  $\overrightarrow{OA_1} = \vec{F}_1, \overrightarrow{OB_1} = \vec{F}_2, \overrightarrow{OC_1} = \vec{F}_3$ . Lấy các điểm  $D_1, A'_1, B'_1, D'_1$  sao cho  $OA_1D_1B_1.C_1A'_1D'_1B'_1$  là hình hộp như hình dưới đây.



Theo quy tắc hình hộp, ta có:  $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OD'_1}$ .

Mặt khác, do các lực căng  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  đôi một vuông góc và  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 15$  (N) nên hình hộp  $OA_1D_1B_1.C_1A'_1D'_1B'_1$  có ba cạnh  $OA_1, OB_1, OC_1$  đôi một vuông góc và bằng nhau.

Do đó, hình hộp  $OA_1D_1B_1.C_1A'_1D'_1B'_1$  là hình lập phương có độ dài cạnh bằng 15.

Suy ra độ dài đường chéo của hình lập phương đó bằng  $15\sqrt{3}$ .

Do chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$ , ở đó  $\vec{P}$  là trọng lực tác dụng lên chiếc đèn.

Vậy trọng lượng của chiếc đèn là  $|\vec{P}| = |\overrightarrow{OD'_1}| = 15\sqrt{3} \approx 26$  (N).

**Đáp số:** 26.

-----HẾT-----

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I – MÔN TOÁN – LỚP 12 – BỘ SÁCH**

**ĐỀ SỐ 4**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		$6$		$2$		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.  $(-\infty; 2)$ .      B.  $(-2; +\infty)$ .      C.  $(0; +\infty)$ .      D.  $(-2; 0)$ .

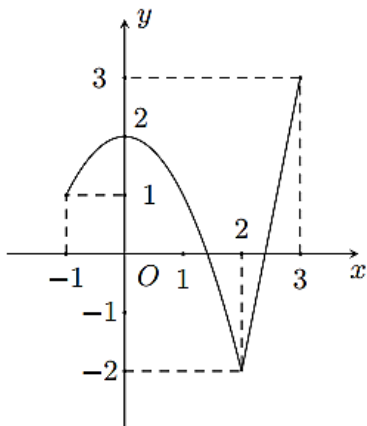
**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		$6$		$2$		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.  $-2$ .      B.  $0$ .      C.  $2$ .      D.  $6$ .

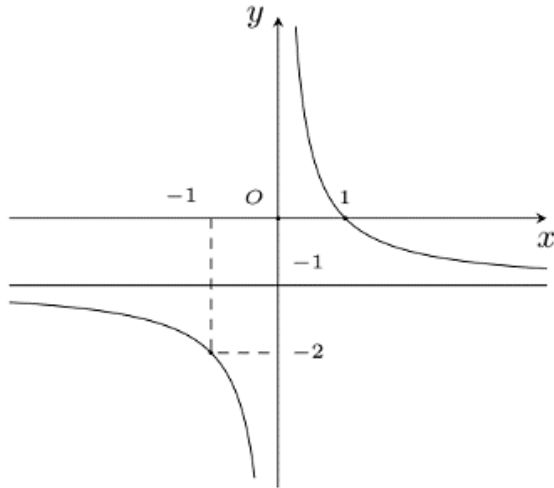
**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$  và có đồ thị như hình dưới đây.



Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[-1; 3]$ .  
 B. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-1; 3]$  bằng 3.  
 C. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-1; 3]$  bằng 2.  
 D. Hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất tại  $x = 0$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.



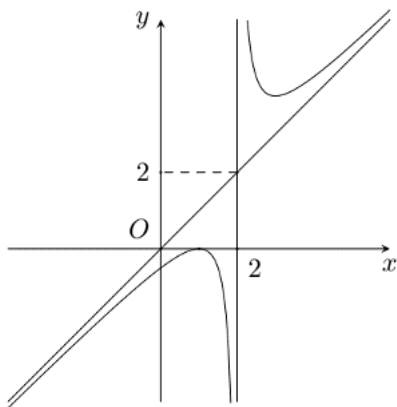
Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng  $x = -1$ , đường tiệm cận ngang  $y = 0$ .
- B. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng  $x = -1$ , đường tiệm cận ngang  $y = -1$ .
- C. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng  $x = 0$ , đường tiệm cận ngang  $y = 0$ .
- D. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng  $x = 0$ , đường tiệm cận ngang  $y = -1$ .

**Câu 5.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = x + 4 - \frac{10}{x+2}$  là đường thẳng

- A.  $y = x + 4$ .    B.  $y = x + 2$ .    C.  $y = -x - 4$ .    D.  $y = -x - 2$ .

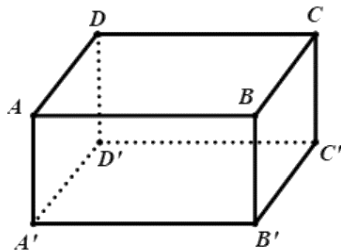
**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.



Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là

- A.  $(2; 2)$ .    B.  $(-2; -2)$ .    C.  $(-2; 2)$ .    D.  $(2; -2)$ .

**Câu 7.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .



Tổng  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'}$  bằng vectơ nào sau đây?

- A.  $\overline{AC}$ .    B.  $\overline{AC'}$ .    C.  $\overline{A'C'}$ .    D.  $\overline{A'C}$ .

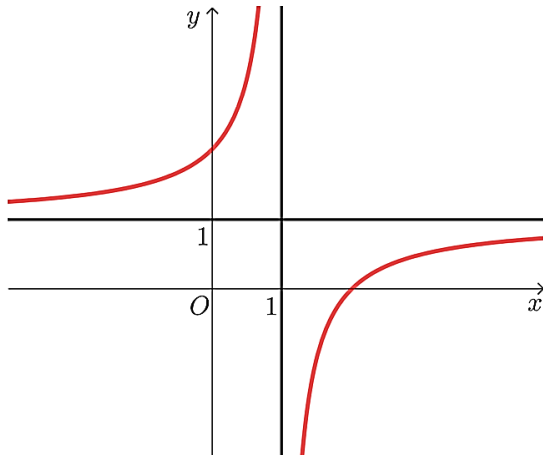
**Câu 8.** Cho hàm số  $y = x - \frac{1}{x}$ . Phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số đã cho có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .
- B. Hàm số đã cho nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .
- C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .
- D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

**Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$  trên đoạn  $[2; 4]$  bằng

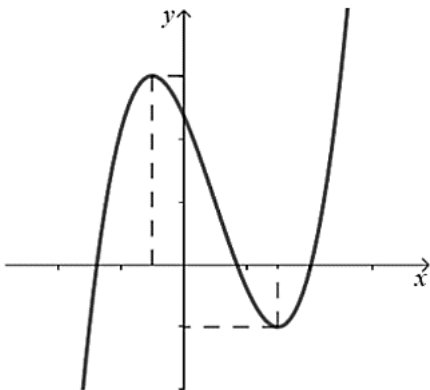
- A. 3.
- B.  $\frac{19}{3}$ .
- C. 6.
- D. 7.

**Câu 10.** Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau đây?



- A.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .
- B.  $y = \frac{x-2}{x-1}$ .
- C.  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .
- D.  $y = \frac{x-3}{x-2}$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$ .
- B.  $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$ .
- C.  $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$ .
- D.  $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$ .

**Câu 12.** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa mãn:  $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 4$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$ .

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A.  $\cos \alpha = \frac{3}{8}$ .
- B.  $\alpha = 30^\circ$ .
- C.  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ .
- D.  $\alpha = 60^\circ$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$		$+$	$-$	$+$
$y$		$0$	$-1$	$+\infty$

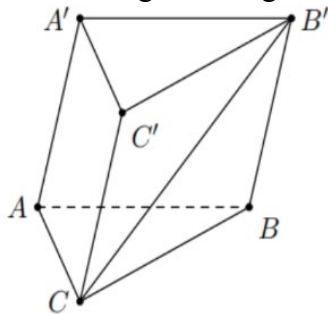
$-2 \xrightarrow{\quad} 0 \xrightarrow{\quad} -1 \xrightarrow{\quad} +\infty$

- Hàm số đã cho đồng biến trên  $(-1; +\infty)$ .
- Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = 0$ ; đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho bằng  $-2$ .
- Phương trình  $f(x) = -\frac{3}{2}$  có 1 nghiệm.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 + 4x + 7}{x + 1}$ .

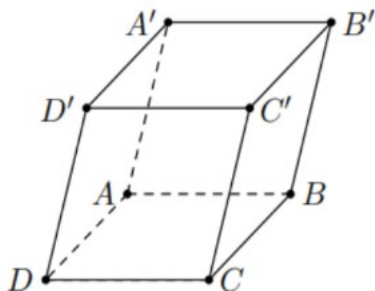
- Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng  $(-3; -1)$  và  $(-1; 1)$ .
- Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là  $-2$ .
- Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$ , tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = x + 3$ .
- Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  đi qua 6 điểm có tọa độ nguyên.

**Câu 3.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  (tham khảo hình vẽ). Khi đó:



- $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{BC}$ .
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AC'}$ .
- $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AA'}) = (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BB'}) = (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CC'})$ .
- $\overrightarrow{B'C} \cdot \overrightarrow{BA} = |\overrightarrow{B'C}| \cdot |\overrightarrow{BA}| \cdot \cos \widehat{A'CB'}$ .

**Câu 4.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$  và  $\widehat{ABC} = \widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 60^\circ$ . Khi đó:



- a)  $|\overline{AB}| = |\overline{BC}| = a$ .                      b)  $\overline{AA'} \cdot \overline{AB} = a^2$ .
- c)  $|\overline{D'A'} + \overline{D'C'}| = a\sqrt{3}$ .                      d)  $\overline{AA'} \cdot \overline{AC} = a^2$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+m}{x+2024}$  đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?
- Câu 2.** Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2 \cos^3 x - \frac{9}{2} \cos^2 x + 3 \cos x + \frac{1}{2}$ . Giá trị của biểu thức  $3M - 2m$  bằng bao nhiêu?
- Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $\overline{SA} = \vec{a}, \overline{SB} = \vec{b}, \overline{SC} = \vec{c}$  và các điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, SC$ . Các điểm  $P, Q$  nằm trên các đường thẳng  $SA, BN$  sao cho  $PQ \parallel CM$ . Khi biểu diễn vector  $\overline{PQ}$  theo ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , ta được:  $\overline{PQ} = -\frac{m}{n}\vec{a} - \frac{p}{q}\vec{b} + \frac{r}{z}\vec{c}$  (với  $\frac{m}{n}, \frac{p}{q}, \frac{r}{z}$  là các phân số tối giản và  $m, n, p, q, r, z \in \mathbb{Z}$ ). Giá trị của biểu thức  $\frac{m}{n} + \frac{p}{q} + \frac{r}{z}$  bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?
- Câu 4.** Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe Honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu triệu đồng để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.
- Câu 5.** Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60 cm, thể tích là 96 000 cm<sup>3</sup>, người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70 000 đồng/m<sup>2</sup> và loại kính để làm mặt đáy có giá thành là 100 000 đồng/m<sup>2</sup>. Chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là bao nhiêu nghìn đồng?
- Câu 6.** Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 120° và có độ lớn lần lượt là 15 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 9 N. Độ lớn của hợp lực của ba lực trên bằng bao nhiêu Newton (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

-----HẾT-----

**C. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

*Bảng đáp án*

1. C	2. C	3. B	4. D	5. A	6. A
7. B	8. B	9. C	10. B	11. D	12. A

*Hướng dẫn giải chi tiết từng câu*

**Câu 1. Đáp án đúng là: C**

Từ bảng biến thiên, ta thấy: Trên các khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(0; +\infty)$ ,  $f'(x) > 0$ , do đó hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng này.

**Câu 2. Đáp án đúng là: C**

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy  $f'(x)$  đổi dấu từ âm sang dương khi qua điểm  $x = 0$  nên hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm  $x = 0$ , giá trị cực tiểu  $f_{CT} = 2$ .

**Câu 3. Đáp án đúng là: B**

Từ đồ thị, ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-1; 3]$  bằng 3, đạt được tại  $x = 3$ .

**Câu 4. Đáp án đúng là: D**

Dựa vào đồ thị, ta thấy: Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng  $x = 0$  (trục hoành), đường tiệm cận ngang  $y = -1$ .

**Câu 5. Đáp án đúng là: A**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x + 4)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -\frac{10}{x + 2} \right) = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x + 4)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\frac{10}{x + 2} \right) = 0$ .

Do đó, đường thẳng  $y = x + 4$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 6. Đáp án đúng là: A**

Đồ thị hàm số đã cho nhận giao điểm của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Dựa vào đồ thị, ta thấy, giao điểm này có tọa độ là  $(2; 2)$ .

**Câu 7. Đáp án đúng là: B**

Theo quy tắc hình hộp, ta có:  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$ .

**Câu 8. Đáp án đúng là: B**

TXĐ của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

Ta có:  $y' = 1 + \frac{1}{x^2}$ ;  $y' > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

Do đó, hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

Vậy đáp án B sai.

**Câu 9. Đáp án đúng là: C**

• Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

• Ta có:  $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$ . Khi đó, trên khoảng  $(2; 4)$ ,  $y' = 0$  khi  $x = 3$ .

•  $y(2) = 7$ ;  $y(3) = 6$ ;  $y(4) = \frac{19}{3}$ .



Từ đó suy ra  $\min_{[2;4]} y = y(3) = 6$ .

**Câu 10. Đáp án đúng là: B**

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = 1$  và tiệm cận ngang là  $y = 1$ , do vậy ta loại hai đáp án là C và D.

Xét đáp án A có  $y = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0$  nên hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$

và  $(1; +\infty)$ , do đó đồ thị hàm số này đi xuống từ trái sang phải trên các khoảng này, vậy loại đáp án A và chọn đáp án B.

**Câu 11. Đáp án đúng là: D**

Ta có đồ thị cắt trục tung tại  $y_0 > 0$ , suy ra  $d > 0$ .

Từ đồ thị, ta thấy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ , do đó hệ số  $a > 0$ .

Ta có  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ .

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nên phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  (giả sử  $x_1 < x_2$ ) thỏa mãn:

$$x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b < 0;$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c < 0.$$

Vậy  $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$ .

**Câu 12. Đáp án đúng là: A**

Ta có:  $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

$$\text{Suy ra } \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2}{2} = \frac{4^2 + 3^2 - 4^2}{2} = \frac{9}{2}.$$

$$\text{Do đó, } \cos \alpha = \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{\frac{9}{2}}{4 \cdot 3} = \frac{3}{8}, \text{ suy ra } \alpha \approx 68^\circ.$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1. a) S,            b) Đ,            c) S,            d) Đ.**

**Hướng dẫn giải**

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy:

- Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(1; +\infty)$ . Do đó, ý a) sai.
- Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = 0$ ; đạt cực tiểu tại  $x = 1$ . Do đó, ý b) đúng.

– Ta có  $-2 < f(x)$  nhưng không tồn tại giá trị của  $x$  để  $f(x) = -2$  nên hàm số đã cho không có giá trị nhỏ nhất, vậy ý c) sai.

– Vì  $-2 < -\frac{3}{2} < -1$  nên từ bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng  $y = -\frac{3}{2}$  cắt đồ thị hàm số

$y = f(x)$  tại 1 điểm. Do đó, phương trình  $f(x) = -\frac{3}{2}$  có duy nhất 1 nghiệm. Vậy ý d) đúng.

**Câu 2. a) Đ,            b) S,            c) Đ,            d) Đ.**

**Hướng dẫn giải**

Xét hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 + 4x + 7}{x+1} = x + 3 + \frac{4}{x+1}$ .

– Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

– Ta có  $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$ ;  $y' = 0$  khi  $x = -3$  hoặc  $x = 1$ .

Bảng biến thiên của hàm số:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow -2$	$\searrow -\infty$	$+\infty$	$\searrow 6$	$\nearrow +\infty$

– Hàm số đồng biến trên từng khoảng  $(-\infty; -3)$  và  $(1; +\infty)$ ; nghịch biến trên từng khoảng  $(-3; -1)$  và  $(-1; 1)$ . Do đó, ý a) đúng.

– Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại  $x = 1$ ,  $y_{CT} = 6$ ; đạt cực đại tại  $x = -3$ ,  $y_{CD} = -2$ . Do đó, ý b) sai.

– Tiệm cận: Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$ , tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = x + 3$ . Do đó, ý c) đúng.

– Giả sử đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là  $(C)$ .

Điểm  $M(x; y) \in (C)$  có tọa độ nguyên khi  $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\} \\ 4 \vdots (x+1) \end{cases}$ .

Vì  $U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$  nên ta có bảng sau:

$x+1$	$-4$	$-2$	$-1$	$1$	$2$	$4$
$x$	$-5$ (tm)	$-3$ (tm)	$-2$ (tm)	$0$ (tm)	$1$ (tm)	$3$ (tm)

Vậy đồ thị hàm số  $y = f(x)$  đi qua 6 điểm có tọa độ nguyên nên ý d) đúng.

**Câu 3.** a) Đ, b) Đ, c) Đ, d) S.

**Hướng dẫn giải**

– Ta có:  $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC}$  nên  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ , do đó ý a) đúng.

– Ta có:  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$  nên  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AC'}$ , do đó ý b) đúng.

– Vì  $ABC.A'B'C'$  là hình lăng trụ nên  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$ , do đó:

$$(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AA'}) = (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BB'}) = (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CC'}).$$

Vậy ý c) đúng.

– Vì  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B'A'}$  nên  $(\overrightarrow{B'C}, \overrightarrow{BA}) = (\overrightarrow{B'C}, \overrightarrow{B'A'}) = \widehat{A'B'C}$ .

Khi đó,  $\overrightarrow{B'C} \cdot \overrightarrow{BA} = |\overrightarrow{B'C}| \cdot |\overrightarrow{BA}| \cdot \cos(\overrightarrow{B'C}, \overrightarrow{BA}) = |\overrightarrow{B'C}| \cdot |\overrightarrow{BA}| \cdot \cos \widehat{A'B'C}$ . Vậy ý d) sai.

**Câu 4.** a) Đ, b) S, c) Đ, d) Đ.

**Hướng dẫn giải**

– Theo bài ra, ta có  $AB = BC = a$  nên  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = a$ . Do đó, ý a) đúng.

– Ta có:  $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AA'}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{AB})$

$$= |\overrightarrow{AA'}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos \widehat{A'AB} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}.$$

Do đó, ý b) sai.

– Ta có  $\widehat{DAB} = 180^\circ - \widehat{ABC} = 120^\circ$ .

Áp dụng định lí côsin trong tam giác  $ABD$ , ta có:

$$DB = \sqrt{AD^2 + AB^2 - 2AD \cdot AB \cdot \cos \widehat{DAB}} = a\sqrt{3}.$$

Theo quy tắc hình bình hành, ta có  $\overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{D'C'} = \overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{DB}$ .

Suy ra  $|\overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{D'C'}| = |\overrightarrow{DB}| = DB = a\sqrt{3}$ . Vậy ý c) đúng.

– Ta có:  $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} = |\overrightarrow{AA'}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cdot \cos(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{AD})$

$$= |\overrightarrow{AA'}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cdot \cos \widehat{A'AD} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}.$$

Khi đó,  $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} = a^2$ .

Vậy ý d) đúng.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1. Hướng dẫn giải**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{-2024\}$ .

$$\text{Ta có: } y' = \frac{2024 - m}{(x + 2024)^2}.$$

Để hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định của nó thì đạo hàm  $y' > 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2024\}$ , điều này xảy ra khi  $2024 - m > 0$ , tức là  $m < 2024$ .

Mà  $m \in \mathbb{Z}^+$ , do đó  $m \in \{1; 2; \dots; 2023\}$ . Vậy có 2023 giá trị của  $m$  thỏa mãn bài toán.

**Đáp số:** 2023.

### Câu 2. Hướng dẫn giải

$$\text{Đặt } t = \cos x \in [-1; 1], \text{ khi đó } y = f(t) = 2t^3 - \frac{9}{2}t^2 + 3t + \frac{1}{2}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 2t^3 - \frac{9}{2}t^2 + 3t + \frac{1}{2} \text{ với } t \in [-1; 1].$$

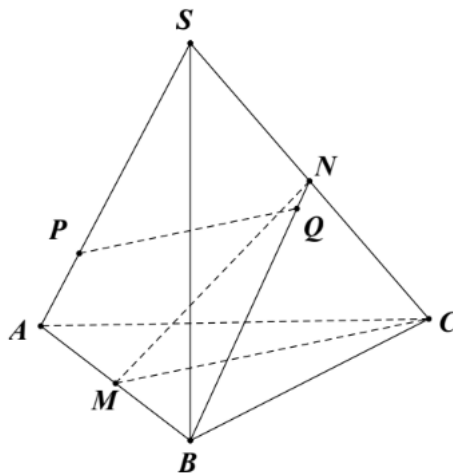
$$\text{Ta có: } f'(t) = 8t^2 - 9t + 3 = 8\left(t - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{15}{32} > 0 \forall t.$$

Do đó, hàm số  $f(t)$  đồng biến trên  $[-1; 1]$ .

$$\text{Suy ra } M = \max y = \max_{[-1; 1]} f(t) = f(1) = 1; m = \min y = \min_{[-1; 1]} f(t) = f(-1) = -9.$$

$$\text{Vậy } 3M - 2m = 3 \cdot 1 - 2 \cdot (-9) = 21. \text{ **Đáp số: 21.}**$$

### Câu 3. Hướng dẫn giải



$$\text{Đặt } \overline{PA} = x\overline{SA}, \overline{BQ} = y\overline{BN}.$$

$$\text{Khi đó, } \overline{PQ} = \overline{PA} + \overline{AB} + \overline{BQ} = x\overline{SA} + (\overline{SB} - \overline{SA}) + y(\overline{SN} - \overline{SB})$$

$$= (x-1)\overline{SA} + (1-y)\overline{SB} + y\overline{SN} = (x-1)\overline{SA} + (1-y)\overline{SB} + \frac{y}{2}\overline{SC}$$

$$= (x-1)\vec{a} + (1-y)\vec{b} + \frac{y}{2}\vec{c}.$$

Lại có  $\overline{CM} = \overline{SM} - \overline{SC} = \frac{1}{2}(\overline{SA} + \overline{SB}) - \overline{SC} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$ .

Vì  $PQ \parallel CM$  nên tồn tại số thực  $k \neq 0$  sao cho  $\overline{PQ} = k\overline{CM}$ .

Suy ra  $\frac{x-1}{\frac{1}{2}} = \frac{1-y}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$ .

Khi đó,  $\overline{PQ} = -\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{c}$ . Vậy  $\frac{m}{n} + \frac{p}{q} + \frac{r}{z} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \approx 1,3$ .

**Đáp số:** 1,3.

**Câu 4. Hướng dẫn giải**

Gọi  $x$  (triệu đồng) là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá ( $0 \leq x \leq 4$ ).

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là  $31 - x - 27 = 4 - x$  (triệu đồng).

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là  $600 + 200x$  (chiếc).

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là:

$$L(x) = (4 - x)(600 + 200x) = -200x^2 + 200x + 2400 \text{ (triệu đồng)}.$$

Xét hàm số  $L(x) = -200x^2 + 200x + 2400$  trên đoạn  $[0; 4]$ .

Ta có  $L'(x) = -400x + 200$ . Trên khoảng  $(0; 4)$ ,  $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ .

$$L(0) = 2400; L\left(\frac{1}{2}\right) = 2450; L(4) = 0.$$

Suy ra  $\max_{[0;4]} L(x) = 2450$  tại  $x = \frac{1}{2}$ .

Vậy cần giảm giá mỗi chiếc xe  $\frac{1}{2} = 0,5$  triệu đồng, tức là giá bán mới của mỗi chiếc xe là 30,5

triệu đồng thì lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất. **Đáp số:** 30,5.

**Câu 5. Hướng dẫn giải**

Diện tích của đáy bể là:  $S = \frac{V}{h} = \frac{96\,000}{60} = 1600 \text{ cm}^2 = 0,16 \text{ m}^2$ .

Gọi chiều dài đáy của bể là  $x$  (m,  $x > 0$ ).

Chiều rộng đáy của bể là  $\frac{0,16}{x}$  (m).

Chi phí để hoàn thành bể cá là:

$$F(x) = 0,16 \cdot 100\,000 + 2 \cdot 0,6 \cdot x \cdot 70\,000 + 2 \cdot 0,6 \cdot \frac{0,16}{x} \cdot 70\,000$$

$$= 16000 + 84000x + \frac{13440}{x} \text{ (đồng)}.$$

Xét hàm số  $F(x) = 16000 + 84000x + \frac{13440}{x}$  với  $x \in (0; +\infty)$ .

Ta có:  $F'(x) = 84000 - \frac{13440}{x^2}$ . Trên khoảng  $(0; +\infty)$ ,  $F'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0,4$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $F(x)$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  như sau:

$x$	0	0,4	$+\infty$
$F'(x)$	-	0	+
$F(x)$	$+\infty$	83 200	$+\infty$

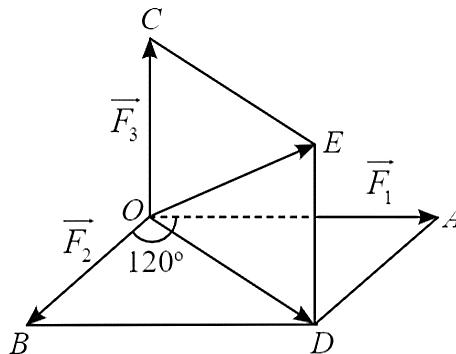
Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy  $\min_{(0; +\infty)} F(x) = F(0,4) = 83200$ .

Vậy chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là 83200 đồng = 83,2 nghìn đồng.

**Đáp số:** 83,2.

### Câu 6. Hướng dẫn giải

Gọi  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  lần lượt là ba lực tác động vào một vật đặt tại điểm  $O$  như hình vẽ dưới đây.



Ta có:  $\vec{F}_1 = \vec{OA}, \vec{F}_2 = \vec{OB}, \vec{F}_3 = \vec{OC}$ .

Độ lớn các lực:  $F_1 = OA = 15 \text{ N}, F_2 = OB = 12 \text{ N}, F_3 = OC = 9 \text{ N}$ .

Dựng hình bình hành  $OADB$ . Theo quy tắc hình bình hành, ta có  $\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{OB}$ .

Suy ra  $\vec{OD}^2 = (\vec{OA} + \vec{OB})^2 = \vec{OA}^2 + \vec{OB}^2 + 2\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ .

Mà  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = OA \cdot OB \cdot \cos(\vec{OA}, \vec{OB})$ , suy ra  $OD^2 = OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 120^\circ$ .

Dựng hình bình hành  $ODEC$ .

Tổng lực tác động vào vật là  $\vec{F} = \vec{OE} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$ .

Độ lớn của hợp lực tác động vào vật là  $F = OE$ .

Vì  $OC \perp (OADB)$  nên  $OC \perp OD$ , suy ra  $ODEC$  là hình chữ nhật.

Do đó, tam giác  $ODE$  vuông tại  $D$ .

$$\begin{aligned} \text{Khi đó, } OE^2 &= OC^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 120^\circ \\ &= 9^2 + 15^2 + 12^2 + 2 \cdot 15 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 270. \end{aligned}$$

Vậy  $F = OE = \sqrt{270} \approx 16,4$  (N). **Đáp số:** 16,4.

-----**HẾT**-----

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I – MÔN TOÁN – LỚP 12 – BỘ SÁCH**

**ĐỀ SỐ 5**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

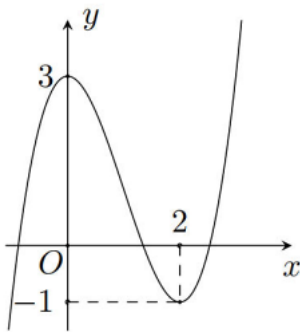
**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm  $y'$  như sau:

$x$	$-\infty$	3	7	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	0	+

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.  $(-\infty; 3)$ .      B.  $(-\infty; 7)$ .      C.  $(3; 7)$ .      D.  $(3; +\infty)$ .

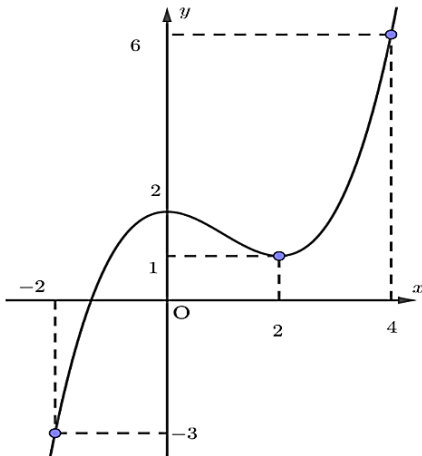
**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3.      B. 0.      C. 2.      D. -1.

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[0; 4]$  bằng bao nhiêu?

- A. -3.      B. 2.      C. 1.      D. 6.



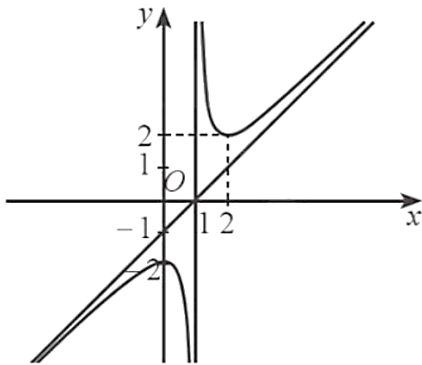
**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$+\infty$
$f'(x)$	-		+	
$f(x)$	$-1$	$+\infty$	$3$	$1$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3.      B. 2.      C. 1.      D. 0.

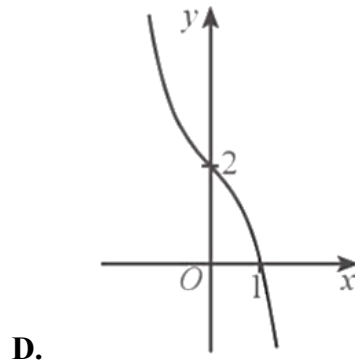
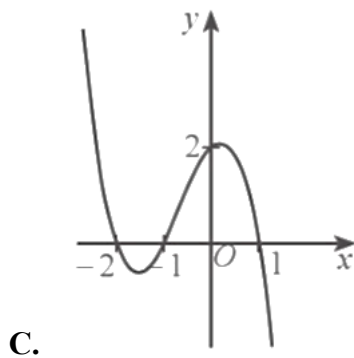
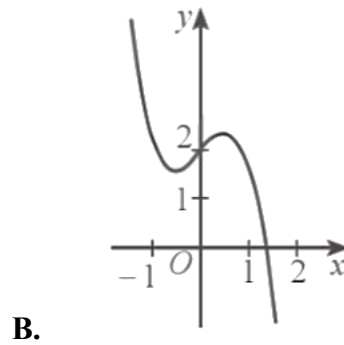
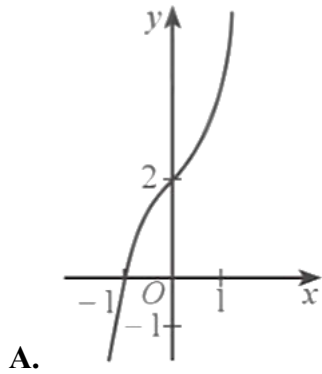
**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  (với  $a, m \neq 0$ ) có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.



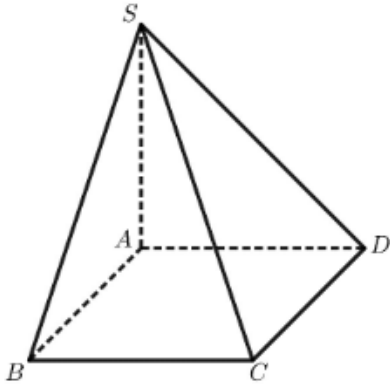
Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng

- A.  $y = x - 1$ .      B.  $y = x + 1$ .      C.  $y = -x - 1$ .      D.  $y = -x + 1$ .

**Câu 6.** Đồ thị hàm số  $y = -x^3 - x + 2$  là đường cong nào trong các đường cong sau?



**Câu 7.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ .



Trong các vector có điểm đầu và điểm cuối phân biệt thuộc tập hợp các đỉnh của hình chóp tứ giác, có bao nhiêu vector có giá nằm trong mặt phẳng  $(SCD)$ ?

- A. 3.                      B. 2.                      C. 6.                      D. 0.

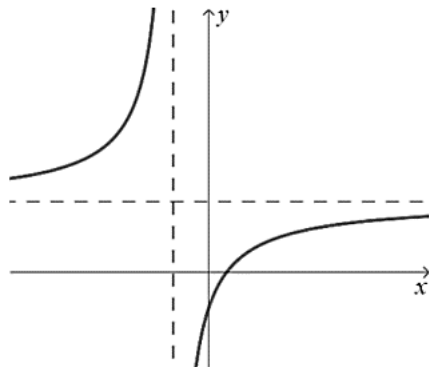
**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{3x+1}{1-x}$ . Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .  
 B. Hàm số đã cho nghịch biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .  
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .  
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .

**Câu 9.** Trên đoạn  $[1; 5]$ , giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = \sqrt{11-2x}$  bằng

- A. 3.                      B. 1.                      C. 5.                      D. 0.

**Câu 10.** Cho đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  (với  $c \neq 0$ ) có đồ thị như hình dưới đây.



Biết rằng  $a$  là số thực dương, hỏi trong các số  $b, c, d$  có bao nhiêu số dương?

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.





**Câu 2.** Cho hàm số  $y = e^x(x^2 - 3)$ , gọi  $M = \frac{a}{e^b}$  ( $a, b \in \mathbb{N}$ ) là giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-5; -2]$ . Giá trị của biểu thức  $P = a + b$  bằng bao nhiêu?

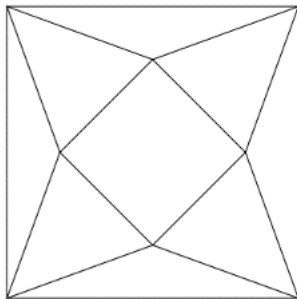
**Câu 3.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = a$  và  $AA' = a\sqrt{2}$ . Số đo góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AB'}$  và  $\overrightarrow{BC'}$  bằng bao nhiêu độ?

**Câu 4.** Một doanh nghiệp sản xuất một loại sản phẩm. Giả sử tổng chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản xuất và bán hết  $x$  sản phẩm đó được cho bởi:

$$f(x) = 0,0001x^2 + 0,2x + 10\,000 \quad (x \geq 1). \text{ Tỉ số } M(x) = \frac{f(x)}{x} \quad (x \geq 1) \text{ được gọi là chi phí}$$

trung bình cho một sản phẩm khi bán ra. Hãy cho biết doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để chi phí trung bình là nhỏ nhất.

**Câu 5.** Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm, bạn Nhi cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều như hình sau.



6 dm

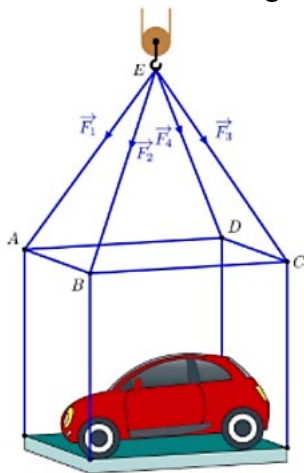
Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Câu 6.** Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật  $ABCD$ , mặt phẳng  $(ABCD)$  song song với mặt phẳng nằm ngang.

Khung sắt đó được buộc vào móc  $E$  của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp

$EA, EB, EC, ED$  có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng  $(ABCD)$  một góc bằng  $60^\circ$ .

Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng.



Trọng lượng của chiếc xe ô bằng bao nhiêu Newton (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng các lực căng  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  đều có cường độ là 4500 N và trọng lượng của khung sắt là 2700 N.

-----HÉT-----

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

### PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

#### Bảng đáp án

1. C	2. A	3. C	4. A	5. A	6. D
7. C	8. C	9. A	10. C	11. D	12. D

#### Hướng dẫn giải chi tiết từng câu

##### Câu 1. Đáp án đúng là: C

Từ bảng xét dấu, ta thấy: Trên khoảng  $(3;7)$ ,  $y' < 0$ , do đó hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng này.

##### Câu 2. Đáp án đúng là: A

Dựa vào đồ thị, ta suy ra hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm  $x = 0$  và giá trị cực đại  $f_{CD} = 3$ .

##### Câu 3. Đáp án đúng là: C

Xét đồ thị hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0;4]$  như hình vẽ: Hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất tại  $x = 2$ ;  $\min_{[0;4]} y = f(2) = 1$ .

##### Câu 4. Đáp án đúng là: A

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy:

+)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ . Do đó, đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận ngang là các đường thẳng  $y = 1$  và  $y = -1$ .

+)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$ . Do đó, đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$ .

##### Câu 5. Đáp án đúng là: A

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng đi qua hai điểm  $(1;0)$  và  $(0;-1)$ , chính là đường thẳng  $y = x - 1$ .

Do đó, đường thẳng  $y = x - 1$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

##### Câu 6. Đáp án đúng là: D

Xét hàm số:  $y = -x^3 - x + 2$ .

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

Ta có:  $y' = -3x^2 - 1$ ;  $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Do đó, hàm số đã cho nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  nên đồ thị hàm số này đi xuống từ trái qua phải, vậy đường cong ở phương án D thỏa mãn.

##### Câu 7. Đáp án đúng là: C

Có 6 vectơ thỏa mãn là:  $\overline{SC}$ ;  $\overline{CS}$ ;  $\overline{SD}$ ;  $\overline{DS}$ ;  $\overline{CD}$ ;  $\overline{DC}$ .

**Câu 8. Đáp án đúng là: C**

TXĐ của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Ta có:  $y' = \frac{4}{(1-x)^2}$ ;  $y' > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Do đó, hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .

**Câu 9. Đáp án đúng là: A**

• Tập xác định của hàm số là  $\left(-\infty; \frac{11}{2}\right]$ . Do đó, hàm số  $f(x) = \sqrt{11-2x}$  liên tục và xác định trên đoạn  $[1; 5]$ .

• Ta có:  $f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{11-2x}}$ ;  $f'(x) < 0 \forall x \in [1; 5]$ .

Từ đó suy ra  $\max_{[1;5]} f(x) = f(1) = \sqrt{11-2} = 3$ .

**Câu 10. Đáp án đúng là: C**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{d}{c}\right\}$ .

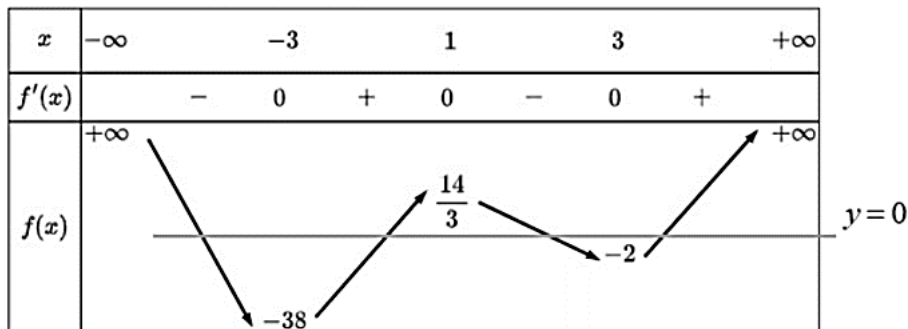
Ta có:  $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ .

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số:  $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow c > 0$  (do  $a > 0$ ).

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số:  $x = -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow d > 0$ .

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ  $x_0 = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow b < 0$ .

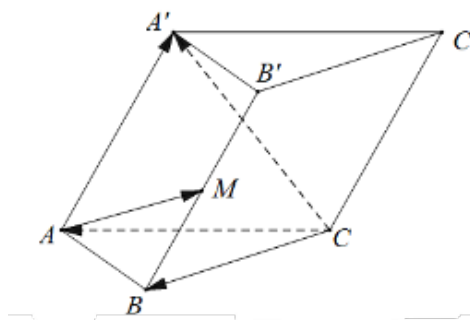
**Câu 11. Đáp án đúng là: D**



Từ bảng biến thiên, ta thấy trục hoành (đường thẳng  $y = 0$ ) cắt đồ thị hàm số đã cho tại 4 điểm.

**Câu 12. Đáp án đúng là: D**





Ta có:  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

## PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. a) Đ, b) Đ, c) S, d) Đ.

### Hướng dẫn giải

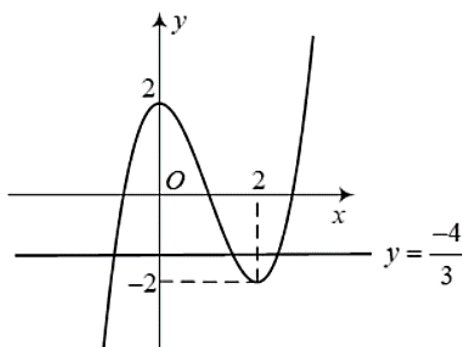
Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy:

– Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$  do trên khoảng này đồ thị của hàm số đi lên từ trái qua phải. Vậy ý a) đúng.

– Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = 0$ ; đạt cực tiểu tại  $x = 2$ . Do đó, ý b) đúng.

– Trên đoạn  $[0; 2]$ , hàm số đạt giá trị lớn nhất tại  $x = 0$ ,  $\max_{[0; 2]} f(x) = f(0) = 2$ . Do đó, ý c) sai.

– Ta có  $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3}$ .



Đường thẳng  $y = -\frac{4}{3}$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 3 điểm nên phương trình  $f(x) = -\frac{4}{3}$  có 3

nghiệm, tức là phương trình  $3f(x) + 4 = 0$  có 3 nghiệm.

Vậy ý d) đúng.

Câu 2. a) S, b) Đ, c) Đ, d) S.

### Hướng dẫn giải

Xét hàm số  $y = f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ .

– Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

– Ta có  $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$ ;  $y' > 0$  với mọi  $x \neq -1$ .

– Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ . Do đó, ý a) sai.

– Hàm số đã cho không có cực trị. Do đó, ý b) đúng.

– Tiệm cận:

+)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$ . Do đó, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $y = 2$ .

+)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-1}{x+1} = +\infty$ . Do đó, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $x = -1$ .

Vậy ý c) đúng.

– Gọi  $x_0$  là hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến của  $(C)$  thỏa mãn yêu cầu bài toán. Khi đó, hệ số góc của tiếp tuyến này là  $f'(x_0) = \frac{3}{(x_0+1)^2}$ .

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng  $y = x$  có hệ số góc là  $k = 1$  nên

$$f'(x_0) = \frac{3}{(x_0+1)^2} = 1, \text{ suy ra } x_0 = -1 + \sqrt{3} \text{ hoặc } x_0 = -1 - \sqrt{3}.$$

Vì đường thẳng  $y = x$  và  $(C)$  có hai giao điểm nên  $y = x$  không phải là tiếp tuyến của đồ thị hàm số.

Vậy tổng hoành độ của hai tiếp điểm là  $k = -1 + \sqrt{3} + (-1) - \sqrt{3} = -2$ , đây không phải là một số chính phương. Do đó, ý d) sai.

**Câu 3. a) Đ,            b) S,            c) Đ,            d) S.**

### **Hướng dẫn giải**

– Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp chữ nhật nên  $AD'C'B$  là hình bình hành, do đó  $\overline{AD'} = \overline{BC'}$ .

Vậy ý a) đúng.

– Tam giác  $ABD$  vuông cân tại  $A$  có  $AB = AD = 1$ , suy ra  $|\overline{BD}| = BD = \sqrt{2}$ .

Tam giác  $CDD'$  vuông tại  $D$  có  $CD = AB = 1, DD' = AA' = 2$ , suy ra  $|\overline{CD'}| = CD' = \sqrt{5}$ .

Vậy ý b) sai.

– Ta có  $\overline{AC'} + \overline{CA'} + 2\overline{CC'} = (\overline{AC'} + \overline{C'C}) + (\overline{C'C} + \overline{CA'}) = \overline{AC} + \overline{C'A'} = \overline{AC} + \overline{CA} = \vec{0}$ .

Do đó, ý c) đúng.

– Vì  $A'B' \perp (ADD'A')$  nên  $A'B' \perp AD$ , do đó  $\overline{AD} \cdot \overline{A'B'} = 0$ . Vậy ý d) sai.

Câu 4. a) S,                    b) Đ,                    c) Đ,                    d) Đ.

**Hướng dẫn giải**

– Vì  $G$  là trung điểm của  $IJ$  nên  $\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{JG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{JI} + \frac{1}{2}\overrightarrow{JI} = \overrightarrow{JI} \neq \vec{0}$ . Do đó, ý a) sai.

– Ta có: 
$$\begin{cases} \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CJ} \\ \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DJ} \end{cases}$$

Suy ra  $2\overrightarrow{IJ} = (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) + (\overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{DJ}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ . Vậy ý b) đúng.

– Ta có: 
$$\begin{aligned} \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} &= (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}) + (\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) \\ &= 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = 2(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}) = \vec{0}. \end{aligned}$$

Vậy ý c) đúng.

– Ta có:  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG} + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = 4\overrightarrow{MG}$ .

Suy ra  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = 4|\overrightarrow{MG}| = 4MG$ .

Vậy  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$  nhỏ nhất khi  $MG$  nhỏ nhất, tức là  $MG = 0$  hay  $M \equiv G$ .

Do đó, ý d) đúng.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1. Hướng dẫn giải**

Xét hàm số  $g(x) = f(x) + x$  có  $g'(x) = f'(x) + 1$ .

Dựa vào đồ thị hàm số  $y = f'(x)$ , ta có:  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $g(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$				
$g'(x)$		$-$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$g(x)$		↘		CT	↗		CĐ	↘	

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số  $g(x)$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = 1$ .

**Đáp số:** 1.

**Câu 2. Hướng dẫn giải**

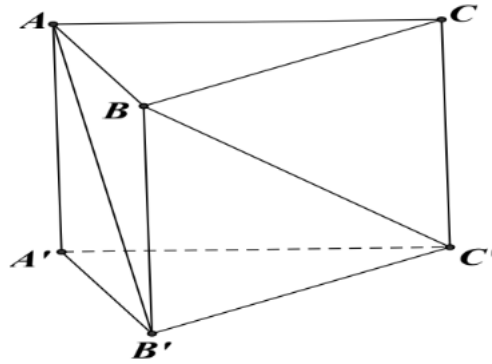
Ta có  $y' = e^x(x^2 + 2x - 3)$ .

Trên khoảng  $(-5; -2)$ ,  $y' = 0 \Leftrightarrow x = -3$ .

$$y(-5) = \frac{22}{e^5}; y(-3) = \frac{6}{e^3}; y(-2) = \frac{1}{e^2}.$$

Do đó,  $\max_{[-5;-2]} y = \frac{6}{e^3}$ , suy ra  $a = 6, b = 3$ . Vậy  $P = a + b = 6 + 3 = 9$ . **Đáp số:** 9.

**Câu 3. Hướng dẫn giải**



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overline{AB'} \cdot \overline{BC'} &= (\overline{AB} + \overline{BB'}) (\overline{BC} + \overline{CC'}) \\ &= \overline{AB} \cdot \overline{BC} + \overline{AB} \cdot \overline{CC'} + \overline{BB'} \cdot \overline{BC} + \overline{BB'} \cdot \overline{CC'} \\ &= -\overline{BA} \cdot \overline{BC} + 0 + 0 + \overline{BB'} \cdot \overline{BB'} \\ &= -BA \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} + \overline{BB'}^2 \\ &= -a \cdot a \cdot \cos 60^\circ + (a\sqrt{2})^2 = -\frac{a^2}{2} + 2a^2 = \frac{3a^2}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó, } \cos(\overline{AB'}, \overline{BC'}) = \frac{\overline{AB'} \cdot \overline{BC'}}{|\overline{AB'}| \cdot |\overline{BC'}|} = \frac{\frac{3a^2}{2}}{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3}} = \frac{1}{2}. \text{ Suy ra } (\overline{AB'}, \overline{BC'}) = 60^\circ.$$

**Đáp số:** 60.

**Câu 4. Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta thấy } M(x) = \frac{0,0001x^2 + 0,2x + 10000}{x} = 0,0001x + \frac{10000}{x} + 0,2.$$

Xét hàm số  $M(x) = 0,0001x + \frac{10000}{x} + 0,2$ , với  $x \geq 1$ .

$$\text{Ta có: } M'(x) = 0,0001 - \frac{10000}{x^2};$$

$$M'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10000 \text{ (do } x \geq 1).$$

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

$x$	1	10 000	$+\infty$
$M'(x)$	-	0	+
$M(x)$	$M(1) \approx 10\,000,2$	2,2	$+\infty$

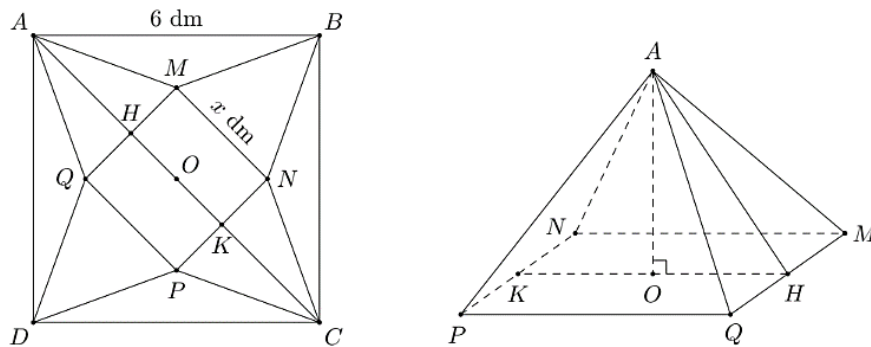
Căn cứ bảng biến thiên, ta có:  $\min_{[1;+\infty)} M(x) = 2,2$  tại  $x = 10\,000$ .

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất 10000 sản phẩm để chi phí trung bình là nhỏ nhất.

**Đáp số:** 10000.

### Câu 5. Hướng dẫn giải

Giả sử miếng bìa hình vuông  $ABCD$ , đáy của hình chóp tứ giác đều là hình vuông  $MNPQ$  tâm  $O$  có cạnh bằng  $x$  dm ( $0 < x < 6\sqrt{2}$ ) như hình vẽ. Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $MQ$  và  $NP$ .



Vì  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng 6 dm nên  $AC = 6\sqrt{2}$  dm,  $HK = x$  dm.

Ta có  $AH = \frac{AC - HK}{2} = 3\sqrt{2} - \frac{x}{2}$  dm.

Đường cao của hình chóp tứ giác đều là:

$$h = AO = \sqrt{AH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{18 - 3\sqrt{2}x} \text{ (dm)}.$$

Thể tích của khối chóp là:

$$V = \frac{1}{3}hx^2 = \frac{1}{3}x^2\sqrt{18 - 3\sqrt{2}x} = \frac{1}{3}\sqrt{x^4(18 - 3\sqrt{2}x)} \text{ (dm}^3\text{)}.$$

Để tìm giá trị lớn nhất của  $V$  ta đi tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$f(x) = x^4(18 - 3\sqrt{2}x) \text{ với } 0 < x \leq 3\sqrt{2}.$$

Ta có:  $f'(x) = x^3(-15\sqrt{2}x + 72)$ ,  $f'(x) = 0$  khi  $x = 0$  hoặc  $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $f(x)$  như sau:

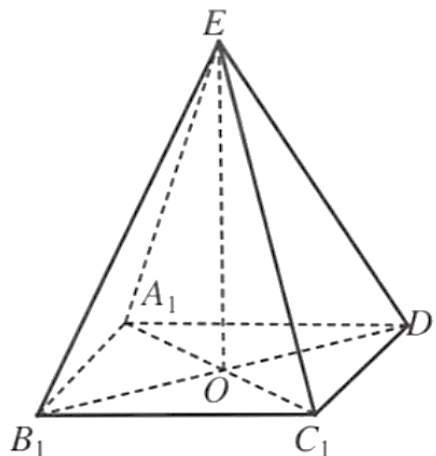
$x$	0		$\frac{12\sqrt{2}}{5}$		$3\sqrt{2}$
$f'(x)$	0	+	0	-	
$f(x)$	0	$f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)$			0

Từ bảng biến thiên, ta có  $\max_{(0,3\sqrt{2}] } f(x) = f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right) \approx 477,76$ .

Vậy thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng  $V_{\max} \approx \frac{1}{3}\sqrt{477,76} \approx 7,3$  (dm<sup>3</sup>).

**Đáp số:** 7,3.

**Câu 6. Hướng dẫn giải**



Gọi  $A_1, B_1, C_1, D_1$  lần lượt là các điểm sao cho  $\overrightarrow{EA_1} = \overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{EB_1} = \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{EC_1} = \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{ED_1} = \overrightarrow{F_4}$ .

Do các lực căng  $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$  đều có cường độ là 4500 N nên

$$|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = |\overrightarrow{F_4}| = 4500 \text{ (N)}.$$

Gọi  $O$  là tâm của hình chữ nhật  $A_1B_1C_1D_1$ . Khi đó,  $O$  là trung điểm của  $A_1C_1$  và  $B_1D_1$ .

Sử dụng quy tắc trung điểm ta có:  $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_3} = 2\overrightarrow{EO}$  và  $\overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_4} = 2\overrightarrow{EO}$ .

Suy ra  $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4} = 4\overrightarrow{EO}$ .

Mặt khác, do các cạnh  $EA, EB, EC, ED$  tạo với mặt phẳng  $(ABCD)$  một góc bằng  $60^\circ$  nên

$\widehat{EA_1O} = \widehat{EB_1O} = \widehat{EC_1O} = \widehat{ED_1O} = 60^\circ$ , do đó tam giác  $EA_1C_1$  là tam giác đều cạnh 4500 (N) với đường cao  $EO = 2250\sqrt{3}$  (N).

Do khung sắt ở vị trí cân bằng nên  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{P}$  với  $\vec{P}$  là trọng lực tác dụng lên chiếc xe ô tô và khung sắt. Ta tính được tổng trọng lực có độ lớn là  $4|\vec{EO}| = 9000\sqrt{3}$  (N).

Vậy trọng lượng của ô tô bằng  $9000\sqrt{3} - 2700 \approx 12888$  (N).

**Đáp số:** 12888.

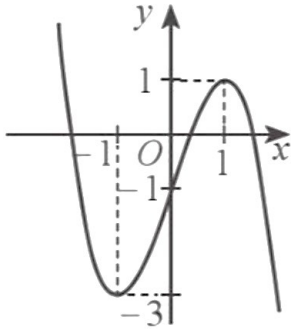
-----HẾT-----

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I – MÔN TOÁN – LỚP 12**

**ĐỀ SỐ 6**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ .
- B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .
- C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .
- D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-3; 1)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

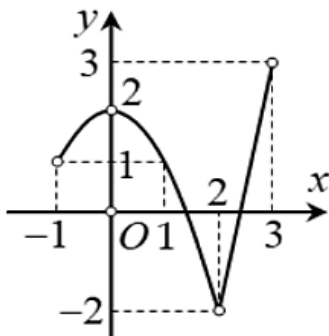
$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$1$	$-2$	$+\infty$

(Arrows in the original image point from the values 1 and -2 in the f(x) row to the values -1 and 2 in the x row respectively.)

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A.  $x = -2$ .
- B.  $x = 2$ .
- C.  $x = 1$ .
- D.  $x = -1$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$  và có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây.

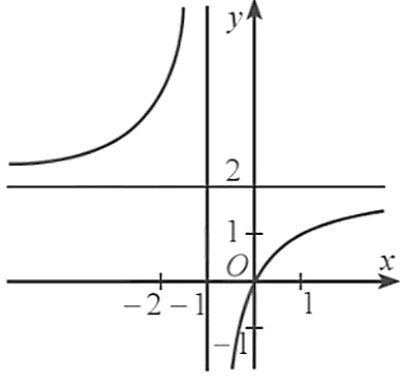


Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[0; 2]$  bằng bao nhiêu?

- A. 3.
- B. 2.
- C. -2.
- D. 1.



**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Phát biểu nào dưới đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 2$ , tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = -1$ .
- B. Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$ , tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 2$ .
- C. Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -2$ , tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = -1$ .
- D. Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$ , tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = -2$ .

**Câu 5.** Chọn khẳng định **sai**. Với hai vectơ bất kì  $\vec{a}, \vec{b}$  và hai số thực  $h, k$ , ta có:

- A.  $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ .
- B.  $k(\vec{a} - \vec{b}) = k\vec{a} - k\vec{b}$ .
- C.  $(h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$ .
- D.  $h(k\vec{a}) = h^k\vec{a}$ .

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; -4; 2)$ . Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{OM}$  là:

- A.  $(3; -4; 2)$ .
- B.  $(-3; -4; 2)$ .
- C.  $(-4; 3; 2)$ .
- D.  $(2; -4; 3)$ .

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{u} = 4\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u}$  là:

- A.  $(4; 1; 6)$ .
- B.  $(-4; -1; 6)$ .
- C.  $(4; -1; 6)$ .
- D.  $(6; -1; 4)$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = 3$ .
- B. Hàm số đã cho có hai cực trị thỏa mãn  $y_{CB} < y_{CT}$ .
- C. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại  $x = -1$ .
- D. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng  $-2$ .

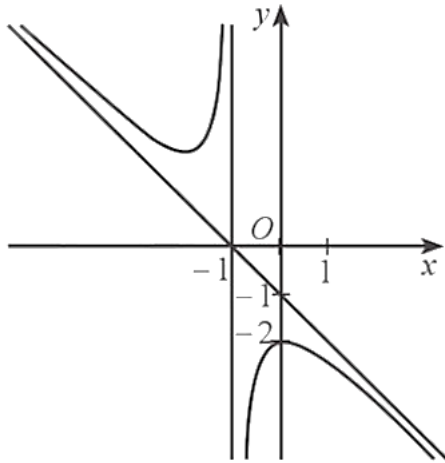
**Câu 9.** Cho hàm số  $y = x \ln x$ . Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[1; e]$  bằng:

- A. 0.
- B. 1.
- C.  $e$ .
- D.  $e + 1$ .

**Câu 10.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 - 9x + 3}{x + 1}$  là đường thẳng:

- A.  $y = 2x - 9$ .
- B.  $y = 2x - 11$ .
- C.  $y = 2x + 11$ .
- D.  $y = 2x + 9$ .

**Câu 11.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số ở các phương án sau:



A.  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{-x - 1}$ .

B.  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ .

C.  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ .

D.  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$ .

**Câu 12.** Trong không gian, cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  tạo với nhau một góc  $60^\circ$  và  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5$ . Khi đó,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  bằng:

- A.  $5\sqrt{3}$ .      B.  $-5$ .      C.  $10$ .      D.  $5$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

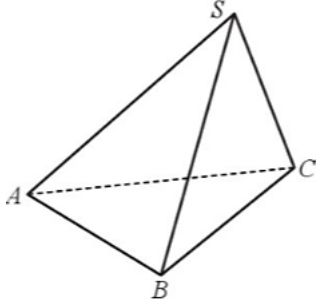
$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$-2$	$3$	$-2$	$+\infty$	

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ .
- b) Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.
- c) Trên đoạn  $[-1; 1]$ , giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 3.
- d) Phương trình  $f(x) + 3 = 0$  có 4 nghiệm.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{x - 3}{x + 1}$ .

- a) Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .
- b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = 4$ .
- c) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$ , tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 1$ .
- d) Có 2023 giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-2024; 2024]$  để đường thẳng  $y = x + 2m$  cắt đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = 1$  và  $BC = \sqrt{2}$ .



- a)  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{SC}$ .                      b)  $|\overrightarrow{SA}| = |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{2}$ .
- c)  $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}$ .    d)  $\cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}$ .

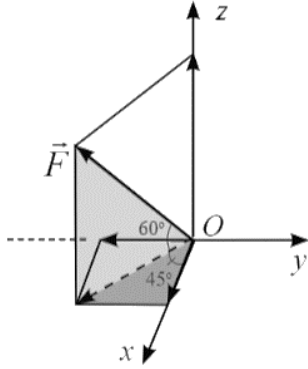
**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A'(1;0;1)$ ,  $B'(3;1;3)$ ,  $D'(1;-1;1)$ ,  $C(3;5;-5)$ .

- a) Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{A'D'}$  là  $(0;-1;0)$ .
- b) Gọi tọa độ của điểm  $B$  là  $(x_B; y_B; z_B)$ , ta có tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{BC}$  là:  $(x_B - 3; y_B - 5; z_B + 5)$ .
- c) Tọa độ của điểm  $B$  là  $(3;6;-5)$ .
- d) Tọa độ của vectơ tổng  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}$  là  $(-2;-7;6)$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 2$  có hai điểm cực trị?
- Câu 2.** Người ta giới thiệu một loại thuốc để kích thích sự sinh sản của một loại vi khuẩn. Sau  $t$  phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức:  $f(t) = -t^3 + 30t^2 + 1000$  với  $0 \leq t \leq 30$ . Hỏi sau bao nhiêu phút thì số vi khuẩn lớn nhất?
- Câu 3.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $E, F$  là các điểm lần lượt thuộc các cạnh  $AB, CD$  sao cho  $AE = \frac{1}{3}AB, CF = \frac{1}{3}CD$ . Khi biểu diễn vectơ  $\overrightarrow{EF}$  theo ba vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$  ta được:  $\overrightarrow{EF} = \frac{a}{b}\overrightarrow{AB} + \frac{c}{d}\overrightarrow{AD} + \frac{r}{s}\overrightarrow{BC}$  (với  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{r}{s}$  là các phân số tối giản và  $a, b, c, d, r, s \in \mathbb{Z}$ ). Ta tính được giá trị của biểu thức  $M = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{r}{s}$  bằng  $\frac{x}{y}$  (với  $\frac{x}{y}$  là phân số tối giản và  $x, y \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó, giá trị của biểu thức  $P = x + y$  bằng bao nhiêu?

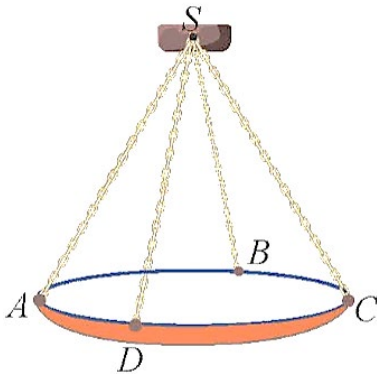
**Câu 4.** Người ta kéo vật nặng bằng một lực  $\vec{F}$  có cường độ 200 N như hình dưới đây.



Khi đó, ta biểu diễn được tọa độ của vectơ  $\vec{F}$  trong hệ tọa độ trên là  $\vec{F} = (a\sqrt{2}; -b\sqrt{2}; c\sqrt{3})$  (với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ). Giá trị của biểu thức  $K = a - 2b + c$  bằng bao nhiêu?

**Câu 5.** Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30000 đồng mà cứ tăng thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18000 đồng. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu nghìn đồng để đạt lợi nhuận lớn nhất?

**Câu 6.** Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng  $m = 3$  kg được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích  $SA, SB, SC, SD$  sao cho  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều có  $\widehat{ASC} = 60^\circ$  như hình dưới.



Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng bao nhiêu Newton (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)? Biết rằng gia tốc rơi tự do có độ lớn  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

-----HẾT-----

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

### PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

#### Bảng đáp án

1. C	2. D	3. B	4. B	5. D	6. A
7. C	8. B	9. A	10. B	11. A	12. D

#### Hướng dẫn giải chi tiết từng câu

##### Câu 1. Đáp án đúng là: C

Từ đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1;1)$ ; nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty;-1)$  và  $(1;+\infty)$ .

##### Câu 2. Đáp án đúng là: D

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = -1$  (đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm qua điểm này).

##### Câu 3. Đáp án đúng là: B

Xét đồ thị hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0;2]$  như hình vẽ: Hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất tại  $x = 0$ ;  $\max_{[0;2]} f(x) = f(0) = 2$ .

##### Câu 4. Đáp án đúng là: B

Dựa vào đồ thị trên, ta thấy: Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$ , tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 2$ .

##### Câu 5. Đáp án đúng là: D

Với hai vector bất kì  $\vec{a}, \vec{b}$  và hai số thực  $h, k$ , ta có:

$$+) k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}; k(\vec{a} - \vec{b}) = k\vec{a} - k\vec{b};$$

$$+) (h+k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a};$$

$$+) h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}.$$

Vậy khẳng định ở đáp án D sai.

##### Câu 6. Đáp án đúng là: A

Với  $M(3; -4; 2)$  thì  $\overline{OM} = (3; -4; 2)$ .

##### Câu 7. Đáp án đúng là: C

Ta có:  $\vec{u} = 4\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k} = 4\vec{i} + (-1)\vec{j} + 6\vec{k}$ . Suy ra  $\vec{u} = (4; -1; 6)$ .

##### Câu 8. Đáp án đúng là: B

TXĐ của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Ta có:  $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$  hoặc  $x = 3$ .

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

$x$	$-\infty$		$-1$		$1$		$3$		$+\infty$	
$y'$			$+$	$0$	$-$		$-$	$0$	$+$	
$y$			$\nearrow$		$-2$	$\searrow$		$6$	$\nearrow$	

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực đại tại  $x = -1$ , giá trị cực đại  $y_{CD} = -2$ ; đạt cực tiểu tại  $x = 3$ , giá trị cực tiểu  $y_{CT} = 6$ .

**Câu 9. Đáp án đúng là: A**

- Tập xác định của hàm số là  $(0; +\infty)$ . Do đó, hàm số  $y = x \ln x$  liên tục và xác định trên đoạn  $[1; e]$ .
- Ta có:  $y' = \ln x + 1$ . Trên khoảng  $(0; e)$ , không tồn tại giá trị của  $x$  để  $y' = 0$ .
- Có  $y(1) = 0$ ;  $y(e) = e$ .

Từ đó suy ra  $\min_{[1; e]} y = y(1) = 0$ .

**Câu 10. Đáp án đúng là: B**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

Ta có:  $y = \frac{2x^2 - 9x + 3}{x+1} = 2x - 11 + \frac{8}{x+1}$ .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (2x - 11)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8}{x+1} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (2x - 11)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8}{x+1} = 0.$$

Vậy đường thẳng  $y = 2x - 11$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 11. Đáp án đúng là: A**

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta có:

- + Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$  nên ta loại phương án C.
- + Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng đi xuống từ trái qua phải nên  $a, m$  trái dấu. Vậy phương án đúng là A.

**Câu 12. Đáp án đúng là: D**

Ta có:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ = 5$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1. a) Đ,                      b) Đ,                      c) Đ,                      d) S.**

*Hướng dẫn giải*

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy:

– Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-1;0)$  và  $(1;+\infty)$ ; nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty;-1)$  và  $(0;1)$ . Vậy ý a) đúng.

– Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị:  $x = -1$  (điểm cực tiểu),  $x = 0$  (điểm cực đại) và  $x = 1$  (điểm cực tiểu). Do đó, ý b) đúng.

– Trên đoạn  $[-1;1]$ , hàm số đạt giá trị lớn nhất tại  $x = 0$ ,  $\max_{[-1;1]} f(x) = f(0) = 3$ . Do đó, ý c) đúng.

– Ta có  $f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -3$ .

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		$-2$		$3$		$-2$		$+\infty$

$y = -3$

Đường thẳng  $y = -3$  và đồ thị hàm số  $y = f(x)$  không cắt nhau nên phương trình  $f(x) = -3$  không có nghiệm, tức là phương trình  $f(x) + 3 = 0$  vô nghiệm.

Vậy ý d) sai.

**Câu 2. a) S,            b) S,            c) Đ,            d) Đ.**

### *Hướng dẫn giải*

Xét hàm số  $y = \frac{x-3}{x+1}$ .

– Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

– Ta có  $y' = \frac{4}{(x+1)^2}$ ;  $y' > 0$  với mọi  $x \neq -1$ .

– Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng  $(-\infty;-1)$  và  $(-1;+\infty)$ . Do đó, ý a) sai.

– Hàm số đã cho không có cực trị. Do đó, ý b) sai.

– Tiệm cận:

+)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-3}{x+1} = 1$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-3}{x+1} = 1$ . Do đó, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $y = 1$ .

+)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-3}{x+1} = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-3}{x+1} = +\infty$ . Do đó, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $x = -1$ .

Vậy ý c) đúng.

– Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng  $y = x + 2m$  (d) và đồ thị hàm số

$$y = \frac{x-3}{x+1} \text{ (C) là: } \frac{x-3}{x+1} = x + 2m \Leftrightarrow (x+1)(x+2m) = x-3 \Leftrightarrow x^2 + 2mx + 2m + 3 = 0.$$

Xét hàm số  $g(x) = x^2 + 2mx + 2m + 3$ .

(d) cắt (C) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung khi phương trình  $g(x) = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  khác  $-1$  và  $x_1 x_2 < 0$ . Điều này xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(-1) \neq 0 \\ \frac{c}{a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 > 0 \\ 1 - 2m + 2m + 3 \neq 0 \\ 2m + 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{3}{2}.$$

Vì  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \in [-2024; 2024]$  nên  $m \in \{-2024; -2023; \dots; -2\}$ .

Vậy có 2023 giá trị của  $m$  thỏa mãn.

Do đó, ý d) đúng.

**Câu 3. a) Đ,            b) S,            c) S,            d) S.**

#### Hướng dẫn giải

– Theo quy tắc ba điểm, ta có:  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{SC}$ . Do đó, ý a) đúng.

– Ta có  $|\overrightarrow{SA}| = SA = 1$ ;  $|\overrightarrow{AB}| = AB = 1$ ;  $|\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{2}$ . Do đó, ý b) sai.

– Từ giả thiết, ta thấy tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  và tam giác  $SAB$  đều.

Do đó,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$  và  $(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{AB}) = 180^\circ - \widehat{SAB} = 120^\circ$ .

Ta có:  $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$

$$= \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{SA}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}.$$

Do đó, ý c) sai.

– Ta có:  $\cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) = \frac{\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{AB}|} = \frac{-\frac{1}{2}}{1 \cdot 1} = -\frac{1}{2}$ . Vậy ý d) sai.

**Câu 4. a) Đ,            b) S,            c) Đ,            d) Đ.**

#### Hướng dẫn giải

– Ta có:  $\overrightarrow{A'D'} = (1-1; -1-0; 1-1) = (0; -1; 0)$ . Do đó, ý a) đúng.

– Gọi tọa độ của điểm  $B$  là  $(x_B; y_B; z_B)$ , ta có tọa độ của vector  $\overrightarrow{BC}$  là:



$$(3 - x_B; 5 - y_B; -5 - z_B).$$

Do đó, ý b) sai.

– Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp nên  $\overline{BC} = \overline{A'D'}$ .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 3 - x_B = 0 \\ 5 - y_B = -1 \\ -5 - z_B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 3 \\ y_B = 6 \\ z_B = -5 \end{cases}. \text{ Vậy } B(3; 6; -5). \text{ Do đó, ý c) đúng.}$$

– Ta có:  $\overline{DD'} = \overline{BB'}$ . Khi đó, theo quy tắc hình hộp, ta có:

$$\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{DD'} = \overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'} = \overline{BD'}.$$

Tọa độ của vectơ  $\overline{BD'}$  là  $(-2; -7; 6)$ .

Vậy tọa độ của vectơ tổng  $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{DD'}$  là  $(-2; -7; 6)$ . Do đó, ý d) đúng.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

#### Câu 1. Hướng dẫn giải

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

Ta có:  $y' = 3x^2 - 6x + m + 1$ .

Hàm số đã cho có hai điểm cực trị khi  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt, tức là  $\Delta_{y'} > 0$

$$\Leftrightarrow (-3)^2 - 3(m+1) > 0 \Leftrightarrow 6 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 2.$$

Vì  $m \in \mathbb{Z}, m > 0$  nên  $m = 1$ . Vậy có 1 giá trị của  $m$  thỏa mãn. **Đáp số:** 1.

#### Câu 2. Hướng dẫn giải

Xét hàm số  $f(t) = -t^3 + 30t^2 + 1000$  với  $0 \leq t \leq 30$ .

Ta có  $f'(t) = -3t^2 + 60t$ .

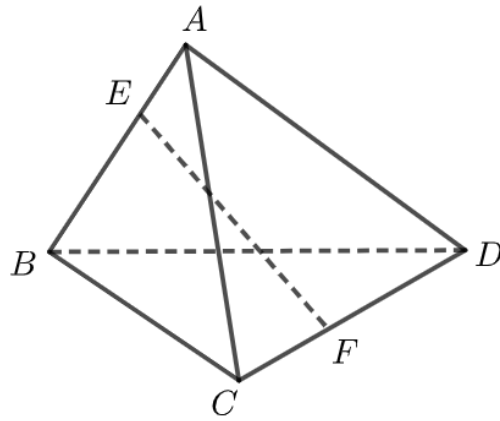
Trên khoảng  $(0; 30)$ ,  $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 20$ .

$$f(0) = 1000; f(20) = 5000; f(30) = 1000.$$

Suy ra  $\max_{[0;30]} f(t) = 5000$  tại  $t = 20$ .

Vậy sau 20 phút thì số vi khuẩn lớn nhất. **Đáp số:** 20.

#### Câu 3. Hướng dẫn giải



Ta có:  $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$

$$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$$

$$= \left(-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}\right) + \left(\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}\right) + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$= \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}.$$

Khi đó,  $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}; \frac{c}{d} = \frac{1}{3}; \frac{r}{s} = \frac{2}{3}.$

Do đó,  $M = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{r}{s} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}.$  Suy ra  $x = 4; y = 3.$

Vậy  $P = x + y = 4 + 3 = 7.$  **Đáp số:** 7.

**Câu 4. Hướng dẫn giải**

Đặt  $\vec{F} = (x; y; z),$  ta có:

$$x = 200 \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ = 50\sqrt{2};$$

$$y = -200 \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ = -50\sqrt{2};$$

$$z = 200 \cdot \sin 60^\circ = 100\sqrt{3}.$$

Do đó,  $\vec{F} = (50\sqrt{2}; -50\sqrt{2}; 100\sqrt{3}).$

Suy ra  $a = 50, b = 50, c = 100.$  Vậy  $K = a - 2b + c = 50 - 2 \cdot 50 + 100 = 50.$

**Đáp số:** 50.

**Câu 5. Hướng dẫn giải**

Gọi số tiền cần tăng giá mỗi chiếc khăn là  $x$  (nghìn đồng,  $x > 0$ ).

Vì cứ tăng giá thêm 1 nghìn đồng thì số khăn bán ra mỗi tháng sẽ ít hơn 100 chiếc nên tăng  $x$  nghìn đồng thì số khăn bán ra giảm  $100x$  chiếc.

Do đó, tổng số khăn bán ra mỗi tháng là:  $3000 - 100x$  (chiếc).

Lúc đầu bán với giá 30 nghìn đồng, mỗi chiếc khăn có lãi 12 nghìn đồng. Sau khi tăng giá, mỗi chiếc khăn thu được số lãi là:  $12 + x$  (nghìn đồng).

Khi đó, lợi nhuận một tháng thu được sau khi tăng giá là:

$$L(x) = (3000 - 100x)(12 + x) = -100x^2 + 1800x + 36000 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Xét hàm số  $L(x) = -100x^2 + 1800x + 36000$  với  $x \in (0; +\infty)$ .

Ta có:  $L'(x) = -200x + 1800$ . Trên khoảng  $(0; +\infty)$ ,  $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 9$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $L(x)$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  như sau:

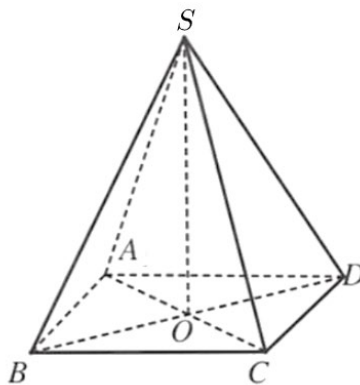
$x$	0	9	$+\infty$
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$	36000	44100	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy: trên khoảng  $(0; +\infty)$ , hàm số  $L(x)$  đạt giá trị lớn nhất tại  $x = 9$ .

Như vậy, để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất phải tăng giá bán mỗi chiếc khăn lên 9 nghìn đồng, tức là giá bán mới của mỗi chiếc khăn là 39 nghìn đồng.

**Đáp số:** 39.

### Câu 6. Hướng dẫn giải



Gọi  $O$  là tâm của đáy  $ABCD$ .

Vì  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều nên  $SO \perp (ABCD)$ ,  $SA = SB = SC = SD$  và  $O$  là trung điểm của  $AC$  và  $BD$ .

Ta có:  $\widehat{ASC} = 60^\circ$ , suy ra  $\widehat{ASO} = 30^\circ$ .

Hợp lực của bốn sợi xích là:

$$\vec{F} = \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = (\vec{SA} + \vec{SC}) + (\vec{SB} + \vec{SD}) = 2\vec{SO} + 2\vec{SO} = 4\vec{SO}.$$

Để đèn chùm đứng yên thì hợp lực của các sợi xích phải cân bằng với trọng lực  $\vec{P}$ , điều đó có nghĩa là  $4\vec{SO} = \vec{P}$ , suy ra  $4|\vec{SO}| = |\vec{P}|$ , hay  $SO = \frac{P}{4}$ .

Độ lớn của trọng lực tác động lên đèn chùm là:  $P = mg = 3 \cdot 9,8 = 29,4$  (N).

Do đó,  $SO = \frac{29,4}{4} = 7,35$ .

Ta có:  $SA = \frac{SO}{\cos \widehat{ASO}} = \frac{7,35}{\cos 30^\circ} = \frac{49\sqrt{3}}{10} \approx 8,5$ .

Vậy độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng khoảng 8,5 N.

**Đáp số:** 8,5.

-----**HẾT**-----

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I – MÔN TOÁN – LỚP 12 – BỘ SÁCH  
ĐỀ SỐ 7**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 3	↘ -2	↗ $+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; +\infty)$ .    B.  $(1; +\infty)$ .    C.  $(-1; 1)$ .    D.  $(-\infty; 1)$ .

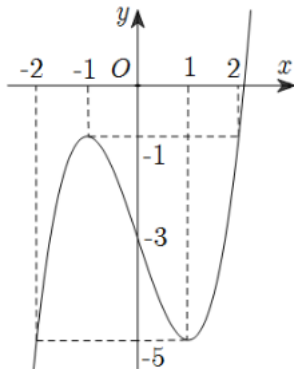
**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 3	↘ -2	↗ $+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A.  $-1$ .    B.  $1$ .    C.  $3$ .    D.  $-2$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây.



Giá trị nhỏ nhất  $m$  và giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số đã cho trên đoạn  $[-2; 2]$  lần lượt là:

- A.  $m = -5, M = -1$ .    B.  $m = -2, M = 2$ .  
C.  $m = -1, M = 0$ .    D.  $m = -5, M = 0$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ . Phát biểu nào dưới đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng  $x = 2$  và  $x = -2$ .  
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.  
C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.  
D. Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng  $y = 2$  và  $y = -2$ .

**Câu 5.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Có bao nhiêu vector khác vector  $\vec{0}$  mà mỗi vector có điểm đầu và điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện  $ABCD$ ?

- A. 4.                      B. 8.                      C. 10.                      D. 12.

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-2; -5; 7)$ . Tọa độ của vector  $\overrightarrow{OM}$  là:

- A.  $(-2; -5; 7)$ .      B.  $(-2; 5; 7)$ .      C.  $(2; 5; 7)$ .      D.  $(2; 5; -7)$ .

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{u} = -3\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}$ . Tọa độ của vector  $\vec{u}$  là:

- A.  $(3; 1; 8)$ .      B.  $(3; -1; 8)$ .      C.  $(-3; 1; -8)$ .      D.  $(-8; 1; -3)$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$   
 B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-1; 3)$ .  
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .  
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(1; 3)$ .

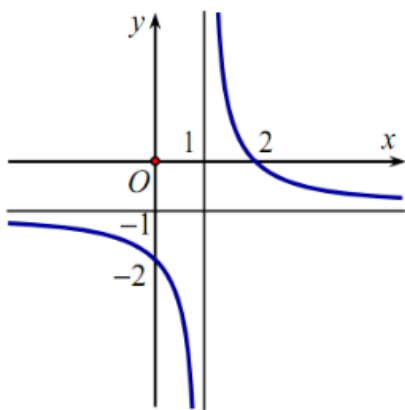
**Câu 9.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 2 \cos x - \frac{4}{3} \cos^3 x$  trên đoạn  $[0; \pi]$  bằng

- A.  $\frac{2}{3}$ .                      B.  $\frac{10}{3}$ .                      C.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .                      D. 0.

**Câu 10.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x + 2}$  là đường thẳng:

- A.  $y = x - 5$ .      B.  $y = x + 5$ .      C.  $y = x + 2$ .      D.  $y = x - 3$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = \frac{ax - b}{x - 1}$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

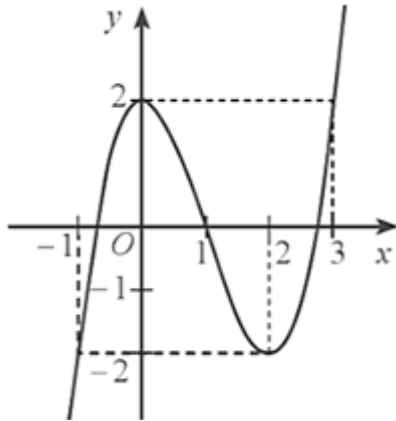
- A.  $b < a < 0$ .      B.  $a < b < 0$ .      C.  $b > a$  và  $a < 0$ .      D.  $a < 0 < b$ .

**Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$  và điểm  $G$  thỏa mãn  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$  ( $G$  là trọng tâm của tứ diện). Gọi  $G_0$  là giao điểm của  $GA$  và mặt phẳng  $(BCD)$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{G_0G}$ .      B.  $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{G_0G}$ .      C.  $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{G_0G}$ .      D.  $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{G_0G}$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình dưới đây.

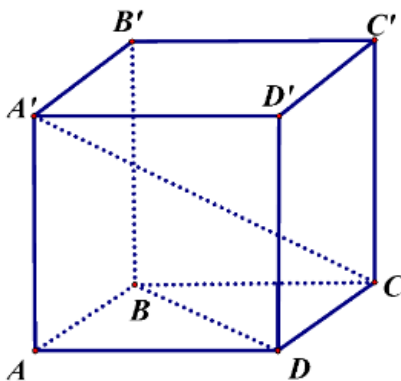


- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; 2)$ .
- b) Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.
- c) Trên đoạn  $[-1; 1]$ , giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 2.
- d) Phương trình  $3f(x) - 6 = 0$  có duy nhất 1 nghiệm.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ .

- a) Hàm số đã cho đồng biến trên  $(-\infty; -1)$  và  $(3; +\infty)$ .
- b) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng  $-4$ .
- c) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm  $A(0; 1)$ .
- d) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho vuông góc với đường thẳng  $x - 3y - 6 = 0$  đi qua điểm  $B\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 3.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng 1.



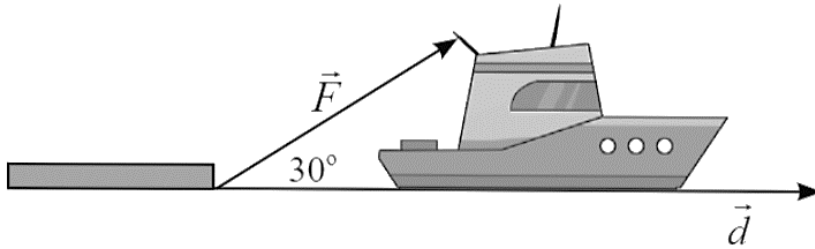
- a)  $\overline{BD} = \overline{B'D'}$ .
- b)  $|\overline{A'C}| = |\overline{A'C'}| = \sqrt{3}$ .
- c)  $\overline{A'C} = \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{D'D}$ .
- d)  $\overline{A'C} \cdot \overline{BD} = \sqrt{2}$ .

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  có ba đỉnh  $A(1; 3; -1)$ ,  $B(3; 0; 3)$  và  $C(2; 3; 6)$ .

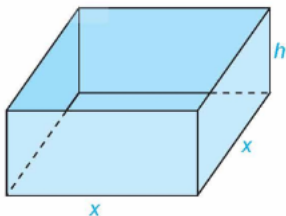
- a) Tọa độ của vectơ  $\overline{AB}$  là  $(2;3;4)$ .
- b) Gọi tọa độ của điểm  $D$  là  $(x_D; y_D; z_D)$ , ta có tọa độ của vectơ  $\overline{CD}$  là:  $(x_D - 2; y_D - 3; z_D - 6)$ .
- c) Tọa độ của điểm  $D$  là  $(0; 6; 2)$ .
- d) Tọa độ tâm  $O$  của hình bình hành  $ABCD$  là  $\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{7}{2}\right)$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(7m-3)x$ . Gọi  $S$  là tập các giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số không có cực trị. Tập hợp  $S$  có bao nhiêu phần tử?
- Câu 2.** Trong 18 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s(t) = -t^3 + 18t^2 + t + 3$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $s$  tính bằng mét. Chất điểm chuyển động có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu mét trên giây trong 18 giây đầu tiên đó?
- Câu 3.** Một tàu kéo một xà lan trên biển di chuyển được 5 km với một lực kéo có cường độ 3000 N và có phương hợp với phương dịch chuyển một góc  $30^\circ$ . Công thực hiện bởi lực kéo nói trên bằng bao nhiêu Jun (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

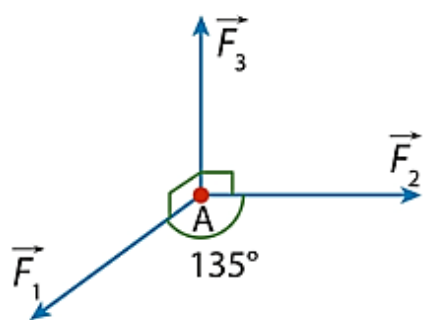


- Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đỉnh  $A$  trùng với gốc  $O$ , các vectơ  $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AA'}$  theo thứ tự cùng hướng với  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  và  $AB = 14, AD = 12, AA' = 18$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $C'D'$ , khi đó ta biểu diễn được tọa độ của vectơ  $\overline{AM}$  là  $(a; b; c)$ . Giá trị của biểu thức  $a + b - c$  bằng bao nhiêu?
- Câu 5.** Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng  $108 \text{ cm}^2$  như hình dưới đây.



- Biết khi  $x = x_0, h = h_0$  thì thể tích của hộp là lớn nhất. Khi đó  $x_0 + h_0$  bằng bao nhiêu?
- Câu 6.** Một chất điểm  $A$  nằm trên mặt phẳng nằm ngang  $(\alpha)$ , chịu tác động bởi ba lực  $\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}$ . Các lực  $\overline{F_1}, \overline{F_2}$  có giá nằm trong  $(\alpha)$  và  $(\overline{F_1}, \overline{F_2}) = 135^\circ$ , còn lực  $\overline{F_3}$  có giá vuông góc với  $(\alpha)$  và hướng lên trên. Độ lớn hợp lực của các lực  $\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}$  bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười), biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N.





-----HẾT-----

# ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

## PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

### Bảng đáp án

1. B	2. D	3. A	4. D	5. D	6. A
7. C	8. D	9. C	10. A	11. A	12. C

### Hướng dẫn giải chi tiết từng câu

#### Câu 1. Đáp án đúng là: B

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ .

#### Câu 2. Đáp án đúng là: D

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại  $x=1$  và giá trị cực tiểu  $y_{CT} = -2$ .

#### Câu 3. Đáp án đúng là: A

Nhìn vào đồ thị hàm số đã cho, ta thấy:

$$m = \min_{[-2;2]} f(x) = -5 \text{ khi } x = -2 \text{ hoặc } x = 1;$$

$$M = \max_{[-2;2]} f(x) = -1 \text{ khi } x = -1 \text{ hoặc } x = 2.$$

#### Câu 4. Đáp án đúng là: D

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số, ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$  thì đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng  $y = 2$  và  $y = -2$ .

#### Câu 5. Đáp án đúng là: D

Số vector khác vector  $\vec{0}$  mà mỗi vector có điểm đầu và điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện  $ABCD$  là số các chỉnh hợp chập 2 của 4 phần tử, do đó số vector là  $A_4^2 = 12$ .

#### Câu 6. Đáp án đúng là: A

Với  $M(-2; -5; 7)$  thì  $\overline{OM} = (-2; -5; 7)$ .

#### Câu 7. Đáp án đúng là: C

Ta có:  $\vec{u} = -3\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k} = (-3)\vec{i} + 1\vec{j} + (-8)\vec{k}$ .

Suy ra  $\vec{u} = (-3; 1; -8)$ .

#### Câu 8. Đáp án đúng là: D

TXĐ của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Ta có:  $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$  hoặc  $x = 3$ .

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$3$	$+\infty$	
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$			$-2$		$6$	

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(3; +\infty)$ , nghịch biến trên các khoảng  $(-1; 1)$  và  $(1; 3)$ .

**Câu 9. Đáp án đúng là: C**

Đặt  $\cos x = t$ . Vì  $x \in [0; \pi]$  nên  $t \in [-1; 1]$ .

Khi đó, ta có hàm số  $y = f(t) = 2t - \frac{4}{3}t^3$ . Ta có  $f'(t) = 2 - 4t^2$ .

Trên khoảng  $(-1; 1)$ ,  $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{\sqrt{2}}$  hoặc  $t = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

$$f(-1) = \frac{-2}{3}; f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{-2\sqrt{2}}{3}; f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}; f(1) = \frac{2}{3}.$$

Suy ra  $\max_{[-1; 1]} f(t) = f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ . Vậy  $\max_{[0; \pi]} y = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 10. Đáp án đúng là: A**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x + 2} = x - 5 + \frac{16}{x + 2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x - 5)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{16}{x + 2} = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x - 5)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{16}{x + 2} = 0.$$

Vậy đường thẳng  $y = x - 5$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 11. Đáp án đúng là: A**

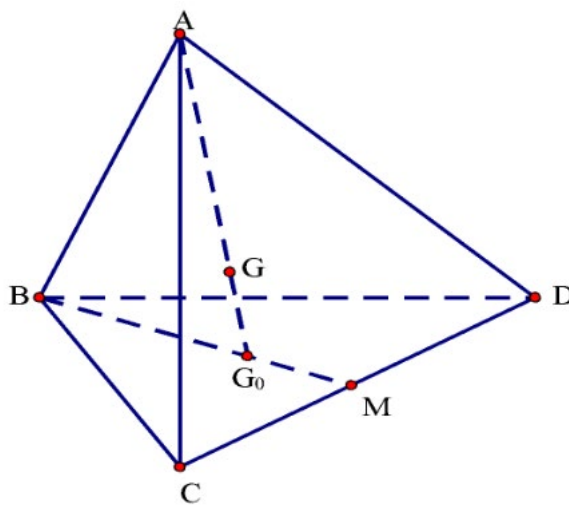
Ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = -1$ , suy ra  $a = -1 < 0$ .

Mặt khác, đồ thị hàm số đi qua điểm  $(2; 0)$  nên ta có:  $2a - b = 0$ .

Khi đó,  $2 \cdot (-1) - b = 0$ , suy ra  $b = -2$ .

Vậy  $b < a < 0$ .

**Câu 12. Đáp án đúng là: C**



Vì  $G_0$  là giao điểm của  $GA$  và mặt phẳng  $(BCD)$  nên ta suy ra được  $G_0$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Do đó,  $\overrightarrow{G_0B} + \overrightarrow{G_0C} + \overrightarrow{G_0D} = \vec{0}$ .

Ta có:  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

Suy ra  $\overline{GA} = -(\overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD}) = -(3\overline{GG_0} + \overline{G_0B} + \overline{G_0C} + \overline{G_0D}) = -3\overline{GG_0} = 3\overline{G_0G}$ .

Vậy  $\overline{GA} = 3\overline{G_0G}$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1. a) S,                    b) Đ,                    c) Đ,                    d) S.**

**Hướng dẫn giải**

Quan sát đồ thị, ta thấy:

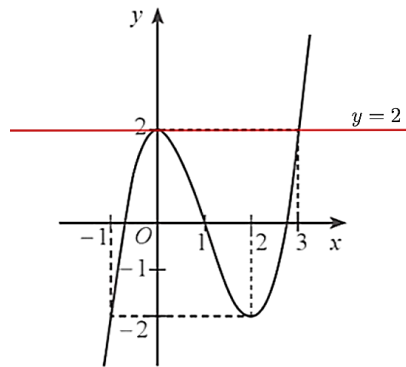
– Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$ ; nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$

. Vậy ý a) sai.

– Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị:  $x = 0$  (điểm cực đại) và  $x = 2$  (điểm cực tiểu). Do đó, ý b) đúng.

– Trên đoạn  $[-1; 1]$ , hàm số đạt giá trị lớn nhất tại  $x = 0$ ,  $\max_{[-1; 1]} f(x) = f(0) = 2$ . Do đó, ý c) đúng.

– Ta có  $3f(x) - 6 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$ .



Đường thẳng  $y = 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 2 điểm nên phương trình  $f(x) = 2$  có 2 nghiệm, tức là phương trình  $3f(x) - 6 = 0$  có 2 nghiệm.

Vậy ý d) sai.

**Câu 2. a) S,                    b) S,                    c) Đ,                    d) Đ.**

**Hướng dẫn giải**

Xét hàm số  $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2} = x + 1 + \frac{1}{x + 2}$ .

– Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

– Ta có  $y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$ ;  $y' = 0$  khi  $x = -3$  hoặc  $x = -1$ .

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$		$-2$		$-1$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$-$		$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$3$	$-\infty$	$+\infty$	$1$	$+\infty$	

– Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng  $(-\infty; -3)$  và  $(-1; +\infty)$ . Do đó, ý a) sai.

– Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = -3$ ,  $y_{CD} = 3$ ; đạt cực tiểu tại  $x = -1$ ,  $y_{CT} = 1$ .

Suy ra  $y_{CD} + y_{CT} = 3 + 1 = 4$ . Do đó, ý b) sai.

– Tiệm cận:

+) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $x = -2$ .

+) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $y = x + 1$ .

Với  $x = 0$  thì  $y = 0 + 1 = 1$ , do đó đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm  $A(0; 1)$ . Vậy ý c) đúng.

– Đường thẳng  $x - 3y - 6 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - 2$  có hệ số góc  $k_1 = \frac{1}{3}$ . Đường thẳng này vuông góc

với tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho nên tiếp tuyến này có hệ số góc  $k_2 = \frac{-1}{k_1} = -3$ .

Khi đó, với  $x_0$  là hoành độ của tiếp điểm thì  $y'(x_0) = \frac{x_0^2 + 4x_0 + 2}{(x_0 + 2)^2} = -3$ .

Ta tìm được  $x_0 = -\frac{5}{2}$  hoặc  $x_0 = -\frac{3}{2}$ .

+) Với  $x_0 = -\frac{5}{2}$ , ta có tiếp tuyến:  $y = -3x - 11$ .

+) Với  $x_0 = -\frac{3}{2}$ , ta có tiếp tuyến:  $y = -3x - 3$ , tiếp tuyến này đi qua điểm  $B\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

Do đó, ý d) đúng.

**Câu 3. a) Đ, b) Đ, c) Đ, d) S.**

#### Hướng dẫn giải

– Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình lập phương nên  $BDD'B'$  là hình chữ nhật.

Suy ra  $\overline{BD} = \overline{B'D'}$ . Do đó, ý a) đúng.

– Ta có:  $A'C' = \sqrt{A'B'^2 + B'C'^2} = \sqrt{2}$ ;  $A'C = \sqrt{A'C'^2 + CC'^2} = \sqrt{3}$ .

Suy ra  $|\overline{A'C}| = A'C = \sqrt{3}$ . Tương tự,  $|\overline{AC'}| = AC' = \sqrt{3}$ .

Vậy ý b) đúng.

– Theo quy tắc hình hộp, ta có:  $\overline{A'C} = \overline{A'B'} + \overline{A'D'} + \overline{A'A}$ .

Mà  $\overline{A'B'} = \overline{AB}$ ,  $\overline{A'D'} = \overline{AD}$ ,  $\overline{A'A} = \overline{D'D}$ . Do đó,  $\overline{A'C} = \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{D'D}$ .

Vậy ý c) đúng.

$$\begin{aligned}
 - \text{Ta có: } \overline{A'C} \cdot \overline{BD} &= (\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{DD'}) \cdot (\overline{AD} - \overline{AB}) \\
 &= \overline{AB} \cdot \overline{AD} - \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 - \overline{AD} \cdot \overline{AB} + \overline{DD'} \cdot \overline{AD} - \overline{DD'} \cdot \overline{AB} \\
 &= 0 - 1^2 + 1^2 - 0 + 0 - 0 = 0.
 \end{aligned}$$

Vậy  $\overline{A'C} \cdot \overline{BD} = 0$ , do đó ý d) sai.

**Câu 4. a) S,                      b) Đ,                      c) Đ,                      d) S.**

**Hướng dẫn giải**

- Ta có:  $\overline{AB} = (3-1; 0-3; 3-(-1)) = (2; -3; 4)$ . Do đó, ý a) sai.

- Gọi tọa độ của điểm  $D$  là  $(x_D; y_D; z_D)$ , ta có tọa độ của vector  $\overline{CD}$  là:

$$(x_D - 2; y_D - 3; z_D - 6).$$

Do đó, ý b) đúng.

- Ta có  $\overline{DC} = (2 - x_D; 3 - y_D; 6 - z_D)$ . Vì  $ABCD$  là hình bình hành nên  $\overline{DC} = \overline{AB}$ .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 2 - x_D = 2 \\ 3 - y_D = -3 \\ 6 - z_D = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 6 \\ z_D = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } D(0; 6; 2). \text{ Do đó, ý c) đúng.}$$

- Gọi  $O$  là tâm của hình bình hành  $ABCD$ . Khi đó,  $O$  là trung điểm của  $AC$ .

Suy ra  $\overline{AO} = \overline{OC}$ .

Gọi tọa độ của  $O$  là  $(x; y; z)$ .

Ta có  $\overline{AO} = (x-1; y-3; z+1)$ ,  $\overline{OC} = (2-x; 3-y; 6-z)$ .

$$\text{Khi đó, } \overline{AO} = \overline{OC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 2-x \\ y-3 = 3-y \\ z+1 = 6-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 3 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}. \text{ Suy ra } O\left(\frac{3}{2}; 3; \frac{5}{2}\right).$$

Do đó, ý d) sai.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1. Hướng dẫn giải**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

Ta có:  $y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 3(7m-3)$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + 7m-3 = 0$ .

Để hàm số đã cho không có cực trị thì  $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - (7m-3) \leq 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 4.$$

Do  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $S = \{1; 2; 3; 4\}$ . Vậy tập hợp  $S$  có 4 phần tử.

**Đáp số:** 4.

**Câu 2. Hướng dẫn giải**

Ta có vận tốc tức thời là:  $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 36t + 1$ .

Xét hàm số  $v(t) = -3t^2 + 36t + 1$  với  $t \in [0; 18]$ .

Ta có  $v'(t) = -6t + 36$ . Trên khoảng  $(0; 18)$ ,  $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$ .

$$v(0) = 1; v(6) = 109; v(18) = -323.$$

Suy ra  $\max_{[0;18]} v(t) = v(6) = 109$ .

Vậy vận tốc tức thời đạt giá trị lớn nhất bằng 109 m/s.

**Đáp số:** 109.

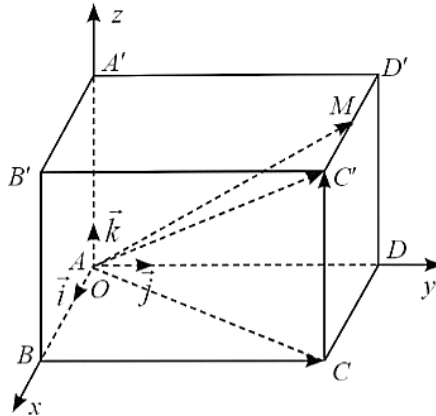
**Câu 3. Hướng dẫn giải**

Ta có 5 km = 5 000 m. Áp dụng công thức tính công, ta có:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{d} = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(\vec{F}, \vec{d}) = 3000 \cdot 5000 \cdot \cos 30^\circ \approx 12\,990\,381 \text{ (J)}.$$

**Đáp số:** 12 990 381.

**Câu 4. Hướng dẫn giải**



Theo bài ra ta có:  $\overline{AB} = 14\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$ ;  $\overline{AD} = 0\vec{i} + 12\vec{j} + 0\vec{k}$ ;  $\overline{AA'} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 18\vec{k}$ .

Vì  $M$  là trung điểm của  $C'D'$  nên

$$\begin{aligned} \overline{AM} &= \frac{1}{2}(\overline{AC'} + \overline{AD'}) \\ &= \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} + \overline{AD} + \overline{AA'}) \text{ (quy tắc hình hộp và quy tắc hình bình hành)} \\ &= \frac{1}{2}(\overline{AB} + 2\overline{AD} + 2\overline{AA'}) \\ &= \frac{1}{2}[14\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} + 2(0\vec{i} + 12\vec{j} + 0\vec{k}) + 2(0\vec{i} + 0\vec{j} + 18\vec{k})] \\ &= 7\vec{i} + 12\vec{j} + 18\vec{k}. \end{aligned}$$

Suy ra  $\overline{AM} = (7; 12; 18)$ . Do đó,  $a = 7, b = 12, c = 18$ .

Vậy  $a + b - c = 7 + 12 - 18 = 1$ . **Đáp số:** 1.

**Câu 5. Hướng dẫn giải**

Hình hộp trên có độ dài cạnh đáy là  $x$  (cm,  $x > 0$ ) và chiều cao là  $h$  (cm,  $h > 0$ ).

Diện tích bề mặt của hình hộp là 108 cm<sup>2</sup> nên  $x^2 + 4xh = 108$ .

$$\text{Suy ra } h = \frac{108 - x^2}{4x} \text{ (cm)}.$$

$$\text{Thể tích của hình hộp là: } V = x^2 \cdot h = x^2 \cdot \frac{108 - x^2}{4x} = \frac{108x - x^3}{4} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$\text{Xét hàm số } V(x) = \frac{108x - x^3}{4} \text{ với } x \in (0; +\infty).$$

$$\text{Ta có: } V'(x) = \frac{-3x^2 + 108}{4}. \text{ Trên khoảng } (0; +\infty), V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 6.$$

Bảng biến thiên của hàm số  $V(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-6$	$0$	$6$	$+\infty$	
$V'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$V$				$108$		

Do đó, thể tích của hình hộp lớn nhất khi độ dài cạnh đáy là  $x = 6$  cm.

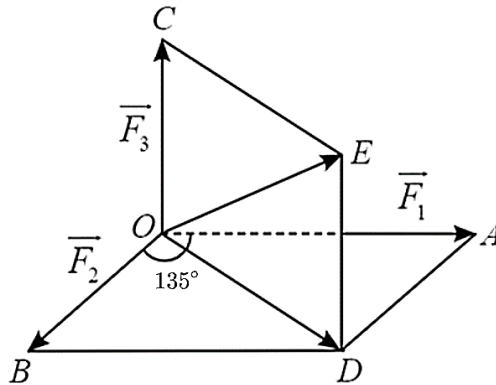
Khi đó, chiều cao của hình hộp là  $h = \frac{108 - 6^2}{4 \cdot 6} = 3$  (cm).

Vậy  $x_0 = 6, h_0 = 3$  và  $x_0 + h_0 = 9$ . **Đáp số:** 9.

**Câu 6. Hướng dẫn giải**

Vẽ  $\vec{OA} = \vec{F}_1, \vec{OB} = \vec{F}_2, \vec{OC} = \vec{F}_3$ .

Dựng hình bình hành  $OADB$  và hình bình hành  $ODEC$ .



Hợp lực tác động vào vật là  $\vec{F} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}$ .

Áp dụng định lí côsin trong tam giác  $OBD$ , ta có:

$$OD^2 = BD^2 + OB^2 - 2BD \cdot OB \cdot \cos \widehat{OBD} = OA^2 + OB^2 + 2OA \cdot OB \cdot \cos 135^\circ$$

Vì  $OC \perp (OADB)$  nên  $OC \perp OD$ , suy ra  $ODEC$  là hình chữ nhật.

Do đó, tam giác  $ODE$  vuông tại  $D$ .

$$\text{Ta có } OE^2 = OC^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2OA \cdot OB \cdot \cos 135^\circ.$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } OE^2 &= \sqrt{OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2OA \cdot OB \cdot \cos 135^\circ} \\ &= \sqrt{10^2 + 20^2 + 15^2 + 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos 135^\circ} \approx 17,3. \end{aligned}$$

Vậy độ lớn của hợp lực là  $F = OE \approx 17,3$  N.

**Đáp số:** 17,3.

-----HẾT-----



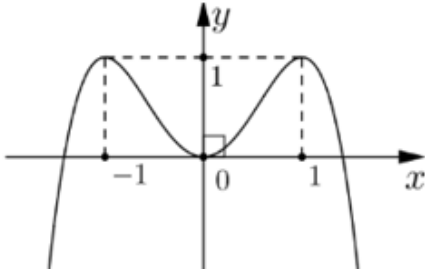
**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I – MÔN TOÁN – LỚP 12**

**ĐỀ SỐ 8**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Sử dụng dữ kiện dưới đây để trả lời cho **Câu 1** và **Câu 2**:

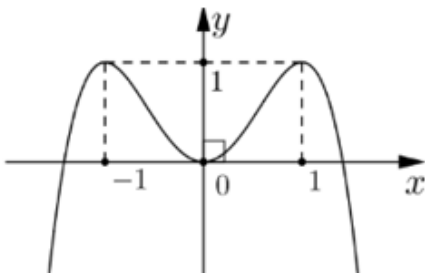
**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; 0)$ .      B.  $(-\infty; -1)$ .      C.  $(0; 1)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.



Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 3.

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên trên  $[-5; 7)$  như sau:

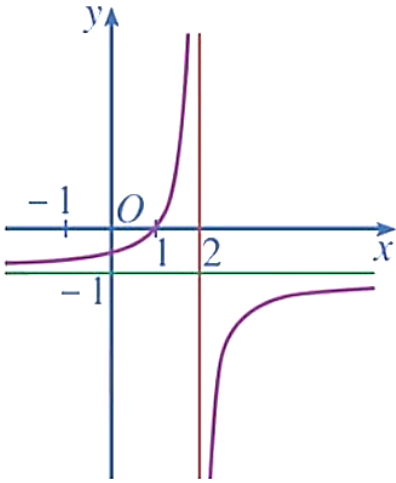
$x$	-5		1		7
$y'$		-	0	+	
$y$	6				9

↘
↗

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.  $\min_{[-5;7]} f(x) = 6$ .      B.  $\min_{[-5;7]} f(x) = 2$ .      C.  $\max_{[-5;7]} f(x) = 9$ .      D.  $\max_{[-5;7]} f(x) = 6$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là các đường thẳng:

- A.  $x = 2$ ;  $y = -2$ .      B.  $x = 1$ ;  $y = 2$ .      C.  $x = -1$ ;  $y = 2$ .      D.  $x = 2$ ;  $y = -1$ .

**Câu 5.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Vector  $\vec{v} = \overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'B}$  bằng vector nào dưới đây?

- A.  $\overrightarrow{DB'}$ .      B.  $\overrightarrow{B'D'}$ .      C.  $\overrightarrow{BD'}$ .      D.  $\overrightarrow{B'D}$ .

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$ . Tọa độ của vector  $\vec{u}$  là:

- A.  $(2; 3; 7)$ .      B.  $(-2; -3; 7)$ .      C.  $(2; 3; -7)$ .      D.  $(-7; 3; 2)$ .

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{u} = (1; -6; 2)$  và điểm  $A$ . Biết  $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$ . Tọa độ của điểm  $A$  là:

- A.  $(1; -6; 2)$ .      B.  $(0; -6; 2)$ .      C.  $(2; -6; 1)$ .      D.  $(1; 6; 2)$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 6x$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$   
 B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .  
 C. Hàm số đã cho có một cực trị.  
 D. Hàm số đã cho có hai cực trị.

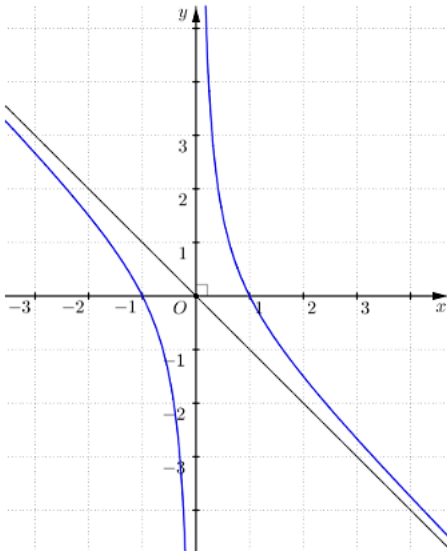
**Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x^4 - 12x^2 - 1$  trên đoạn  $[0; 9]$  bằng

- A.  $-28$ .      B.  $-1$ .      C.  $-36$ .      D.  $-37$ .

**Câu 10.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 - x + 3}{2x + 1}$  là đường thẳng:

- A.  $y = x - 1$ .      B.  $y = 2x + 1$ .      C.  $y = 2x - 1$ .      D.  $y = x + 1$ .

**Câu 11.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số ở các phương án A, B, C, D.



- A.  $y = \frac{-x^2 + 1}{x}$ .      B.  $y = \frac{-2x + 1}{2x + 2}$ .      C.  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ .      D.  $y = x^3 - 3x^2$ .

**Câu 12.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a\sqrt{2}$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AB'}$  và  $\overrightarrow{A'C'}$  bằng:

- A.  $30^\circ$ .    B.  $45^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax + 1}{bx + c}$  ( $a, b, c$  là các tham số) có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		2		$+\infty$
$y'$		+		+	
$y$			$+\infty$		1
	1	↗		↘	
			$-\infty$		

- a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .  
b) Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.  
c) Trên khoảng  $(2; +\infty)$ , giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 1.  
d) Giá trị của biểu thức  $a + b + c$  bằng 0.

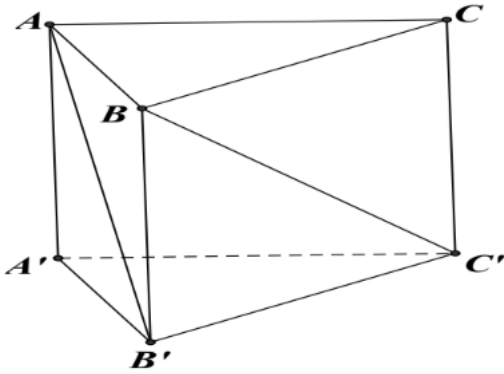
**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1}$  có đồ thị  $(C)$ .

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(0; +\infty)$ .  
b) Đồ thị  $(C)$  có hai điểm cực trị nằm ở hai phía đối với trục tung.

c) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là  $x = -1$ ; đường tiệm cận xiên là  $y = -x + 2$ .

d) Đồ thị (C) nhận điểm  $I(-1;3)$  làm tâm đối xứng.

**Câu 3.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = a$ ,  $AA' = a\sqrt{2}$ .



a)  $\overline{AB'} = \overline{AB} + \overline{CC'}$ .

b)  $|\overline{AB'}| = |\overline{BC'}| = \sqrt{3}$ .

c)  $\overline{AB'} \cdot \overline{BC'} = \frac{a^2}{2}$ .

d)  $(\overline{AB'}, \overline{BC'}) = 60^\circ$ .

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3; -2; -4)$  và  $B(2; 0; 5)$ .

a)  $\overline{OA} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}$ .

b) Tọa độ của vector  $\overline{AB}$  là  $(1; -2; -9)$ .

c) Điểm  $B$  nằm trong mặt phẳng  $(Oxz)$ .

d) Cho vector  $\vec{u} = (1; 3; -7)$ , khi đó điểm  $C$  thỏa mãn  $\overline{AC} = \vec{u}$  có tọa độ là  $(4; 1; -11)$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

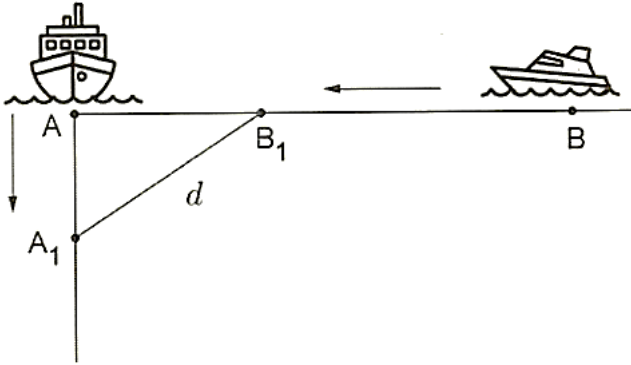
**Câu 1.** Giả sử hàm số  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$  đạt cực đại tại  $x = a$  và đạt cực tiểu tại  $x = b$ . Giá trị của biểu thức  $A = 2a + b$  là bao nhiêu?

**Câu 2.** Một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s = f(t) = 0,5 \cos(2\pi t)$ , trong đó  $s$  tính bằng mét,  $t$  tính bằng giây. Gia tốc lớn nhất của chất điểm bằng bao nhiêu mét trên giây (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

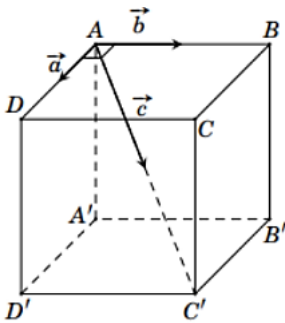
**Câu 3.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trọng tâm của các tam giác  $ABC$ ,  $ABD$ . Khi đó ta có  $\overline{EF} = \frac{a}{b} \overline{CD}$  (với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ ). Giá trị của biểu thức  $M = a - b$  bằng bao nhiêu?

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-2;3;3)$ . Điểm  $M(a;b;c)$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABCM$ . Giá trị của biểu thức  $P = a^2 + b^2 - c^2$  bằng bao nhiêu?

**Câu 5.** Hai con tàu  $A$  và  $B$  đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lí. Cả hai tàu đồng thời cùng khởi hành. Tàu  $A$  chạy về hướng Nam với vận tốc 6 hải lí/giờ, còn tàu  $B$  chạy về vị trí hiện tại của tàu  $A$  với vận tốc 7 hải lí/giờ (tham khảo hình vẽ). Hỏi sau bao nhiêu giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bé nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



**Câu 6.** Một chất điểm ở vị trí đỉnh  $A$  của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chất điểm chịu tác động bởi ba lực  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  lần lượt cùng hướng với  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC'}$  như hình vẽ.



Độ lớn của các lực  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  tương ứng là 10 N, 10 N và 20 N. Độ lớn hợp lực của các lực  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  bằng bao nhiêu Newton (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

-----HẾT-----

## C. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

### PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

#### Bảng đáp án

1. A	2. C	3. B	4. D	5. D	6. C
7. A	8. B	9. D	10. A	11. A	12. C

#### Hướng dẫn giải chi tiết từng câu

##### Câu 1.

**Đáp án đúng là: A**

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ ; nghịch biến trên các khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$ .

##### Câu 2.

**Đáp án đúng là: C**

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = -1$  và  $x = 1$ . Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực đại.

##### Câu 3.

**Đáp án đúng là: B**

Dựa vào bảng biến thiên ta có:  $\min_{[-5; 7]} f(x) = f(1) = 2$  và hàm số không có giá trị lớn nhất trên nửa khoảng  $[-5; 7)$ .

##### Câu 4.

**Đáp án đúng là: D**

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 2$  và tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = -1$ .

##### Câu 5.

**Đáp án đúng là: D**

Theo quy tắc hình hộp, ta có  $\vec{v} = \overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{B'D}$ .

##### Câu 6.

**Đáp án đúng là: C**

Ta có:  $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + (-7)\vec{k}$ .

Suy ra  $\vec{u} = (2; 3; -7)$ .

##### Câu 7.

**Đáp án đúng là: A**

Vì  $\overline{OA} = \vec{u}$ , mà  $\vec{u} = (1; -6; 2)$  nên  $\overline{OA} = (1; -6; 2)$ .

Suy ra tọa độ của điểm  $A$  là  $(1; -6; 2)$ .

**Câu 8.**

**Đáp án đúng là: B**

TXĐ của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

Ta có:  $y' = -3x^2 + 6x - 6 = -3(x^2 - 2x + 1) - 3 = -3(x-1)^2 - 3 < 0 \forall x \in \mathbb{R}$ .

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$  và hàm số không có cực trị.

**Câu 9.**

**Đáp án đúng là: D**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

Ta có:  $f'(x) = 4x^3 - 24x$ .

Trên khoảng  $(0; 9)$ ,  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hoặc  $x = \sqrt{6}$ .

$f(0) = -1; f(\sqrt{6}) = -37; f(9) = 5588$ .

Vậy  $\min_{[0;9]} f(x) = f(\sqrt{6}) = -37$ .

**Câu 10.**

**Đáp án đúng là: A**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Ta có:  $y = \frac{2x^2 - x + 3}{2x + 1} = x - 1 + \frac{4}{2x + 1}$ .

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x-1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{2x+1} = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x-1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{2x+1} = 0$ .

Vậy đường thẳng  $y = x - 1$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 11.**

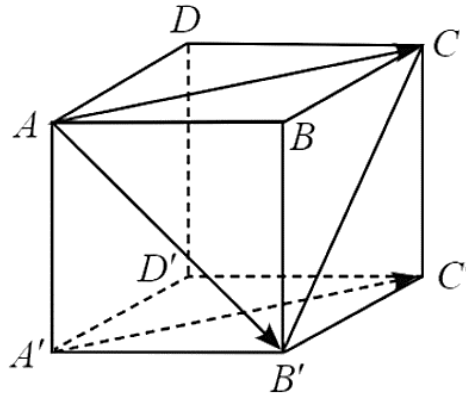
**Đáp án đúng là: A**

Quan sát hình vẽ, ta thấy đây là dáng của đồ thị hàm số phân thức bậc hai trên bậc nhất, do đó ta loại phương án B và D.

Mặt khác, ta thấy đường thẳng  $x = 0$  (trục tung) là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho, do vậy ta chọn phương án A.

**Câu 12.**

**Đáp án đúng là: C**



Ta có  $\overline{A'C'} = \overline{AC}$ , suy ra  $(\overline{AB'}, \overline{A'C'}) = (\overline{AB'}, \overline{AC}) = \widehat{B'AC}$ .

Lại có  $AC = AB' = CB' = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2a$  nên tam giác  $ACB'$  là tam giác đều, suy ra  $\widehat{B'AC} = 60^\circ$ .

Vậy  $(\overline{AB'}, \overline{A'C'}) = 60^\circ$ .

## PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1. a) Đ,            b) S,            c) S,            d) Đ.**

### Hướng dẫn giải

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy:

– Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ . Vậy ý a) đúng.

– Hàm số đã cho không có cực trị. Vậy ý b) sai.

– Trên khoảng  $(2; +\infty)$ , ta có  $1 > y$ , tuy nhiên không tồn tại giá trị của  $x$  để  $y = 1$  nên hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất trên khoảng này. Do đó, ý c) sai.

– Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 2$  và tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 1$  nên ta

có hệ sau: 
$$\begin{cases} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -2b \\ a = b \end{cases}.$$

Khi đó,  $a + b + c = b + b + (-2b) = 0$ .

Vậy ý d) đúng.

**Câu 2. a) Đ,            b) S,            c) Đ,            d) Đ.**

### Hướng dẫn giải

Xét hàm số  $y = f(x) = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1} = -x + 2 - \frac{1}{x + 1}$ .

– Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

– Ta có  $y' = \frac{-x^2 - 2x}{(x + 1)^2}$ ;  $y' = 0$  khi  $x = -2$  hoặc  $x = 0$ .



Bảng biến thiên của hàm số như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$5$	$+\infty$	$1$	$-\infty$	$-\infty$

– Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(0; +\infty)$ . Do đó, ý a) đúng.

– Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = 0$ ,  $y_{CD} = 1$ ; đạt cực tiểu tại  $x = -2$ ,  $y_{CT} = 5$ .

Khi đó, điểm cực đại của đồ thị (C) là  $(0; 1)$  thuộc trục tung. Vậy hai điểm cực trị của đồ thị (C) không thể nằm ở hai phía đối với trục tung. Do đó, ý b) sai.

– Tiệm cận:

+) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $x = -1$ .

+) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $y = -x + 2$ .

Vậy ý c) đúng.

– Đồ thị (C) nhận giao điểm của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Với  $x = -1$  thì  $y = -(-1) + 2 = 3$ .

Vậy điểm  $I(-1; 3)$  là tâm đối xứng của đồ thị (C).

Do đó, ý d) đúng.

**Câu 3. a) Đ,      b) Đ,      c) S,      d) Đ.**

### Hướng dẫn giải

– Vì  $ABC.A'B'C'$  là lăng trụ tam giác đều nên  $\overline{CC'} = \overline{BB'}$ .

Theo quy tắc ba điểm ta có:  $\overline{AB'} = \overline{AB} + \overline{BB'} = \overline{AB} + \overline{CC'}$ . Vậy ý a) đúng.

– Ta có  $ABB'A'$ ,  $BCC'B'$  là các hình chữ nhật có hai kích thước là  $a$  và  $a\sqrt{2}$ .

Do đó,  $AB' = BC' = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3}$ . Suy ra  $|\overline{AB'}| = |\overline{BC'}| = \sqrt{3}$ .

Vậy ý b) đúng.

$$\begin{aligned}
 - \text{Ta có } \overline{AB'} \cdot \overline{BC'} &= (\overline{AB} + \overline{BB'}) \cdot (\overline{BC} + \overline{CC'}) \\
 &= \overline{AB} \cdot \overline{BC} + \overline{AB} \cdot \overline{CC'} + \overline{BB'} \cdot \overline{BC} + \overline{BB'} \cdot \overline{CC'} \\
 &= -AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{BAC} + 0 + 0 + BB'^2 \\
 &= -a \cdot a \cdot \cos 60^\circ + (a\sqrt{2})^2 = \frac{3a^2}{2}.
 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \cos(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}) = \frac{\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'}}{|\overrightarrow{AB'}| \cdot |\overrightarrow{BC'}|} = \frac{3a^2}{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3}} = \frac{1}{2}. \text{ Do đó, } (\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}) = 60^\circ.$$

Vậy ý c) sai và ý d) đúng.

**Câu 4. a) Đ, b) S, c) Đ, d) Đ.**

**Hướng dẫn giải**

– Ta có  $\overrightarrow{OA} = (3; -2; -4)$ . Suy ra  $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + (-2)\vec{j} + (-4)\vec{k} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}$ .

Do đó, ý a) đúng.

– Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (2 - 3; 0 - (-2); 5 - (-4)) = (-1; 2; 9)$ . Do đó, ý b) sai.

– Điểm  $B(2; 0; 5)$  có hoành độ  $x = 2 \neq 0$ , tung độ  $y = 0$  và cao độ  $z = 5 \neq 0$  nên điểm  $B$  nằm trong mặt phẳng  $(Oxz)$ . Do đó, ý c) đúng.

– Gọi tọa độ điểm  $C$  là  $(x_C; y_C; z_C)$ , ta có  $\overrightarrow{AC} = (x_C - 3; y_C + 2; z_C + 4)$ .

$$\text{Khi đó, } \overrightarrow{AC} = \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 3 = 1 \\ y_C + 2 = 3 \\ z_C + 4 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 4 \\ y_C = 1 \\ z_C = -11 \end{cases}. \text{ Vậy } C(4; 1; -11).$$

Do đó, ý d) đúng.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1.**

**Hướng dẫn giải**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$ .

Ta có:  $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ ;  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$  hoặc  $x = 3$ .

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$		1		3		$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+			
$f(x)$	$-\infty$	↗		3	↘		-1	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại  $x = 1$ ; đạt cực tiểu tại  $x = 3$ .

Suy ra  $a = 1, b = 3$ . Vậy  $A = 2a + b = 5$ .

**Đáp số: 5.**

**Câu 2.**

**Hướng dẫn giải**

Vận tốc tức thời của chất điểm là  $v = s' = -\pi \sin(2\pi t)$ .

Gia tốc tức thời của chất điểm là  $a = v' = -2\pi^2 \cos(2\pi t)$ .

Ta có:  $-1 \leq \cos(2\pi t) \leq 1 \Leftrightarrow -2\pi^2 \leq -2\pi^2 \cos(2\pi t) \leq 2\pi^2$  với mọi  $t$ .

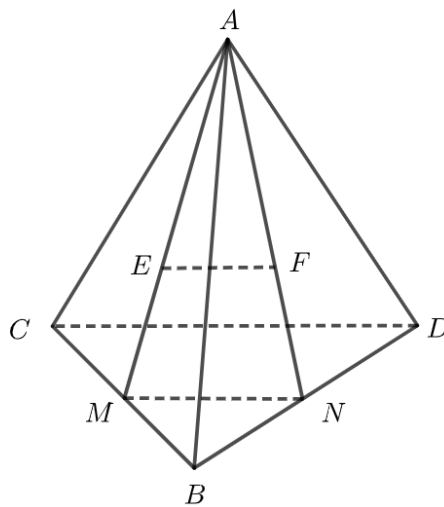
Tức là  $-2\pi^2 \leq a \leq 2\pi^2$ . Vậy  $a_{\max} = 2\pi^2 \approx 19,7$  với  $\cos(2\pi t) = -1 \Rightarrow t = \frac{1}{2} + k, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy gia tốc lớn nhất của chất điểm bằng khoảng  $19,7 \text{ m/s}^2$ .

**Đáp số:**  $19,7$ .

**Câu 3.**

*Hướng dẫn giải*



Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC, BD$ .

Khi đó, ta có  $\frac{AE}{AM} = \frac{AF}{AN} = \frac{2}{3}$  (tính chất trọng tâm). Suy ra  $EF \parallel MN$  và  $EF = \frac{2}{3}MN$ .

Vì hai vectơ  $\overrightarrow{EF}$  và  $\overrightarrow{MN}$  cùng hướng nên  $\overrightarrow{EF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MN}$ . (1)

Lại có  $MN$  là đường trung bình của tam giác  $BCD$  nên  $MN \parallel CD$  và  $MN = \frac{1}{2}CD$ .

Vì hai vectơ  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{CD}$  cùng hướng nên  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ . Do đó,  $a = 1, b = 3$ . Vậy  $M = a - b = -2$ .

**Đáp số:**  $-2$ .

**Câu 4.**

*Hướng dẫn giải*

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (1; -3; 4), \overrightarrow{MC} = (-2 - a; 3 - b; 3 - c)$ .

Tứ giác  $ABCM$  là hình bình hành  $\Leftrightarrow \overline{MC} = \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 - a = 1 \\ 3 - b = -3 \\ 3 - c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 6 \\ c = -1 \end{cases}$ .

Suy ra  $P = a^2 + b^2 - c^2 = (-3)^2 + 6^2 - (-1)^2 = 44$ .

**Đáp số:** 44.

**Câu 5.**

**Hướng dẫn giải**

Tại thời điểm  $t$  (giờ) sau khi xuất phát, khoảng cách giữa hai tàu là  $d$ . Khi đó, tàu  $A$  đang ở vị trí  $A_1$  và tàu  $B$  đang ở vị trí  $B_1$  như hình vẽ trên.

Ta có:  $d^2 = AB_1^2 + AA_1^2 = (5 - BB_1)^2 + AA_1^2 = (5 - 7t)^2 + (6t)^2$ .

Suy ra  $d = \sqrt{85t^2 - 70t + 25}$ .

Xét hàm số  $f(t) = \sqrt{85t^2 - 70t + 25}$  với  $t > 0$ .

Ta có  $f'(t) = \frac{170t - 70}{2\sqrt{85t^2 - 70t + 25}}$ ;  $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7}{17}$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $f(t)$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  như sau:

$t$	0	$\frac{7}{17}$	$+\infty$
$f'(t)$		-	0
		+	

Từ bảng biến thiên, ta có:  $\min_{(0; +\infty)} f(t) = \frac{6\sqrt{85}}{17}$  tại  $t = \frac{7}{17}$ .

Vậy sau  $\frac{7}{17} \approx 0,4$  giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bé nhất.

**Đáp số:** 0,4.

**Câu 6.**

**Hướng dẫn giải**

Từ giả thiết, ta suy ra được:

$$\vec{a} \perp \vec{b}; \cos(\vec{a}, \vec{c}) = \cos \widehat{DAC'} = \frac{1}{\sqrt{3}}; \cos(\vec{b}, \vec{c}) = \cos \widehat{BAC'} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Giả sử lực tổng hợp là  $\vec{m}$ , tức là  $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

$$\begin{aligned} \text{Khi đó, } \vec{m}^2 &= (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{b} \cdot \vec{c} + 2\vec{c} \cdot \vec{a} \\ &= |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + 0 + 2|\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos(\vec{b}, \vec{c}) + 2|\vec{c}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos(\vec{c}, \vec{a}) \\ &= 10^2 + 10^2 + 20^2 + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \\ &= 600 + \frac{800}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

Suy ra  $|\vec{m}|^2 = \vec{m}^2 = 600 + \frac{800}{\sqrt{3}}$ . Do đó,  $|\vec{m}| = \sqrt{600 + \frac{800}{\sqrt{3}}} \approx 32,6$ .

Vậy độ lớn hợp lực của các lực  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  bằng khoảng 32,6 N.

**Đáp số:** 32,6.

-----HẾT-----