

ThS. TRẦN THANH YÊN

# NGUYÊN HÀM. TÍCH PHÂN

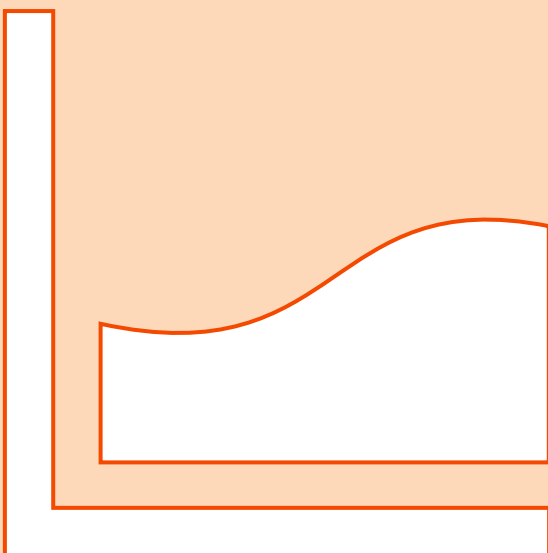
CHƯƠNG 4

12

# TOÁN

Chân trời sáng tạo

(có thể dùng chung cả 3 bộ sách)



Lý thuyết và bài tập tự luận

Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Trắc nghiệm đúng sai

Trắc nghiệm trả lời ngắn

# MỤC LỤC

<b>CHƯƠNG 4. NGUYÊN HÀM. TÍCH PHÂN</b>	<b>TRANG</b>
<b>BÀI 1. NGUYÊN HÀM</b>	<b>1</b>
A. LÝ THUYẾT	1
B. BÀI TẬP TỰ LUẬN	5
C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1	11
D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2	14
E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3	17
F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4	20
G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5	24
H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6	27
I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 7	31
J. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 8	35
K. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 9	38
L. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 10	42
<b>BÀI 2. TÍCH PHÂN</b>	<b>46</b>
A. LÝ THUYẾT	46
B. BÀI TẬP TỰ LUẬN	53
C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1	59
D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2	63
E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3	67
F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4	71
G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5	75
H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6	79
I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 7	83
J. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 8	87
K. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 9	91
L. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 10	95
<b>BÀI 3. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN</b>	<b>101</b>
A. LÝ THUYẾT	101
B. BÀI TẬP TỰ LUẬN	112
C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1	128
D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2	135

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3	143
F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4	150
G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5	158
H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6	166
I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 7	173
J. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 8	181
K. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 9	189
L. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 10	197
<b>ĐÁP ÁN</b>	<b>205</b>

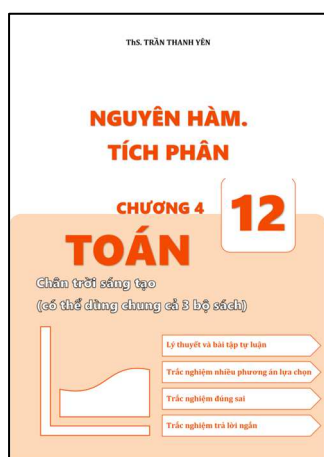
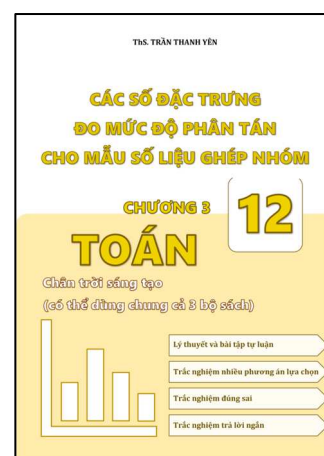
Giáo viên cần file word liên hệ:

**ThS. Trần Thanh Yên**

Facebook: <https://www.facebook.com/thanhhyendhsp>

Email: [tthanhyen@gmail.com](mailto:tthanhyen@gmail.com)

Mời các bạn tìm đọc:



Mặc dù rất cố gắng để tài liệu có thể chính chu và chính xác hết mức có thể nhưng không thể tránh khỏi một số sai sót. Các bạn đọc xem sửa lỗi mới nhất của tất cả các chương đến thời điểm hiện tại ở:

<https://www.yenmaths.com/p/fix.html>

# CHƯƠNG 4. NGUYÊN HÀM. TÍCH PHÂN

## BÀI 1. NGUYÊN HÀM

### A. LÝ THUYẾT

#### 1. Khái niệm nguyên hàm

Kí hiệu  $K$  là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa khoảng của  $\mathbb{R}$ .

Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $K$ . Hàm số  $F(x)$  được gọi là **nguyên hàm** của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  nếu  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x$  thuộc  $K$ .

Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Khi đó:

- Với mỗi hằng số  $C$ , hàm số  $F(x) + C$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ ;
- Nếu  $G(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  thì tồn tại hằng số  $C$  sao cho  $G(x) = F(x) + C$  với mọi  $x$  thuộc  $K$ .

Như vậy, mọi nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  đều có dạng  $F(x) + C$ , với  $C$  là một hằng số. Ta gọi  $F(x) + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$  là họ tất cả các nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ , kí hiệu  $\int f(x) dx$  và viết

$$\int f(x) dx = F(x) + C.$$

**Chú ý:** Biểu thức  $f(x) dx$  gọi là **vi phân** của nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x)$ , kí hiệu là  $dF(x)$ .

Vậy  $dF(x) = F'(x) dx = f(x) dx$ .

#### Chú ý:

a) Mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $K$  đều có nguyên hàm trên  $K$ .

Bài toán tìm nguyên hàm của một hàm số mà không chỉ rõ khoảng  $K$  thì được hiểu là tìm nguyên hàm trên từng khoảng xác định của hàm số đó.

b) Từ định nghĩa nguyên hàm, ta có  $\int f'(x) dx = f(x) + C$ .

#### 2. Nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp

##### Nguyên hàm của hàm số lũy thừa

- $\int 0 dx = C$ ;
- $\int 1 dx = x + C$ ;
- $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$  ( $\alpha \neq -1$ ).

**Chú ý:** Người ta thường viết  $\int dx$  thay cho  $\int 1 dx$ .

##### Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$

- $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ .

**Nguyên hàm của một số hàm số lượng giác**

- $\int \cos x dx = \sin x + C$  ;
- $\int \sin x dx = -\cos x + C$  ;
- $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$  ;
- $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$  .

**Nguyên hàm của hàm số mũ**

- $\int e^x dx = e^x + C$  ;
- $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$  ( $a > 0, a \neq 1$ ).

**3. Tính chất cơ bản của nguyên hàm****Nguyên hàm của tích một số với một hàm số**

- $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ , với  $k \in \mathbb{R}, k \neq 0$ .

**Nguyên hàm của tổng, hiệu hai hàm số**

- $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$  ;
- $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$  .

**DẠNG TOÁN: KHÁI NIỆM NGUYÊN HÀM**

**Ví dụ 1.** Chứng minh rằng:

a)  $F(x) = 5x + x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 5 + 2x$  trên  $\mathbb{R}$ .

b)  $G(x) = \tan x$  là một nguyên hàm của hàm số  $g(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$  trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

c)  $H(x) = e^{2x+1}$  là một nguyên hàm của hàm số  $h(x) = 2e^{2x+1}$  trên  $\mathbb{R}$ .

**Ví dụ 2.** a) Chứng minh  $F(x) = \frac{x^3}{3}$  là một nguyên hàm của  $f(x) = x^2$  trên  $\mathbb{R}$ . Từ đó suy ra họ tất cả các nguyên hàm của  $f(x) = x^2$  trên  $\mathbb{R}$ .

b) Chứng minh  $F(x) = x^5$  là một nguyên hàm của  $f(x) = 5x^4$  trên  $\mathbb{R}$ . Từ đó suy ra họ tất cả các nguyên hàm của  $f(x) = 5x^4$  trên  $\mathbb{R}$ .

c) Chứng minh  $F(x) = -\cot x$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$  với mọi  $x \in (0; \pi)$ . Từ đó suy ra họ tất cả các nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$  trên  $(0; \pi)$ .

**Ví dụ 3.** a) Hàm số  $F(x) = \frac{x^5}{5}$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nào trên  $\mathbb{R}$ ?

b) Hàm số  $F(x) = \sin x$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nào trên  $\mathbb{R}$ ?

c) Hàm số  $F(x) = \cot x$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nào?

**Ví dụ 4.** a) Cho  $\int f(x) dx = x^3 - e^{2x} + C$ . Tìm  $f(x)$ .

b) Cho  $\int f(x) dx = \sin x + \cos x + C$ . Tính  $f(\pi)$ .

### DẠNG TOÁN: TÌM HỘ NGUYÊN HÀM BẰNG CÔNG THỨC

**Ví dụ 5.** Tìm:

a)  $\int x^6 dx$

b)  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

c)  $\int x^4 dx$

d)  $\int \frac{1}{x^3} dx$

e)  $\int \sqrt{x} dx$

f)  $\int \sqrt[3]{x} dx$

g)  $\int \sqrt[5]{x^2} dx$

h)  $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} dx$

i)  $\int \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x} \sqrt{x} dx$

**Ví dụ 6.** Tìm:

a)  $\int 3^x dx$

b)  $\int 3^{2x} dx$

c)  $\int 2^{x+1} dx$

d)  $\int e^{2x} dx$

e)  $\int 5^{1-2x} dx$

f)  $\int 2^x \cdot 3^x \cdot 5^{2x} dx$

g)  $\int \frac{5^x}{2^{x+1}} dx$

h)  $\int \frac{3^{2x-1}}{4^x} dx$

i)  $\int (2^x + 3 \cdot 2^{x+1} - 2^{x+2}) dx$

**Ví dụ 7.** Tìm:

a)  $\int 3 \cos x dx$

b)  $\int 8 \sin x dx$

c)  $\int 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} dx$

d)  $\int (\sin x + \cos x) dx$

e)  $\int (2 \sin x - 5 \cos x) dx$

f)  $\int \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x} dx$

g)  $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx$

h)  $\int \left( \frac{3}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$

i)  $\int \tan^2 x dx$

**Ví dụ 8.** Tìm:

a)  $\int (2x+5) dx$

b)  $\int (2x^2 - 3x + 5) dx$

c)  $\int (2x+1)^3 dx$

d)  $\int 3x^2 dx$

e)  $\int (2x-1)^2 dx$

f)  $\int (4x^3 - 3x^2) dx$

g)  $\int \frac{(x+1)^2}{2x} dx$

h)  $\int \frac{x^3 - 1}{x - 1} dx$

i)  $\int \left( \frac{x+2}{x} \right)^2 dx$

**Ví dụ 9.** Tìm:

a)  $\int \left( 3x^3 + \frac{2}{\sqrt[5]{x^3}} \right) dx$

b)  $\int \left( 2x^2 + \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx$

c)  $\int \left( \frac{2}{\sqrt{x}} - 2x^2 \right)^2 dx$

d)  $\int \left( 3 \cos x - \frac{4}{x} \right) dx$

e)  $\int \frac{e^{2x} - 1}{e^x + 1} dx$

f)  $\int \frac{8^x + 1}{2^x + 1} dx$

$$\text{g) } \int \left(1 + \sin^2 \frac{x}{2}\right) dx \quad \text{h) } \int \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 dx \quad \text{i) } \int \cos \left(x - \frac{\pi}{4}\right) dx$$

**Ví dụ 10.** Tìm:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \int \frac{2x^2 - 5x + 2}{2x - 1} dx & \text{b) } \int \frac{x^3 + x^2 + x + 6}{x + 2} dx \\ \text{c) } \int (\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x) dx & \text{d) } \int (x + 2)xe^x dx \end{array}$$

### DẠNG TOÁN: TÌM NGUYÊN HÀM THỎA ĐIỀU KIỆN

**Ví dụ 11.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{x}$  với  $x \neq 0$ . Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(-2) = 0$ .

**Ví dụ 12.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \cos x$  thỏa mãn  $F(0) + F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .

**Ví dụ 13.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 2^x$  thỏa mãn  $F(0) = 1$ .

**Ví dụ 14.** Cho hàm số  $f(x) = (1 - 3x)^2$ . Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(1) = 10$ .

**Ví dụ 15.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ . Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(1) = 5$ .

### DẠNG TOÁN: CÁC BÀI TOÁN ỨNG DỤNG

**Ví dụ 16.** Khi được thả từ độ cao 20 m, một vật rơi với gia tốc không đổi  $a = 10 \text{ m/s}^2$ . Sau khi rơi được  $t$  giây thì vật có tốc độ bao nhiêu và đi được quãng đường bao nhiêu?

**Ví dụ 17.** Một ô tô đang chạy với tốc độ 19 m/s thì hãm phanh và chuyển động chậm dần với tốc độ  $v(t) = 19 - 2t$  (m/s). Kể từ khi hãm phanh, quãng đường ô tô đi được sau 1 giây, 2 giây, 3 giây là bao nhiêu?

**Ví dụ 18.** Một hòn đá rơi từ mỏm đá có độ cao 150 m so với mặt đất theo phương thẳng đứng. Biết tốc độ rơi của hòn đá (tính theo đơn vị m/s) tại thời điểm  $t$  (tính theo giây) được cho bởi công thức  $v(t) = 9,8t$ . Quãng đường rơi được  $S$  của hòn đá tại thời điểm  $t$  được cho bởi công thức nào? Sau bao nhiêu giây thì hòn đá chạm đến mặt đất?

**Ví dụ 19.** Một quả bóng được ném lên từ độ cao 24,5 m với vận tốc được tính bởi công thức  $v(t) = -9,8t + 19,6$  (m/s).

a) Viết công thức tính độ cao của quả bóng theo thời gian  $t$ .

b) Sau bao nhiêu lâu kể từ khi ném lên thì quả bóng chạm đất?

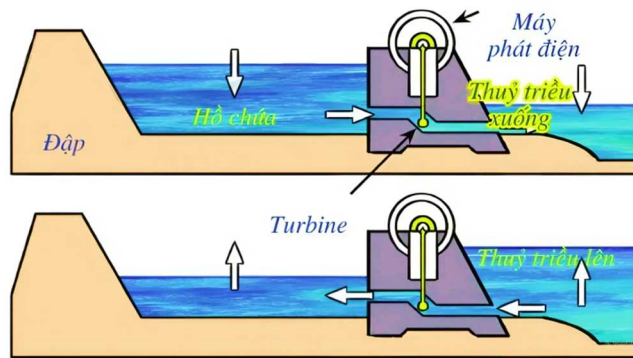
**Ví dụ 20.** Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 80 m. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = -10t + 30$  (m/s), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi  $s(t)$  là quãng đường xe ô tô đi được trong  $t$  (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Lập công thức biểu diễn hàm số  $s(t)$ .

- b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là bao nhiêu giây?
- c) Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là bao nhiêu mét? Xe ô tô liệu có gặp tai nạn do va chạm với chướng ngại vật trên đường hay không?

**Ví dụ 21.** Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra (khi thủy triều xuống) và nước chảy vào (khi thủy triều lên) (xem hình). Tốc độ thay đổi của mức nước trong hồ chứa được cho bởi hàm số  $h'(t) = \frac{1}{216}(5t^2 - 120t + 480)$ , trong đó  $t$  tính bằng giờ ( $0 \leq t \leq 24$ ),  $h'(t)$  tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm  $t = 0$ , mức nước trong hồ chứa là 6 m. (Nguồn: A. Bigalke et al., *Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016*)

- a) Viết công thức xác định hàm số  $h(t)$ .
- b) Mức nước trong hồ chứa cao nhất và thấp nhất bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét)?
- c) Mức nước trong hồ chứa thay đổi nhanh nhất khi nào? Tốc độ thay đổi của mức nước trong hồ chứa khi đó là bao nhiêu?



### B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

- Câu 1:** Tính đạo hàm của hàm số  $F(x) = xe^x$ , suy ra nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x+1)e^x$ .
- Câu 2:** Hàm số  $F(x) = x^3 + 5$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nào?
- Câu 3:** Trong mỗi trường hợp sau, hàm số  $F(x)$  có là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng tương ứng không? Vì sao?
  - a)  $F(x) = x \ln x$  và  $f(x) = 1 + \ln x$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ ;
  - b)  $F(x) = e^{\sin x}$  và  $f(x) = e^{\cos x}$  trên  $\mathbb{R}$ .
- Câu 4:** Trong các cặp hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của hàm số còn lại?
  - a)  $xe^x$  và  $(x-1)e^x$
  - b)  $\frac{1}{2}\ln^2 x$  và  $\frac{\ln x}{x}$ .
- Câu 5:** Tìm hàm số  $f(x)$ , biết một nguyên hàm của  $f(x)$  là:
  - a)  $F(x) = x \sin x + \sqrt{2}$
  - b)  $F(x) = e^x - \sqrt{x}$



**Câu 6:** Biết  $F(x) = e^x + x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Tìm  $\int f'(x) dx$ .

**Câu 7:** Tìm:

a)  $\int x^5 dx$

b)  $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx \ (x > 0)$

c)  $\int 7^x dx$

d)  $\int \frac{3^x}{5^x} dx$

e)  $\int x^4 dx$

f)  $\int x^{\sqrt{5}} dx$

g)  $\int \frac{1}{x^2} dx$

h)  $\int x^{\frac{1}{2}} dx$

i)  $\int x^{\frac{3}{5}} dx$

**Câu 8:** Tìm:

a)  $\int \frac{3}{x} dx$

b)  $\int \frac{4}{9x} dx$

c)  $\int \frac{1}{x^4} dx$

d)  $\int x\sqrt{x} dx \ (x > 0)$

e)  $\int \left( \frac{3}{x} - 5\sqrt[3]{x} \right) dx \ (x > 0)$

f)  $\int x^{\sqrt{2}} dx$

g)  $\int x^{-1} dx$

h)  $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx \ (x > 0)$

i)  $\int x^{\frac{2}{3}} dx$

**Câu 9:** Tìm:

a)  $\int \frac{1}{\sqrt{x^3}} dx$

b)  $\int \frac{3x}{\sqrt{x}} dx$

c)  $\int 2^{3x} \cdot 3^x dx$

d)  $\int e^{3x} dx$

e)  $\int 4^x dx$

f)  $\int 2^x \cdot 3^x dx$

g)  $\int \frac{2^x}{5^x} dx$

h)  $\int 4^{\frac{x}{2}} dx$

i)  $\int \frac{8}{x} dx$

**Câu 10:** Tìm:

a)  $\int \frac{21}{8x} dx$

b)  $\int 2^{3x} dx$

c)  $\int \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$

d)  $\int 2^x dx$

e)  $\int \frac{1}{3^x} dx$

f)  $\int \frac{1}{e^x} dx$

g)  $\int 6x^3 dx$

h)  $\int 4^{x+1} dx$

i)  $\int e^{2x+1} dx$

**Câu 11:** Tìm:

a)  $\int (2x^5 + 3) dx$

b)  $\int \left( \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{2}{x} \right) dx$

c)  $\int x(2x-3)^2 dx$

d)  $\int (3x^2 + x) dx$

e)  $\int (9x^2 - 2x + 7) dx$

f)  $\int (4x-3)(x^2+3) dx$

g)  $\int \left( 3\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$

h)  $\int \left( 2^x + \frac{3}{x^2} \right) dx$

i)  $\int \sqrt{x} (7x^2 - 3) dx \quad (x > 0)$

**Câu 12:** Tìm:

a)  $\int \frac{(2x+1)^2}{x^2} dx$

b)  $\int \left( 2 \cdot 3^x - \frac{1}{3} \cdot 7^x \right) dx$

c)  $\int (x^3 - 3^x) dx$

d)  $\int x(x^2 - 2) dx$

e)  $\int (7x^6 - 4x^3 + 3x^2) dx$

f)  $\int 2x(x-3) dx$

g)  $\int \frac{2x+1}{x} dx$

h)  $\int \frac{x^4 + 2}{x^2} dx$

i)  $\int (2 \cdot 3^{2x} - e^{x+1}) dx$

**Câu 13:** Tìm:

a)  $\int (5 \cos x - 3 \sin x) dx$

b)  $\int 6(1 + \cot^2 x) dx$

c)  $\int \left( e^{x-2} - \frac{2}{\sin^2 x} \right) dx$

d)  $\int (2 \sin x - 3 \cos x) dx$

e)  $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx$

f)  $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$

g)  $\int e^x \left( 2 + \frac{e^{-x}}{3 \cos^2 x} \right) dx$

h)  $\int \left( \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$

i)  $\int 4 \sin^2 \frac{x}{2} dx$

**Câu 14:** Tìm:

a)  $\int (1 + \tan^2 x) dx$

b)  $\int (1 - \tan^2 x) dx$

c)  $\int \left( 2 \cos x - \frac{3}{\sin^2 x} \right) dx$

d)  $\int \left( \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx$

e)  $\int (x + \tan^2 x) dx$

f)  $\int (2 + \cot^2 x) dx$

g)  $\int (5 \sin x + 6 \cos x) dx$

h)  $\int (\cos x + \sin x) dx$

i)  $\int (3 \cos x - 4 \sin x) dx$

**Câu 15:** Tìm:

a)  $\int \left( 2 \cos x - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$

b)  $\int \left( \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$

c)  $\int (3x^2 - \cos x) dx$

d)  $\int \left( 3 \sin x - \frac{2}{\sqrt{x^3}} \right) dx$

e)  $\int \left( \frac{2}{\cos^2 x} - 5^x \right) dx$

f)  $\int \left( \frac{1}{x} - \frac{4}{\sin^2 x} \right) dx$

**Câu 16:** Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau:

a)  $f(x) = 6x^4 - \frac{e^x}{2} + \sin x$

b)  $f(x) = 4x^5 + \frac{x}{2}$

c)  $f(x) = 5^x - \frac{4}{x\sqrt{x}} + 3$

d)  $f(x) = 2e^x - 5^x$

e)  $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$

f)  $f(x) = x^3 - x$

**Câu 17:** Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau:

a)  $f(x) = (2x+1)^2$

b)  $f(x) = \left( 2x - \frac{1}{x} \right)^2$

c)  $f(x) = 3x(1-x)$

$$\text{d) } f(x) = 3^{2x} \qquad \text{e) } f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x^2} \qquad \text{f) } f(x) = (2x - 1)^2$$

**Câu 18:** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$  thỏa mãn  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ .

**Câu 19:** Tìm một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 2x - e^x$  thỏa mãn  $F(0) = -2$ .

**Câu 20:** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 6x^5 + 2x - 3$ , biết  $F(-1) = -5$ .

**Câu 21:** Cho  $G(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $g(x) = e^x$  thỏa mãn  $G(0) = -3$ . Tính  $G(1)$ .

**Câu 22:** Cho  $G(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $g(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$  thỏa mãn  $G\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ . Tính  $G\left(\frac{\pi}{4}\right)$ .

**Câu 23:** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 3^x$ , biết  $F(0) = \frac{1}{\ln 3} + 2$ .

**Câu 24:** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sin x$ , biết  $F(2\pi) = 0$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Biết rằng,  $f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$  với mọi  $x \in (0; +\infty)$  và  $f(1) = 1$ . Tính giá trị  $f(4)$ .

**Câu 26:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là  $(C)$ . Xét điểm  $M(x; f(x))$  thay đổi trên  $(C)$ . Biết rằng, hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại  $M$  là  $k_M = (x-1)^2$  và điểm  $M$  trùng với gốc tọa độ khi nó nằm trên trục tung. Tìm biểu thức  $f(x)$ .

**Câu 27:** Cho các hàm số  $f(x) = e^x \sin x$  và  $g(x) = e^x \cos x$ .

a) Chứng minh  $f'(x) = f(x) - g(x)$  và  $g'(x) = f(x) + g(x)$ .

b) Áp dụng câu a), tìm nguyên hàm các hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$ .

**Câu 28:** Kí hiệu  $h(x)$  là chiều cao của một cây (tính theo mét) sau khi trồng  $x$  năm. Biết rằng sau năm đầu tiên cây cao 2 m. Trong 10 năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ  $h'(x) = \frac{1}{x}$  (m/năm).

a) Xác định chiều cao của cây sau  $x$  năm ( $1 \leq x \leq 11$ ).

b) Sau bao nhiêu năm cây cao 3 m?

**Câu 29:** Một chiếc xe đang chuyển động với tốc độ  $v_0 = 10$  m/s thì tăng tốc với gia tốc không đổi  $a = 2$  m/s<sup>2</sup>. Tính quãng đường xe đó đi được trong 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

**Câu 30:** Một vườn ươm cây cảnh bán một cây sau 6 năm trồng và uốn tạo dáng. Tốc độ tăng trưởng trong suốt 6 năm được tính xấp xỉ bởi công thức  $h'(t) = 1,5t + 5$ , trong đó  $h(t)$  (cm) là chiều cao của cây khi kết thúc  $t$  (năm) (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e Cengage 2014). Cây con khi được trồng cao 12 cm.

a) Tìm công thức chỉ chiều cao của cây sau  $t$  năm.

b) Khi được bán, cây cao bao nhiêu centimét?

**Câu 31:** Tại một lễ hội dân gian, tốc độ thay đổi lượng khách tham dự được biểu diễn bằng hàm số

$$B'(t) = 20t^3 - 300t^2 + 1000t,$$

trong đó  $t$  tính bằng giờ ( $0 \leq t \leq 15$ ),  $B'(t)$  tính bằng khách/giờ.

(Nguồn: A. Bigalke et al., *Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016*).

Sau một giờ, 500 người đã có mặt tại lễ hội.

a) Viết công thức của hàm số  $B(t)$  biểu diễn số lượng khách tham dự lễ hội với  $0 \leq t \leq 15$ .

b) Sau 3 giờ sẽ có bao nhiêu khách tham dự lễ hội?

c) Số lượng khách tham dự lễ hội lớn nhất là bao nhiêu?

d) Tại thời điểm nào thì tốc độ thay đổi lượng khách tham dự lễ hội là lớn nhất?

**Câu 32:** Đối với các dự án xây dựng, chi phí nhân công lao động được tính theo số ngày công. Gọi  $m(t)$  là số lượng công nhân được sử dụng ở ngày thứ  $t$  (kể từ khi khởi công dự án). Gọi  $M(t)$  là số ngày công được tính đến hết ngày thứ  $t$  (kể từ khi khởi công dự án). Trong kinh tế xây dựng, người ta đã biết rằng  $M'(t) = m(t)$ .

Một công trình xây dựng dự kiến hoàn thành trong 400 ngày. Số lượng công nhân được sử dụng cho bởi hàm số  $m(t) = 800 - 2t$ , trong đó  $t$  tính theo ngày ( $0 \leq t \leq 400$ ),  $m(t)$  tính theo người (Nguồn: A. Bigalke et al., *Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016*). Đơn giá cho một ngày công lao động là 400 000 đồng. Tính chi phí nhân công lao động của công trình đó (cho đến lúc hoàn thành).

**Câu 33:** Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số

$$v(t) = -0,1t^3 + t^2,$$

trong đó  $t$  tính theo tuần,  $v(t)$  tính bằng centimét/tuần. Gọi  $h(t)$  (tính bằng centimét) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ  $t$  (Nguồn: A. Bigalke et al., *Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016*).

a) Viết công thức xác định hàm số  $h(t)$  ( $t \geq 0$ ).

b) Giai đoạn tăng trưởng của cây cà chua đó kéo dài bao lâu?

c) Chiều cao tối đa của cây cà chua đó là bao nhiêu?

d) Vào thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì cây cà chua sẽ cao bao nhiêu?

**Câu 34:** Một quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn, sau đó bắt đầu tăng trưởng. Gọi  $P(t)$  là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm  $t$ , trong đó  $t$  tính theo ngày ( $0 \leq t \leq 10$ ). Tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó cho bởi hàm số  $P'(t) = k\sqrt{t}$ , trong đó  $k$  là hằng số. Sau 1 ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn (Nguồn: R. Larson and

*B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014*). Tính số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 7 ngày (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

- Câu 35:** Một máy bay di chuyển ra đến đường băng và bắt đầu chạy đà để cất cánh. Giả sử vận tốc của máy bay khi chạy đà được cho bởi  $v(t) = 5 + 3t$  (m/s), với  $t$  là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi máy bay bắt đầu chạy đà. Sau 30 giây thì máy bay cất cánh rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển từ khi bắt đầu chạy đà đến khi rời đường băng là bao nhiêu mét?
- Câu 36:** Doanh thu bán hàng của một công ty khi bán một loại sản phẩm là số tiền  $R(x)$  (triệu đồng) thu được khi  $x$  đơn vị sản phẩm được bán ra. Tốc độ biến động (thay đổi) của doanh thu khi  $x$  đơn vị sản phẩm đã được bán là hàm số  $M_R(x) = R'(x)$ . Một công ty công nghệ cho biết, tốc độ biến đổi của doanh thu khi bán một loại con chip của hãng được cho bởi  $M_R(x) = 300 - 0,1x$ , ở đó  $x$  là số lượng chip đã bán. Tìm doanh thu của công ty khi đã bán 1000 con chip.
- Câu 37:** Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm  $t$  giây (coi  $t = 0$  là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi  $v(t) = 160 - 9,8t$  (m/s). Tìm độ cao của viên đạn (tính từ mặt đất):
- Sau  $t = 5$  giây;
  - Khi nó đạt độ cao lớn nhất (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).
- Câu 38:** Một hòn đá được thả rơi tự do từ miệng của một giếng cạn. Biết rằng vận tốc của hòn đá tại thời điểm  $t$  giây tính từ lúc bắt đầu thả được tính bởi  $v(t) = 10t$  (m/s).
- Tìm hàm số  $s(t)$  mô tả quãng đường chuyển động (tính theo mét) của hòn đá sau  $t$  giây kể từ khi được thả.
  - Tính độ sâu của giếng, biết thời gian rơi tự do của hòn đá là 2,2 giây.
- Câu 39:** Người ta truyền nhiệt cho một bình nuôi cấy vi sinh vật từ  $1^\circ\text{C}$ . Tốc độ tăng nhiệt độ của bình tại thời điểm  $t$  phút ( $0 \leq t \leq 5$ ) được cho bởi hàm số  $f(t) = 3t^2$  ( $^\circ\text{C}/\text{phút}$ ). Biết rằng nhiệt độ của bình đó tại thời điểm  $t$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(t)$ , tìm nhiệt độ của bình tại thời điểm 3 phút kể từ khi truyền nhiệt.
- Câu 40:** Tốc độ tăng trưởng của một đàn gấu mèo tại thời điểm  $t$  tháng kể từ khi người ta thả 100 cá thể đầu tiên vào một khu rừng được ước lượng bởi công thức  $P'(t) = 8t + 30$  (con/tháng), với  $P(t)$  là số lượng cá thể trong đàn tại thời điểm  $t$  tháng tương ứng (Nguồn: *Chris Kirkpatrick, Barbara Alldred, Crystal Chilvers, Beverly Farahani, Kristina Farentino, Angelo Lillo, Ian Macpherson, John Rodger, Susanne Trew, Advanced Function, Nelson 2012*). Dựa vào tốc độ tăng trưởng đã cho, hãy ước tính số cá thể của đàn gấu mèo này tại thời điểm 3 tháng kể từ khi chúng được thả vào rừng.
- Câu 41:** Cường độ dòng điện (đơn vị: A) trong một dây dẫn tại thời điểm  $t$  giây là:

$$I(t) = Q'(t) = 3t^2 - 6t + 5,$$

với  $Q(t)$  là điện lượng (đơn vị: C) truyền trong dây dẫn tại thời điểm  $t$ . Biết khi  $t = 1$  giây, điện lượng truyền trong dây dẫn là  $Q(1) = 4$ . Tính điện lượng truyền trong dây dẫn khi  $t = 3$ .

**Câu 42:** Một chiếc cốc chứa nước ở  $95^\circ\text{C}$  được đặt trong phòng có nhiệt độ  $20^\circ\text{C}$ . Theo định luật làm mát của Newton, nhiệt độ của nước trong cốc sau  $t$  phút (xem  $t = 0$  là thời điểm nước ở  $95^\circ\text{C}$ ) là một hàm số  $T(t)$ . Tốc độ giảm nhiệt độ của nước trong cốc tại thời điểm  $t$  phút được xác định bởi  $T'(t) = -\frac{3}{2}e^{\frac{-t}{50}}$  ( $^\circ\text{C}/\text{phút}$ ). Tính nhiệt độ của nước tại thời điểm  $t = 30$  phút.

(Nguồn: [https://amsi.org.au/ESA\\_Senior\\_Years/SeniorTopic3/3e/3e\\_4history\\_3.html](https://amsi.org.au/ESA_Senior_Years/SeniorTopic3/3e/3e_4history_3.html))

## C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$ . Khẳng định nào sau đây sai?

A. Nếu hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$  thì với mỗi hằng số  $C$ , hàm số  $G(x) = F(x) + C$  cũng là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ .

B. Hàm số  $F(x)$  được gọi là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$  nếu  $F(x) = f'(x)$  với mọi  $x \in K$ .

C. Nếu  $f(x)$  liên tục trên  $K$  thì nó có nguyên hàm trên  $K$ .

D. Hàm số  $F(x)$  được gọi là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$  nếu  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x \in K$ .

**Câu 2:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^7$  là:

A.  $\frac{x^8}{8} + C$ .                      B.  $7x^6 + C$ .                      C.  $x^8 + C$ .                      D.  $8x^8 + C$ .

**Câu 3:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$  là:

A.  $x^3 + x^2 + 5$ .                      B.  $x^3 + x + C$ .                      C.  $x^3 + x^2 + 5x + C$ .                      D.  $x^3 + x^2 + C$ .

**Câu 4:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  là:

A.  $-\frac{1}{x} + C$ .                      B.  $\frac{1}{x} + C$ .                      C.  $\ln|x^2| + C$ .                      D.  $\frac{3}{x^3} + C$ .

**Câu 5:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^x$ .

A.  $\int f(x) dx = 3^x + C$ .                      B.  $\int f(x) dx = 3^x \ln 3 + C$ .

C.  $\int f(x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$ .                      D.  $\int f(x) dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$ .

**Câu 6:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 5^{2x+1}$ .

A.  $\int 5^{2x+1} dx = 2 \cdot \frac{5^{2x+1}}{\ln 5} + C$ .                      B.  $\int 5^{2x+1} dx = \frac{5 \cdot 25^x}{2 \ln 5} + C$ .

C.  $\int 5^{2x+1} dx = 2.5^{2x+1} \ln 5 + C.$

D.  $\int 5^{2x+1} dx = \frac{25^{x+1}}{x+1} + C.$

**Câu 7:** Tìm  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx.$ 

A.  $\cot x + C.$

B.  $\tan x + C.$

C.  $-\cot x + C.$

D.  $-\tan x + C.$

**Câu 8:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x^3 + 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}.$ 

A.  $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4} + x^2 + \sqrt{x} + C.$

B.  $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4} + 2x + \sqrt{x} + C.$

C.  $\int f(x) dx = x^4 + x^2 + \sqrt{x} + C.$

D.  $\int f(x) dx = 12x^2 + 2 - \frac{1}{4x\sqrt{x}} + C.$

**Câu 9:** Nếu  $\int f(x) dx = \frac{1}{x} + \ln x + C$  thì:

A.  $f(x) = \sqrt{x} + \ln x.$

B.  $f(x) = -\sqrt{x} + \frac{1}{x} + \ln x.$

C.  $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \ln x.$

D.  $f(x) = \frac{x-1}{x^2}.$

**Câu 10:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x^3 + \frac{2}{x^3}.$ 

A.  $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{1}{x^2} + C.$

B.  $\int f(x) dx = x^4 + \frac{1}{x^2} + C.$

C.  $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4} + \frac{1}{x^2} + C.$

D.  $\int f(x) dx = x^4 - \frac{1}{x^2} + C.$

**Câu 11:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  thỏa  $F(0) = \frac{3}{2}$ . Khi đó:

A.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}.$

B.  $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}.$

C.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}.$

D.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}.$

**Câu 12:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x - \cos x$  và  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ . Tính  $F\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ .

A.  $-2.$

B.  $1.$

C.  $2.$

D.  $0.$

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai****Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 2x^5 - 3x^3 + x$ .

a)  $f'(x) = 10x^4 - 9x^2 + 1.$

b)  $\int f(x) dx = \int 2x^5 dx - 3 \int x^3 dx + \int dx.$

c)  $\int f(x) dx = \frac{x^6}{3} - \frac{3x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + C.$

d) Một nguyên hàm của  $f(x)$  là  $F(x) = \frac{4x^6 - 9x^4 + 6x^2 + 1}{12}.$

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = (2x^3 - 1)(x^2 + 1).$

a)  $f'(x) = 6x^2 \cdot 2x = 12x^3.$

b)  $\int f'(x) dx = 2x^5 + 2x^3 - x^2 + C.$

c)  $\int f'(x) dx = (2x^3 - 1)(x^2 + 1) + C.$

d)  $\int f(x) dx = \int (2x^3 - 1) dx \cdot \int (x^2 + 1) dx.$

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = 4^x(3 - 2^{x+1}).$

a)  $f'(x) = 6 \ln 2 \cdot (4^x - 8^x).$

b)  $\int f'(x) dx = 6 \ln 2 \cdot \int (4^x - 8^x) dx.$

c)  $\int f(x) dx = \int 4^x dx \cdot \int (3 - 2^{x+1}) dx.$

d)  $\int f(x) dx = 3 \cdot \frac{4^x}{\ln 4} - \frac{4^x}{\ln 4} \cdot \frac{2^x}{\ln 2} \cdot 2 + C.$

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = 2 \sin x - 3 \cos x.$

a)  $f'(x) = -2 \cos x - 3 \sin x.$

b)  $F(x) = -2 \cos x - 3 \sin x$  là một nguyên hàm của  $f(x).$

c)  $G(x) = -2(\cos x + \sin x) + 2 - \sin x$  là một nguyên hàm của  $f(x).$

d)  $\int [f(x) + f'(x)] dx = 5 \cos x + \sin x + C.$

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x^2 + x + 1$  thỏa  $F(2) = 1$ . Khi đó giá trị của  $F(3)$  có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính giá trị  $S = a + b$ .

ĐS:



**Câu 2:** Biết một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 3^{2x+1}$  có dạng  $a \cdot \frac{b^x}{\ln b}$  với  $a, b \in \mathbb{N}$ . Tính giá trị của tích  $T = ab$ .

ĐS:

**Câu 3:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cot^2 x$  thỏa  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ . Tính  $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .

ĐS:

**Câu 4:** Cho hai hàm số  $F(x) = (x^2 + ax + b)e^{-x}$  và  $f(x) = (-x^2 + 3x + 6)e^{-x}$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ . Khi đó  $S = a^2 - b^2$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 5:** Biết  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 4x - \frac{4}{x} + 3$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{(x^2 + a)^2}{x^2}$ . Tìm  $a$ .

ĐS:

**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x) = \sin^2 \frac{x}{2}$ . Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $y = F(x)$  có đồ thị đi qua gốc tọa độ  $O(0;0)$ . Tính  $F\left(\frac{\pi}{6}\right) + F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .

ĐS:

## D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A.  $\int f'(x) dx = f(x) + C$ .

B.  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ .

C.  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  với mọi  $k \in \mathbb{R}$ .

D.  $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ .

**Câu 2:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x}$  là:

A.  $\frac{1}{2\sqrt{x}} + C$ .

B.  $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$ .

C.  $x\sqrt{x} + C$ .

D.  $\frac{1}{\sqrt{x}} + C$ .

**Câu 3:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x+3}$  là:

A.  $\frac{1}{3}e^{2x+3} + C$ .

B.  $e^{2x+3} + C$ .

C.  $\frac{1}{2}e^{2x+3} + C$ .

D.  $2e^{2x+3} + C$ .

**Câu 4:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$  là:

A.  $2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C$ .

B.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$ .

C.  $\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$ .

D.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$ .

**Câu 5:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{3}$  là:

A.  $\frac{-x^4 + x^2 + 3}{3x} + C$ .

B.  $\frac{-2}{x^2} - 2x + C$ .

C.  $-\frac{x^4 + x^2 + 3}{3x} + C$ .

D.  $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} - \frac{x}{3} + C$ .

**Câu 6:** Hàm số  $F(x) = 2 \sin x - 3 \cos x + 1$  là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A.  $f(x) = 2 \cos x - 3 \sin x$ .

B.  $f(x) = -2 \cos x + 3 \sin x$ .

C.  $f(x) = 2 \cos x + 3 \sin x$ .

D.  $f(x) = -2 \cos x - 3 \sin x$ .

**Câu 7:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + \cos x$  là:

A.  $e^x - \sin x + C$ .

B.  $\frac{e^{x+1}}{x+1} - \sin x + C$ .

C.  $e^x + \sin x + C$ .

D.  $\frac{e^{x+1}}{x+1} + \sin x + C$ .

**Câu 8:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x(1 + e^{-x})$ .

A.  $\int f(x) dx = e^x + 1 + C$ .

B.  $\int f(x) dx = e^x + x + C$ .

C.  $\int f(x) dx = -e^x + x + C$ .

D.  $\int f(x) dx = e^x + C$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa  $f'(x) = 3 - 5 \cos x$  và  $f(0) = 5$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $f(x) = 3x + 5 \sin x + 2$ .

B.  $f(x) = 3x - 5 \sin x - 5$ .

C.  $f(x) = 3x - 5 \sin x + 5$ .

D.  $f(x) = 3x + 5 \sin x + 5$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = 2x + e^x$ . Tìm một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x)$  thỏa  $F(0) = 0$ .

A.  $F(x) = x^2 + e^x - 1$ .

B.  $F(x) = x^2 + e^x$ .

C.  $F(x) = e^x - 1$ .

D.  $F(x) = x^2 + e^x + 1$ .

**Câu 11:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x \left( 7 - \frac{8e^{-x}}{x^5} \right)$ .

A.  $7e^x + \frac{8}{x^4} + C$ .

B.  $7e^x + \frac{2}{x^4} + C$ .

C.  $7e^x - \frac{2}{x^4} + C$ .

D.  $7e^x - \frac{8}{x^4} + C$ .

**Câu 12:** Tìm  $\int \left( \frac{5}{x^2} + \frac{1}{2} \sqrt{x^3} \right) dx$ .

A.  $-\frac{5}{x} + \frac{1}{5}\sqrt{x^5} + C$ .    B.  $\frac{5}{x} - \frac{1}{5}\sqrt{x^5} + C$ .    C.  $-\frac{5}{x} + \frac{4}{5}\sqrt{x^5} + C$ .    D.  $\frac{5}{x} + \frac{1}{5}\sqrt{x^5} + C$ .

### Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 3(x-1)^2$ .

- a)  $f'(x) = 6(x-6)$ .  
 b)  $\int f(x) dx = (x-1)^3 + C$ .  
 c)  $\int f(x) dx = x(x^2 - 3x + 3) + C$ .  
 d)  $\int [f(x) - 3] dx = (x-1)(x^2 - 2x - 2) + C$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}$  với  $x > 0$ .

- a)  $f'(x) = 6x + 2\sqrt{x}$ .  
 b)  $\int f(x) dx = x^3 + 2\sqrt{x}$ .  
 c)  $\int f(x) dx = x^3 + \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ .  
 d)  $x^3 + 2\sqrt{x} - C$  (với  $C$  là hằng số) là họ tất cả các nguyên hàm của  $f(x)$ .

**Câu 3:** Cho các hàm số  $f(x) = 2\sin x$  và  $g(x) = -5\cos x$ .

- a)  $f'(x) = 2\cos x$  và  $g'(x) = -5\sin x$ .  
 b)  $\int [f(x) - g(x)] dx = 5\sin x - 2\cos x + C$ .  
 c)  $F(x) = \frac{5}{2}\cos 2x + \frac{\pi}{6}$  là một nguyên hàm của  $f(x).g(x)$ .  
 d)  $\int [f(x) + g'(x)] dx = 7\cos x + C$ .

**Câu 4:** Cho các hàm số  $f(x) = 2^x$  và  $g(x) = 1 + 3^{2x}$ .

- a)  $f'(x) = 2^x \ln 2$  và  $g'(x) = 9^x \ln 9$ .  
 b)  $\int [f'(x) + g'(x)] dx = f(x) + g(x)$ .  
 c)  $\int f(x).g(x) dx = \int 2^x dx \cdot \int (1 + 3^{2x}) dx$ .  
 d)  $\int f(x).g(x) dx = \int 2^x dx + \int 18^x dx$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Biết  $\int \left( x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x} \right) dx = ax^3 + b \ln|x| + c.x\sqrt{x} + C$ . Tính  $S = a + b + c$ .

ĐS:

**Câu 2:** Để  $F(x) = ax^3 + (3a+2)x^2 - 4x + 3$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$  thì giá trị của tham số  $a$  là bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{3x^3 - 2x + 1}{x}$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa  $F(1) = 3$ . Khi đó  $F(5) = a + \ln b$  với  $a, b \in \mathbb{N}$ . Tính tích  $T = ab$ .

ĐS:

**Câu 4:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (2x^2 + 3)(x - 2)$  và  $F\left(\frac{1}{2}\right) = 3$ . Tính  $F(0)$ .

ĐS:

**Câu 5:** Tìm giá trị của  $a$  để  $F(x) = \frac{ax+1}{x-5}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{(x-5)^2}$ .

ĐS:

**Câu 6:** Biết  $F(x) = e^x(m \sin x + n \cos x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x(2 \sin x - 3 \cos x)$ . Tính  $S = m^2 + n^2$ .

ĐS:

### E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3

#### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Cho các hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $K$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  ( $k \in \mathbb{R}, k \neq 0$ ).      B.  $\int f(x).g(x) dx = \int f(x) dx. \int g(x) dx$ .
- C.  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ .      D.  $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ .

**Câu 2:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = -e^{-x}$  là:

- A.  $-e^{-x} + C$ .      B.  $-e^x + C$ .      C.  $e^{-x} + C$ .      D.  $e^x + C$ .

**Câu 3:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^{3x-1} \cdot \ln 3$  là:

- A.  $\frac{1}{3} \cdot \frac{3^{3x-1}}{\ln 3} + C$ .      B.  $\frac{3^{3x-1}}{\ln 3} + C$ .      C.  $3^{3x-2} + C$ .      D.  $3^{3x-1} + C$ .

**Câu 4:** Hàm số nào sau đây **không** là một nguyên hàm của  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  trên  $(0; +\infty)$ ?

A.  $F(x) = \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + 1$ .    B.  $F(x) = \frac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + 3$ .    C.  $F(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + 4$ .    D.  $F(x) = \frac{3\sqrt[4]{x^3}}{4} + 2$ .

**Câu 5:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{3x}(1 - 3e^{-5x})$ .

A.  $\frac{1}{3}e^{3x} + \frac{3}{2}e^{-2x} + C$ .    B.  $\frac{1}{3}e^{3x} - \frac{3}{2}e^{-2x} + C$ .    C.  $e^{3x} - 3e^{-2x} + C$ .    D.  $3e^{3x} + 6e^{-2x} + C$ .

**Câu 6:** Tìm  $\int \left( \frac{5}{x} + \sqrt{x^3} \right) dx$ .

A.  $5\ln|x| - \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + C$ .    B.  $-5\ln|x| + \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + C$ .  
C.  $-5\ln|x| - \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + C$ .    D.  $5\ln|x| + \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + C$ .

**Câu 7:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x\sqrt{x} + \sqrt{x}}{x^2}$  là:

A.  $\frac{2(x-1)}{\sqrt{x}} + C$ .    B.  $\frac{2(\sqrt{x}+1)}{x^2} + C$ .    C.  $\frac{2-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + C$ .    D.  $\frac{1+2\sqrt{x}}{x} + C$ .

**Câu 8:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{3^{x+1}}{4^x}$  là:

A.  $3 \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^x}{\ln 3 - \ln 4} + C$ .    B.  $\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^x}{\ln 3 - \ln 4} + C$ .    C.  $\frac{\left(\frac{4}{3}\right)^x}{\ln 3 - \ln 4} + C$ .    D.  $3 \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^x}{\ln 3 - \ln 4} + C$ .

**Câu 9:** Tìm  $\int 2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x dx$ .

A.  $\frac{84^x}{\ln 84} + C$ .    B.  $\frac{2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x}{\ln 4 \cdot \ln 3 \cdot \ln 7} + C$ .    C.  $84^x + C$ .    D.  $84^x \ln 84 + C$ .

**Câu 10:** Nếu  $\int f(x) dx = e^x + \sin^2 x + C$  thì  $f(x)$  bằng:

A.  $e^x + \cos^2 x$ .    B.  $e^x - \sin 2x$ .    C.  $e^x + \cos 2x$ .    D.  $e^x + \sin 2x$ .

**Câu 11:** Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = e^x(1 - e^{-x})$  và  $F(0) = 3$  thì  $F(x)$  bằng:

A.  $e^x - x$ .    B.  $e^x - x + 2$ .    C.  $e^x - x - 2$ .    D.  $e^x - x + 1$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x)$  với  $f'(x) = 3 + 2\sin x$  và  $f(0) = 3$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $f(x) = 3x - 2\cos x + 5$ .    B.  $f(x) = 3x + 2\cos x + 3$ .  
C.  $f(x) = 3x - 2\cos x + 3$ .    D.  $f(x) = 3x + 2\cos x + 5$ .

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = (2 - x^2)^4$ .

a)  $f'(x) = 8x(x^2 - 2)^3$ .

b)  $f(x) = x^8 - 8x^6 + 24x^4 - 32x^2 + 16$ .

c)  $\int f(x) dx = \frac{(2 - x^2)^5}{5} + C$ .

d) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa  $F(1) = 0$  thì  $F(2) = \frac{527}{315}$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = 3x^2 + 8\sin x$ .

a)  $F(x) = x^3 + 8\cos x - \pi$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ .

b)  $\int f(x) dx = x^3 - 8\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + C$ .

c)  $f'(x) + f(x) = 3x^2 + 6x + 8(\sin x - \cos x)$ .

d)  $\int f(x) dx = 3\int \frac{x^3}{3} dx - 8\int \cos x dx$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$ .

a)  $f(x) = 2x^2 + \frac{3}{x^2}$ .

b)  $\int f(x) dx = 2\int x^2 dx + 3\int x^{-2} dx$ .

c)  $F(x) = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + 2026$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ .

d)  $G(x) = \frac{2x^4 - 6x - 9}{3x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = e^x \left(2 - \frac{3e^{-x}}{x^5}\right)$ .

a)  $f(x) = 2e^x + \frac{3}{x^5}$ .

b)  $f'(x) = 2e^x + \frac{15}{x^6}$ .

c)  $\int f(x) dx = 2e^x - \frac{3}{4x^4} + C$ .

d)  $\int f(x) dx = 2e^x - 3\int \frac{1}{x^5} dx$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Biết hàm số  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} + 2^{3x} + 2x - 1$  có một nguyên hàm là  $F(x) = a\sqrt{x} + \frac{2^{3x}}{\ln b} + \frac{(2x-1)^2}{c}$  với  $a, b, c \in \mathbb{N}$ . Tính giá trị biểu thức  $S = a + b + c$ .

ĐS:

**Câu 2:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2}$  thỏa  $F(1) = 0$ . Khi đó giá trị của  $F\left(\frac{5}{2}\right)$  có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính tích  $T = ab$ .

ĐS:

**Câu 3:** Tìm giá trị của  $a$  để  $F(x) = \frac{ax+1}{\sqrt{2x+1}}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{4x+3}{\sqrt{(2x+1)^3}}$ .

ĐS:

**Câu 4:** Cho  $F(x) = (ax^2 + bx - c)e^{2x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (2x^2 - 3x + 1)e^{2x}$  trên  $\mathbb{R}$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + 2b + 4c$ .

ĐS:

**Câu 5:** Xét hàm số  $f(x) = 3\cos^2 \frac{x}{2} + \sin x$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa  $F(0) = 5$ . Tính giá trị  $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$ .

ĐS:

**Câu 6:** Biết hàm số  $F(x) = 2\sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ . Tính  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ .

ĐS:

## F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Cho  $f(x), g(x)$  là các hàm số liên tục và  $F(x), G(x)$  lần lượt là nguyên hàm của  $f(x), g(x)$ . Xét các mệnh đề sau:

(I):  $F(x) + G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) + g(x)$ .

(II):  $k.F(x)$  là một nguyên hàm của  $k.f(x)$  với  $k \in \mathbb{R}$ .

(III):  $F(x).G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x).g(x)$ .

Các mệnh đề đúng là

- A. (II) và (III).      B. Cả 3 mệnh đề.      C. (I) và (III).      D. (I) và (II).

**Câu 2:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x + \cos x$ .

- A.  $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$ .      B.  $\int f(x) dx = 1 - \sin x + C$ .  
 C.  $\int f(x) dx = x \sin x + \cos x + C$ .      D.  $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \sin x + C$ .

**Câu 3:** Hàm số  $F(x) = x^2 + \sin x$  là một nguyên hàm của hàm số:

- A.  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \cos x$ .      B.  $f(x) = 2x + \cos x$ .  
 C.  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \cos x$ .      D.  $f(x) = 2x - \cos x$ .

**Câu 4:** Hàm số  $F(x) = e^{x^3}$  là một nguyên hàm của hàm số:

- A.  $f(x) = e^{x^3}$ .      B.  $f(x) = 3x^2 \cdot e^{x^3}$ .      C.  $f(x) = \frac{e^{x^3}}{3x^2}$ .      D.  $f(x) = x^3 \cdot e^{x^3-1}$ .

**Câu 5:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$  là:

- A.  $\frac{2}{\sqrt{x}} + C$ .      B.  $-\frac{2}{\sqrt{x}} + C$ .      C.  $\frac{\sqrt{x}}{2} + C$ .      D.  $-\frac{\sqrt{x}}{2} + C$ .

**Câu 6:** Tìm  $\int \left( \sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x} \right) dx$ .

- A.  $\frac{5}{3}\sqrt[3]{x^5} + 4\ln|x| + C$ .      B.  $-\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + 4\ln|x| + C$ .  
 C.  $\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} - 4\ln|x| + C$ .      D.  $\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + 4\ln|x| + C$ .

**Câu 7:** Tìm  $\int \left( x^3 - \frac{2}{x} + \sqrt{x} \right) dx$ .

- A.  $\frac{1}{4}x^4 + 2\ln|x| - \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$ .      B.  $\frac{1}{4}x^4 - 2\ln|x| - \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$ .  
 C.  $\frac{1}{4}x^4 + 2\ln|x| + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$ .      D.  $\frac{1}{4}x^4 - 2\ln|x| + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$ .

**Câu 8:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^{3x} \cdot 3^{2x}$  là:

- A.  $\frac{2^{3x} \cdot 3^{2x}}{3\ln 2 \cdot 2\ln 3} + C$ .      B.  $\frac{72^x}{\ln 72} + C$ .      C.  $\frac{2^{3x} \cdot 3^{2x}}{\ln 6} + C$ .      D.  $72^x \ln 72 + C$ .



**Câu 9:** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1}$  là:

A.  $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + x.$

B.  $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x.$

C.  $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + e^x.$

D.  $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + e^x + x.$

**Câu 10:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x \left( 2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$  là:

A.  $2e^x + \tan x.$

B.  $2e^x - \tan x + C.$

C.  $2e^x + \tan x + C.$

D.  $2e^x - \tan x.$

**Câu 11:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = -\frac{1}{\cos^2 x}$  thỏa  $F(0) = 1$ . Khi đó:

A.  $F(x) = -\tan x.$

B.  $F(x) = -\tan x + 1.$

C.  $F(x) = \tan x + 1.$

D.  $F(x) = \tan x - 1.$

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa  $f'(x) = x + \sin x$  và  $f(0) = 1$ . Tìm  $f(x)$ .

A.  $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 2.$

B.  $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x - 2.$

C.  $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x.$

D.  $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x + \frac{1}{2}.$

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$ .

a)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt{x}.$

b)  $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^4}} - \frac{1}{6\sqrt{x^5}}.$

c)  $\int f(x) dx = \frac{\int (1 + \sqrt{x}) dx}{\int \sqrt[3]{x} dx}.$

d)  $\int f(x) dx = \frac{3\sqrt[3]{x^2}}{2} + \frac{6\sqrt{x^6}}{7} + C.$

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị đi qua điểm  $M(0; -1)$  và có đạo hàm  $f'(x) = 18x^2 - 22x + 6$ .

a)  $f(x) = 6x^3 - 11x^2 + 6x.$

b)  $\int f'(x) dx = 6x^3 - 11x^2 + 6x + C.$

$$\text{c) } f(x) = (x-1)(2x-1)(3x-1).$$

$$\text{d) } \int f'(x) dx = 6x^3 - 11x^2 + 6x - 1 + C.$$

**Câu 3:** Cho các hàm số  $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$  và  $g(x) = x + 3$ .

$$\text{a) } \int [f'(x) - 4g(x)] dx = -7x.$$

$$\text{b) } \int [f'(x) + g'(x)] dx = 2x^2 + 6x + C.$$

$$\text{c) } \int f(x) \cdot g(x) dx = \int (2x-1) dx \cdot \int (x+3)^2 dx.$$

$$\text{d) } \int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + C.$$

**Câu 4:** Cho các hàm số  $f(x) = 3e^{2x} - \ln 2$  và  $g(x) = 6e^{2x}$ .

a)  $g(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ .

$$\text{b) } \int g(x) dx = 3e^{2x} - \ln 2 + C.$$

$$\text{c) } \int [f(x) + g(x)] dx = \frac{9}{2} e^{2x} - \ln(2x) + C.$$

$$\text{d) } \int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{x}{2} - \frac{\ln 2}{12e^{2x}} + C.$$

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = 4x + \sin(-x)$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{2} + 1. \text{ Tính giá trị của } F\left(\frac{\pi}{3}\right).$$

ĐS:

**Câu 2:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 - 2x + 3$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ , giá trị của  $F(1)$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = (2x-1)^3$ . Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa  $F(2) = 2036$ . Tổng các hệ số của đa thức  $F(x)$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 và có đạo hàm là  $f'(x) = 2 + e^x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 0$ . Khi đó giá trị  $F(\ln 2)$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = \left(3x^2 - \frac{4}{x}\right)(2x+5)$  với  $x \in (0; +\infty)$ . Biết một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  là  $F(x) = ax^4 + 5x^3 + bx - 20\ln x + 2026$ . Tính tổng  $S = a + b$ .

ĐS:

**Câu 6:** Biết  $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-1}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{10x^2 - 7x - 2}{\sqrt{2x-1}}$  trên khoảng  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ . Tính  $S = a + b + c$ .

ĐS:

### G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5

#### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Cho các hàm số  $f(x), g(x)$  có đạo hàm trên  $K$ . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A.  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ .

B.  $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ .

C.  $\int g(x) dx = g'(x) + C$ .

D.  $\int f'(x) dx = f(x) + C$ .

**Câu 2:** Tìm  $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$ .

A.  $\sqrt{x} + C$ .

B.  $2\sqrt{x} + C$ .

C.  $\frac{1}{2} \ln \sqrt{x} + C$ .

D.  $\frac{1}{2} \sqrt{\ln x} + C$ .

**Câu 3:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^{1-2x} \cdot 2^{3x}$  là:

A.  $-\frac{1}{6} \cdot \frac{3^{1-2x}}{\ln 3} \cdot \frac{2^{3x}}{\ln 3} + C$ .

B.  $\frac{6^{1+x}}{\ln 6} + C$ .

C.  $\frac{3^{1-2x} \cdot 2^{3x}}{3 \ln 2 - 2 \ln 3} + C$ .

D.  $\frac{1}{6} \cdot \frac{6^{1+x}}{\ln 6} + C$ .

**Câu 4:** Tìm  $\int \left(3^x - \frac{1}{3^x}\right)^2 dx$ .

A.  $\left(\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{\ln 3}{3^x}\right)^2 + C$ .

B.  $\frac{1}{3} \left(\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{3^x \ln 3}\right)^3 + C$ .

C.  $\frac{9^x}{2 \ln 3} - \frac{1}{2 \cdot 9^x \ln 3} - 2x + C$ .

D.  $\frac{1}{2 \ln 3} \left(9^x + \frac{1}{9^x}\right) - 2x + C$ .

**Câu 5:** Hàm số nào sau đây **không** là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin^2 x$ ?

A.  $F(x) = \frac{1}{4}(2x - \sin 2x - 1)$ .                      B.  $F(x) = \frac{1}{4}(2x + \sin 2x)$ .

C.  $F(x) = \frac{1}{2}(x - \sin x \cos x)$ .                      D.  $F(x) = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\sin 2x}{2}\right)$ .

**Câu 6:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cot^2 x$  là:

A.  $\cot x - x + C$ .                      B.  $-\cot x - x + C$ .                      C.  $\cot x + x + C$ .                      D.  $\tan x + x + C$ .

**Câu 7:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3 \cos x + \frac{1}{x^2}$ .

A.  $-3 \sin x + \frac{1}{x} + C$ .                      B.  $3 \sin x - \frac{1}{x} + C$ .                      C.  $3 \cos x + \frac{1}{x} + C$ .                      D.  $3 \cos x + \ln|x| + C$ .

**Câu 8:** Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + \sin x$  trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $F(x) = e^x - \cos x$ .                      B.  $F(x) = -e^x - \cos x$ .

C.  $F(x) = \cos x - e^x$ .                      D.  $F(x) = e^x + \cos x$ .

**Câu 9:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  thỏa  $F(0) = \frac{3}{2}$ . Tính  $F(1) + F(2)$ .

A.  $e^2 - e - 6$ .                      B.  $e^2 + e - 6$ .                      C.  $e^2 - e + 6$ .                      D.  $e^2 + e + 6$ .

**Câu 10:** Hàm số nào sau đây **không phải** là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = xe^{x^2}$ ?

A.  $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2} + 2$ .                      B.  $F(x) = \frac{1}{2}(e^{x^2} + 5)$ .

C.  $F(x) = -\frac{1}{2}e^{x^2} + 1$ .                      D.  $F(x) = -\frac{1}{2}(2 - e^{x^2})$ .

**Câu 11:** Tìm  $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}\right) dx$ .

A.  $e^x + 2\sqrt{x} + C$ .                      B.  $e^x - 2\sqrt{x} + C$ .                      C.  $e^x + \frac{\sqrt{x}}{2} + C$ .                      D.  $\frac{e^{x+1}}{x+1} + 2\sqrt{x} + C$ .

**Câu 12:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , nguyên hàm của hàm số  $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$  là:

A.  $-\frac{1}{x} + \ln x + C$ .                      B.  $\frac{1}{x} - \ln x + C$ .                      C.  $\frac{1}{x} + \ln(2x) + C$ .                      D.  $\frac{1}{x} - \ln(2x) + C$ .

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Cho các hàm số  $f(x) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3x^2$  và  $g(x) = 2 \sin x$ .

a)  $f(x) + g(x) = 4 \sin x - 3x^2$ .

b)  $f'(x) = -2 \cos x - 6x$ .

c)  $\int [f(x) + g(x)] dx = -x^3 + C$ .

d)  $\int g(x) dx + g'(x) = 0$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị đi qua điểm  $M(-1; 2)$  và có đạo hàm  $f'(x) = 8x^2 - 3, \forall x \in \mathbb{R}$ .

a)  $f(x) = \frac{8x^3}{3} - 3x - \frac{5}{3}$ .

b)  $\int f'(x) dx = \frac{8x^3}{3} - 3x - \frac{5}{3} + C$ .

c)  $\int f(x) dx = 2x^4 - \frac{3x^2}{2} + \frac{5x}{3} + C$ .

d)  $6 \int f(x) dx = 4x^4 - (x-1)(9x-1) + C$ .

**Câu 3:** Xét hàm số  $f(x) = \frac{x^3 - 8}{x - 2}$  trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

a)  $f(x) = x^2 + 4x + 4$ .

b)  $F(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + 4x - 2026$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ .

c)  $\int f'(x) dx = x^2 + 2x + C$ .

d)  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + x^2 + 4x$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = 10^{2x} - 25 \cdot 100^{x-1}$ .

a)  $f(x) = \frac{3}{4} \cdot 10^{2x}$ .

b)  $f'(x) = \frac{3}{4} \cdot 100^x \cdot \ln 10$ .

c)  $\int f(x) dx = \frac{3 \cdot 100^x}{8 \cdot \ln 10} + C$ .

d)  $\int \frac{f(x)}{100^x} dx = \frac{3x-1}{4} + C$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = e^x$  và  $F(1) = e - 1$ . Tính  $F(2)$ .

ĐS:

**Câu 2:** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x$ , thỏa mãn  $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$ . Giá trị biểu thức

$$T = F(0) + F(1) + F(2) + \dots + F(2026) \text{ có dạng } \frac{2^n - 1}{\ln 2}. \text{ Tìm giá trị } n.$$

ĐS:

**Câu 3:** Tìm giá trị của  $a$  để hàm số  $F(x) = ax^3 + 8x^2 - 3x + 10$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (5x - 1)(3 - x)$ .

ĐS:

**Câu 4:** Biết hàm số  $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x^2 + 2x + 3)e^x$ . Tính  $S = a + 2b + 3c$ .

ĐS:

**Câu 5:** Biết  $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$  trên khoảng  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ . Tính  $P = abc$ .

ĐS:

**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin^2 \frac{x}{2}$ . Giá trị của tham số  $m$  để nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x)$  thỏa  $F(0) = 1$  và  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8}$  là bao nhiêu?

ĐS:

## H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Giả sử hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng  $K$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Chỉ có duy nhất một hằng số  $C$  sao cho hàm số  $F(x) + C$  là một nguyên hàm của hàm  $f(x)$  trên  $K$ .

B. Với mỗi nguyên hàm  $G(x)$  của  $f(x)$  trên  $K$  đều tồn tại một hằng số  $C$  sao cho  $G(x) = F(x) + C$  với mọi  $x$  thuộc  $K$ .

C. Chỉ có duy nhất một hàm số  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ .

D. Với mỗi nguyên hàm  $G(x)$  của  $f(x)$  trên  $K$  thì với mọi hằng số  $C$  tùy ý, ta luôn có  $G(x) = F(x) + C$  với mọi  $x$  thuộc  $K$ .

**Câu 2:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (-x + 3)^2$  là:

A.  $-2(-x+3)$ .      B.  $\frac{(-x+3)^3}{3} + C$ .      C.  $\frac{(x-3)^3}{3} + C$ .      D.  $\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 9x + C$ .

**Câu 3:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $\int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right)^2 dx = \left[ \int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right) dx \right]^2$ .

B.  $\int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right)^2 dx = 2 \int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right) dx$ .

C.  $\int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right)^2 dx = \int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right) dx \cdot \int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right) dx$ .

D.  $\int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right)^2 dx = 4 \int x^2 dx + 5 \int dx + \int \frac{1}{x^2} dx - 4 \int x dx - \int \frac{2}{x} dx$ .

**Câu 4:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A.  $F(x) = \cos^2 x + 24$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = -\sin 2x$ .

B.  $F(x) = \tan x + 12$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 1 + \tan^2 x$ .

C.  $F(x) = 36^{2x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1296^x}{\ln 1296}$ .

D.  $F(x) = x(x-2)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2(x^2-1)}{x+1}$  trên  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 5:** Nếu  $\int f(x) dx = \frac{1}{2x} + \ln|5x| + C$  thì hàm số  $f(x)$  là:

A.  $f(x) = \ln|2x| - \frac{1}{2x^2}$ .      B.  $f(x) = -\frac{1}{2x^2} + \frac{1}{x}$ .

C.  $f(x) = -\frac{1}{2x^2} + \frac{1}{5x}$ .      D.  $f(x) = \ln|2x| + \frac{1}{5x}$ .

**Câu 6:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A.  $\int (2x-3) dx = x(x-3) + C$ .      B.  $\int \cos x dx = \sin x + C$ .

C.  $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$ .      D.  $\int \sqrt{\frac{1}{x}} dx = \sqrt{4x} + C$ .

**Câu 7:** Biết một nguyên hàm của hàm số  $y = f(x)$  là  $F(x) = -2x^2 + 3x - 2$ . Khi đó:

A.  $f(5) = -37$ .      B.  $F(4) = -13$ .      C.  $f'(3) = -4$ .      D.  $f(6) = -102$ .

**Câu 8:** Biết một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = mx + \frac{n}{x^2}$  ( $x \neq 0$ ) thỏa  $F(-2) = \frac{7}{20}$ ,  $F(1) = \frac{22}{5}$  và  $f(2) = \frac{27}{10}$  có dạng  $F(x) = ax^2 + \frac{b}{x} + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{Q}$ ). Tính  $a - b + c$ .

A.  $-\frac{34}{7}$ .                      B.  $\frac{34}{7}$ .                      C.  $\frac{22}{5}$ .                      D.  $-\frac{22}{5}$ .

**Câu 9:** Có bao nhiêu hàm số dưới đây **không** là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$  trên  $(-2; +\infty)$ :

$$F(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 + 2x}; \quad G(x) = x + 3\ln(x+2); \quad H(x) = \frac{3}{(x+2)^2}; \quad T(x) = \frac{-3}{x+2}.$$

A. 1.                                  B. 2.                                  C. 3.                                  D. 4.

**Câu 10:** Với nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $y = 2^x$  thỏa  $F(\log_2 5) = \frac{5 + \ln 5}{\ln 2}$ , khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $F(1) > 5$ .                      B.  $F(-1) < 3$ .                      C.  $4 < F(0) < 5$ .                      D.  $10 < F(e) < 11$ .

**Câu 11:** Cho  $F(x) = 2x\sqrt{x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)\sqrt{x}$ . Một nguyên hàm  $G(x)$  của hàm số  $f'(x)e^{2x}$  là:

A.  $G(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$ .                      B.  $G(x) = x$ .                      C.  $G(x) = e^{2x}$ .                      D.  $G(x) = 2025$ .

**Câu 12:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  thỏa  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ . Khi đó giá trị  $F(0) + F(\pi)$  bằng:

A.  $2 - 2\sqrt{2}$ .                      B.  $2 + 2\sqrt{2}$ .                      C.  $-2$ .                                  D.  $2$ .

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Cho  $F(x)$  và  $G(x)$  là hai nguyên hàm khác nhau của hàm số  $f(x)$ .

a)  $\int [F(x) - G(x)] dx = \int 0 dx = C$ .

b)  $\int [F(x) - G(x)] dx$  có dạng  $h(x) = Cx + D$  với  $C, D$  là các hằng số và  $C \neq 0$ .

c)  $\int [F(x) - G(x)]^2 dx$  có dạng  $h(x) = Cx + D$  với  $C, D$  là các hằng số và  $C \neq 0$ .

d)  $\int [F^2(x) - G^2(x)] dx$  có dạng  $h(x) = C^2x + D^2$  với  $C, D$  là các hằng số và  $C \neq 0$ .

**Câu 2:** Xét các hàm số  $f(x) = \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2}$  và  $g(x) = \left(\frac{x+1}{x}\right)^2$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

a)  $\int f(x) dx = \frac{2\sqrt{x} - 2}{x} + C$

b)  $\int g(x) dx = x + 2\ln(2x) - \frac{1}{x} + C$ .



$$\text{c) } f(x) + g(x) = \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x} - \frac{1}{x\sqrt{x}} - 1.$$

$$\text{d) } \int [f(x) + g(x)] dx = \frac{x^2 - 3}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + 2 \ln x + C.$$

**Câu 3:** Cho các hàm số  $f(x) = \sqrt[5]{x^3 \sqrt{x}}$  và  $g(x) = \sqrt{x}$ .

$$\text{a) } f(x) \cdot g(x) = x^{\frac{3}{20}}.$$

$$\text{b) } \int [f(x) \cdot g(x)] dx = \frac{5}{9} x \sqrt{x^4} + C.$$

$$\text{c) } \int [f(x) + g(x)] dx = x^{\frac{13}{20}} + x\sqrt{x} + C.$$

$$\text{d) } \int [f^2(x) - g^2(x)] dx = x^{\frac{3}{5}} - x + C.$$

**Câu 4:** Cho các hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  thỏa  $f'(x) = \sin x$ ,  $f(0) = 0$  và  $g'(x) = e^x$ ,  $g(0) = 2$ .

$$\text{a) } f(x) = \cos x - 1.$$

$$\text{b) } g(\ln 2) = 3.$$

$$\text{c) } \int [f(x) + g'(x)] dx = \int [f(x) + g(x)] dx.$$

$$\text{d) } \int [g(x) - f(x)] dx = f'(x) + g'(x) + C.$$

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x}$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa  $F(-1) = 2$ ,  $F(1) = 3$ .

Khi đó  $F(-2) + F(4) = a + b \ln 2$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính  $S = a + b$ .

ĐS:

**Câu 2:** Biết  $F(x) = (x + a)\sqrt{x^2 + b}$  ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ) là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x^2 + x + 2}{\sqrt{x^2 + 2}}$ . Tính

giá trị biểu thức  $T = 2a - 3b$ .

ĐS:

**Câu 3:** Biết hàm số  $f(x) = 7^{x+1} \cdot 3^{2x}$  có một nguyên hàm  $F(x)$  thỏa  $(2 \ln 3 + \ln 7) \cdot F(0) = 7$ . Tính giá trị của  $\ln F(2)$ .

ĐS:

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = (\tan 2x - \tan x) \cos 2x$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f^2(x)$  thỏa  $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ . Tính  $F^2(\pi)$ .

ĐS:

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x)$  có một nguyên hàm là  $F(x) = \frac{\sin 2x + \sin x}{1 + \cos 2x + \cos x}$ . Tính giá trị  $f^2(1)$ .

ĐS:

**Câu 6:** Biết hàm số  $f(x) = (2^x + 3)(3^{x-1} + 2)$  có một nguyên hàm là  $F(x) = \frac{6^x}{\ln a} + \frac{3^x}{\ln b} + \frac{2^x}{\ln c} + 6x$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Khi đó  $S = a + b + 2c$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

## I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 7

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A.  $\int f(x) dx = F(x) + C$ .

B.  $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$ .

C.  $\int f'(x) dx = f(x)$ .

D.  $\left(\int f(x) dx\right)' = F'(x)$ .

**Câu 2:** Cặp hàm số nào sau đây có tính chất: Có một hàm số là nguyên hàm của hàm số còn lại?

A.  $f(x) = x\sqrt{x}$  và  $g(x) = \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

B.  $f(x) = \sin 2x$  và  $g(x) = 2 - 4 \sin^2 x$ .

C.  $f(x) = \sin x$  và  $g(x) = 2 \cos x$ .

D.  $f(x) = e^x$  và  $g(x) = 2e^{2x}$ .

**Câu 3:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^x + 1}$ .

A.  $\frac{1}{2} \frac{e^{2x} - x}{e^x + x} + C$ .

B.  $e^x - x + C$ .

C.  $e^x + x + C$ .

D.  $\frac{e^{2x} - x}{e^x + x} + C$ .

**Câu 4:** Tìm hàm số  $F(x)$ , biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \sqrt{x}$  thỏa  $3F(1) = 2030$ .

A.  $F(x) = \frac{(\sqrt{x})^2}{2} + \frac{4057}{6}$ .

B.  $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{4057}{6}$ .

C.  $F(x) = \frac{2}{3} x\sqrt{x} + 676$ .

D.  $F(x) = \ln \sqrt{x} + \frac{2030}{3}$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = \cos \frac{x}{2}$ . Tìm nguyên hàm của hàm số  $y = (f'(x))^2$ .

- A.  $\frac{1}{8}(x - \sin x) + C$ .    B.  $\frac{1}{8}(x + \sin x) + C$ .    C.  $\frac{1}{2}(x - \sin x) + C$ .    D.  $\frac{1}{2}(x + \sin x) + C$ .

**Câu 6:** Nguyên hàm  $\int \frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x} dx$  là:

- A.  $\cos x - \sin x + C$ .    B.  $\sin x - \cos x + C$ .  
C.  $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$ .    D.  $\sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C$ .

**Câu 7:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{x}$  và  $F(2) = 1$ . Tính  $F(4)$ .

- A.  $1 - 2\sqrt{2} \ln 2$ .    B.  $1 + \sqrt{2} \ln 2$ .    C.  $1 - \sqrt{2} \ln 2$ .    D.  $1 + 2\sqrt{2} \ln 2$ .

**Câu 8:** Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^3}{x^4 + 1}$ ?

- A.  $F(x) = -\frac{1}{4} \ln(x^4 + 1)$ .    B.  $F(x) = \ln(x^4 + 1)$ .  
C.  $F(x) = x^3 \ln(x^4 + 1)$ .    D.  $F(x) = \frac{1}{4} \ln \frac{x^4 + 1}{2}$ .

**Câu 9:** Nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{x^e + 2x^2 - 4}{x}$  là:

- A.  $\frac{x^e}{e} + 2x^2 - 4 \ln|x| + C$ .    B.  $\frac{x^{e-1}}{\ln(e-1)} + x^2 - 4 \ln x + C$ .  
C.  $x^{e-1} + x^2 - 4 \ln|x| + C$ .    D.  $\frac{x^e}{e} + x^2 - 4 \ln|x| + C$ .

**Câu 10:** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x \left( 2e^{-3x} + \frac{1}{3e^{2x}} \right)$  là:

- A.  $F(x) = -\frac{1}{e^{2x}} - \frac{1}{3e^x} + C$ .    B.  $F(x) = \frac{1}{e^{2x}} - \frac{1}{3e^x} + C$ .  
C.  $F(x) = -\frac{1}{e^{2x}} + \frac{1}{3e^x} + C$ .    D.  $F(x) = \frac{1}{e^{2x}} + \frac{1}{3e^x} + C$ .

**Câu 11:** Cho  $f(x) = 1 + |x|$ . Một nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x)$  thỏa  $F(1) = F(-1) = 1$  là:

- A.  $F(x) = \begin{cases} x + \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} & \text{khi } x \geq 1 \\ x - \frac{x^2}{2} + \frac{5}{2} & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$ .    B.  $F(x) = \begin{cases} x + \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} & \text{khi } x \geq 0 \\ x - \frac{x^2}{2} + \frac{5}{2} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ .

$$\text{C. } F(x) = \begin{cases} x + \frac{x^2}{2} + \frac{5}{2} & \text{khi } x \geq 1 \\ x - \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} & \text{khi } x \leq -1 \end{cases} . \quad \text{D. } F(x) = \begin{cases} x + \frac{x^2}{2} + \frac{5}{2} & \text{khi } x \geq 0 \\ x - \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} & \text{khi } x < 0 \end{cases} .$$

- Câu 12:** Biết hàm số  $f(x) = -3^{-x}$  có một nguyên hàm  $F(x)$  thỏa  $F(0) = \frac{1}{\ln 3}$ . Tính giá trị biểu thức  $S = F(1) + F(2) + \dots + F(8)$  (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).
- A. 0,455.                      B. 0,445.                      C. 0,454.                      D. 0,545.

### Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

- Câu 1:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (2x^2 - 3)(2x + 1)$  và  $f(0) = -1$ .
- a)  $f(x) = x^4 + \frac{2}{3}x^3 - 3(x^2 - x) - 1$ .
- b)  $3f(2) - 7 = 0$ .
- c) Nguyên hàm của hàm số  $\frac{f'(x)}{x^2}$  là  $2x^2 + 2x - 3 \ln|2x| + \frac{3}{x} + C$ .
- d) Nếu hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa  $F(0) = 0$  thì  $F(1) = \frac{47}{15}$ .
- Câu 2:** Cho các hàm số  $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ ,  $g(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ .
- a)  $\int \sqrt{2}f(x) dx = \sin x - \cos x + C$ .
- b)  $2 \int g(x) dx = \sqrt{2}(\sin x - \cos x) + C$ .
- c)  $\int [f(x) - g(x)] dx = \sqrt{2} \cos x + C$ .
- d)  $\int [f(x) + g(x)] dx = -\sqrt{2} \sin x + C$ .
- Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = 5^{2x} + 3 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + e$ .
- a)  $f'(x) = 2 \ln 5 \cdot 5^{2x} - 3 \sin x$ .
- b) Hàm số  $F(x) = \frac{5^{2x}}{2 \ln 5} + 3 \sin x + \frac{e^2}{2}$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ .
- c)  $\int [f(x) - 3 \cos x + e] dx = \frac{5^{2x}}{2 \ln 5} + e^2 + C$ .
- d) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa  $F(0) = 1$  thì  $F(1) < 13$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{khi } x \leq 0 \\ (2x-3)^2 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$ .

a) Trên khoảng  $(-\infty; 0)$ , hàm số  $f(x)$  có một nguyên hàm là  $F(x) = x^2 - 3(x-2)$ .

b) Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , hàm số  $f(x)$  có một nguyên hàm là  $G(x) = 4x^3 - 6x^2 + 9x$ .

c) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa  $F(-10) = 5$  thì  $F(13) = 5$ .

d) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa  $F(-2) + F(1) = 3$  thì  $F(-1) + F(2) = -\frac{8}{3}$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Biết hàm số  $f(x) = \frac{4}{3x}$  có một nguyên hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  là  $F(x) = \frac{a \ln b}{c} \log x$  (với  $a, b, c \in \mathbb{Z}, b \leq 10$  và  $\frac{a}{c}$  là phân số tối giản) thỏa  $F(1) = 0$ . Tính giá trị  $S = a + b + c$ .

ĐS:

**Câu 2:** Biết hàm số  $f(x) = \left(1 + \cos \frac{x}{2}\right) \left(1 - \cos \frac{x}{2}\right)$  có một nguyên hàm  $F(x) = \frac{1}{2}(x - \sin x + \sqrt{3}) + C$  thỏa  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin \frac{\pi}{3}$ . Tìm hằng số  $C$  trên.

ĐS:

**Câu 3:** Biết hàm số  $f(x) = 3x^2 - 2$  có một nguyên hàm là  $F(x)$  thỏa  $F(1) = 10$ . Gọi  $G(x)$  là một nguyên hàm của  $g(x) = \frac{x-2}{x^2}$  thỏa  $G(1) = F(2)$ . Tính  $G(3)$ .

ĐS:

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{-5}{(x-2)^2}$ . Biết hàm số  $y = F(x) = \frac{x+a}{x+b}$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) là một nguyên hàm của  $f(x)$  có đồ thị đi qua điểm  $M(1; -4)$ . Đồ thị hàm số  $y = F(x)$  đi qua bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên ngoại trừ điểm  $M(1; -4)$ ?

ĐS:

**Câu 5:** Cho hàm số bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị là một parabol ( $P$ ) có đỉnh  $S(1; -2)$  và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1. Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và đồ thị  $y = F(x)$  cũng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1. Khi đó đồ thị  $y = F(x)$  đi qua điểm  $M(12; m)$ . Giá trị của  $m$  là bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 6:** Xét các nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 1^x \cdot 2^x \cdot 3^x \cdot 4^x$  thỏa  $F(1) > 3$ . Giá trị nguyên lớn nhất không vượt quá  $F(2)$  là bao nhiêu?

ĐS:

## J. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 8

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

i)  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$  ( $k \in \mathbb{R}$ ).

ii)  $\int f(x) \cdot g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$ .

iii)  $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ .

iv)  $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$  ( $\alpha \in \mathbb{R}$ ).

v)  $\int a^x dx = \frac{1}{\log a} \cdot \frac{a^x}{\ln 10} + C$ .

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Câu 2:** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{7x^3 - 2026}{x^2}$ , biết  $F(1) = \frac{1}{2}$ .

A.  $F(x) = \frac{7x^2}{2} - \frac{2026}{x} + 2029$ .

B.  $F(x) = \frac{7x^2}{2} - \frac{2026}{x} - 2029$ .

C.  $F(x) = \frac{7x^2}{2} + \frac{2026}{x} + 2029$ .

D.  $F(x) = \frac{7x^2}{2} + \frac{2026}{x} - 2029$ .

**Câu 3:** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{(3x+1)^2}$ ?

A.  $F(x) = \frac{-3}{1+3x}$ .

B.  $F(x) = \frac{-1}{3x+1}$ .

C.  $F(x) = \frac{1}{9x+3}$ .

D.  $F(x) = \frac{-1}{9x+3}$ .

**Câu 4:** Hàm số nào dưới đây **không** là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$ ?

A.  $F(x) = \frac{-1}{x+2}$ .

B.  $H(x) = \frac{x+1}{x+2}$ .

C.  $G(x) = \frac{-x-3}{x+2}$ .

D.  $T(x) = \frac{x-1}{x+2}$ .

**Câu 5:** Tìm  $\int \left( \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3} \right) dx$ .

A.  $\ln|ex| + \frac{2}{x} - \frac{3}{2x^2} + C$ .

B.  $\ln|x| - \frac{2}{x} + \frac{3}{2x^2} + C$ .

C.  $\ln|x| + \frac{2}{x} + \frac{3}{2x^2} + C.$

D.  $\ln x + \frac{2}{x} - \frac{3}{2x^2} + C.$

**Câu 6:** Tìm  $\int \frac{x \sin x + 2x \cdot 3^{x+1}}{x} dx.$

A.  $\frac{6 \cdot 3^x}{\ln 3} + \cos x + C.$

B.  $\frac{6 \cdot 3^x}{\ln 3} - \cos x + C.$

C.  $\frac{6 \cdot 3^x}{\ln 6} - \cos x + C.$

D.  $\frac{6 \cdot 3^x}{\ln x} - \cos x + C.$

**Câu 7:** Biết  $\int \left( \frac{5}{x^4} - 2x^3 + \sqrt{x} \right) dx = \frac{a}{3x^3} - \frac{bx^4}{2} + \frac{c}{3} x\sqrt{x} + C.$  Tính giá trị biểu thức  $a - 2b + 3c.$

A. 9.

B. 13.

C. -1.

D. 3.

**Câu 8:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos 2x.$

A.  $\frac{1}{2} \sin 2x + C.$

B.  $-\frac{1}{2} \sin 2x + C.$

C.  $2 \sin 2x + C.$

D.  $-2 \sin 2x + C.$

**Câu 9:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3 \cos x + \frac{1}{x^2}.$

A.  $-3 \sin x + \frac{1}{x} + C.$

B.  $3 \sin x - \frac{1}{x} + C.$

C.  $3 \cos x + \frac{1}{x} + C.$

D.  $3 \sin x + \ln x^2 + C.$

**Câu 10:** Tìm  $\int \left( x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x} \right) dx.$

A.  $\frac{x^3}{3} + 3 \ln|x| + \frac{4}{3} \sqrt{x^3} + C.$

B.  $\frac{x^3}{3} + 3 \ln x - \frac{4}{3} \sqrt{x^3} + C.$

C.  $\frac{x^3}{3} - 3 \ln|x| - \frac{4}{3} \sqrt{x^3} + C.$

D.  $\frac{x^3}{3} + 3 \ln|x| - \frac{4}{3} \sqrt{x^3} + C.$

**Câu 11:** Biết một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sin \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{2}$  thỏa  $F(\pi) = 0.$  Tính giá trị

biểu thức  $F\left(\frac{\pi}{3}\right) + F\left(\frac{\pi}{4}\right).$

A.  $\frac{5 + \sqrt{2}}{8}.$

B.  $\frac{5 - \sqrt{2}}{8}.$

C.  $-\frac{5 + \sqrt{2}}{8}.$

D.  $-\frac{5 - \sqrt{2}}{8}.$

**Câu 12:** Biết hàm số  $F(x) = (ax + b)\sqrt{x-1}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{6x-1}{2\sqrt{x-1}}.$  Tính

giá trị biểu thức  $S = a^2 - b^2.$

A.  $S = -5.$

B.  $S = 5.$

C. 7.

D. -7.

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = -6x + 7.$

- a) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F'(4) = -17$ .
- b)  $F(x) = -3x^2 + 7x + 21$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ .
- c) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $F(1) = 2$  thì  $F(2) = -4$ .
- d) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F(-x)$  là một nguyên hàm của  $f(-x)$ .

**Câu 2:** Cho các hàm số  $f(x) = 1 + \cos x$ ,  $g(x) = \tan^2 \frac{x}{2}$ .

- a)  $\int f(x) dx = x - \sin x + C$ .
- b)  $\int g(2x) dx = \tan x - x + C$ .
- c)  $\int \frac{\sin^2 x}{f(x)} dx = \sin x - x + C$ .
- d)  $\int \frac{f(x)g(x)}{2 - f(x)} dx = x + C$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = 3^x$ .

- a)  $\int f(x) dx = 3^x \ln 3 + C$ .
- b)  $\int [f(x) - e^x] dx = \frac{3^x - 3}{\ln 3} - e^x + C$ .
- c)  $\int [f(x) \cdot e^x] dx = \frac{3^x \cdot e^x}{1 + \ln 3} + C$ .
- d) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F'(\log_9 5) = \sqrt{5}$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{\sin^4 x - \cos^4 x + \cos^2 x}{2(1 - \cos x)}$ .

- a)  $f(x) = 1 + \cos x$ .
- b)  $\int f(x) dx = \frac{1}{2}(x + 1 + \sin x) + C$ .
- c)  $f'(x) = -\frac{1}{2} \sin x$ .
- d)  $\int \sin x dx = -2(f(x) + C)$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn



**Câu 1:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị ( $C$ ) đi qua các điểm  $M(1;2)$ ,  $N(2;28)$ . Biết hàm số  $y = F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị đối xứng qua trục  $Oy$  và thỏa  $F(1) = 5$ . Giá trị  $F(6)$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 2:** Biết  $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x-2)(2x+3)e^{-x}$  trên  $\mathbb{R}$ . Tính giá trị biểu thức  $f(F(0))$ .

ĐS:

**Câu 3:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$  thỏa  $F(1) = 3$ . Khi đó  $F^2(9) = \frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính giá trị  $P = ab$ .

ĐS:

**Câu 4:** Cho  $F(x)$ ,  $G(x)$  lần lượt là các nguyên hàm của  $f(x) = 2\sin x$ ,  $g(x) = 3\cos x$  thỏa  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$  và  $G\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Tính  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) + G\left(\frac{\pi}{3}\right)$ .

ĐS:

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = -3x^2 + 1$ . Tính  $f(4) - f(5)$ .

ĐS:

**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x)$  có một nguyên hàm là  $F(x) = 5^x + 2x$  và hàm số  $g(x) = 2^x + 5x$  có một nguyên hàm là  $G(x)$  thỏa  $G(0) + F'(1) = 3 + \frac{1}{\ln 2}$ . Tính giá trị biểu thức  $S = f'(2) + G(3)$ .

ĐS:

## K. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 9

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Cho các hàm số  $f(x) = (2x-1)^2$  và  $g(x) = \sqrt{x}$ . Một nguyên hàm của  $f(x).g(x)$  là:

A.  $F(x) = 4x^{\frac{5}{2}} - 4x^{\frac{3}{2}} + \sqrt{x}$ .

B.  $F(x) = \frac{(2x-1)^3}{3} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

C.  $F(x) = x\sqrt{x}\left(\frac{8}{7}x^2 - \frac{8}{5}x + \frac{2}{3}\right)$ .

D.  $F(x) = 4x^{\frac{7}{2}} - 4x^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}x\sqrt{x}$ .

**Câu 2:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{e}{e^{2-3x}}$  là:

A.  $\frac{e}{e^{2-3x}} + C$ .

B.  $\frac{e^2}{2} \cdot \frac{e^{2-3x}}{\ln e} + C$ .

C.  $\frac{e}{e^{1-3x}} + C$ .

D.  $\frac{e^{3x-1}}{3} + C$ .

**Câu 3:** Tìm  $\int (2026 \cdot 2^x + 3\sqrt{x}) dx$ .

A.  $2026 \cdot \frac{2^{x+1}}{x+1} + 2x\sqrt{x} + C$ .

B.  $2026 \cdot \frac{2^x}{\ln 2} + 2x\sqrt{x} + C$ .

C.  $\frac{2^x}{2026 \ln 2} + 2x\sqrt{x} + C$ .

D.  $2026 \cdot \frac{2^{x+1}}{x+1} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$ .

**Câu 4:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x}$ .

A.  $-\frac{2}{5^x \cdot \ln 5} + \frac{1}{5 \cdot 2^x \cdot \ln 2} + C$ .

B.  $\frac{2}{5^x \ln 5} - \frac{1}{5 \cdot 2^x \cdot \ln 2} + C$ .

C.  $\frac{5^x}{2 \ln 5} - \frac{5 \cdot 2^x}{\ln 2} + C$ .

D.  $-\frac{5^x}{2 \ln 5} + \frac{5 \cdot 2^x}{\ln 2} + C$ .

**Câu 5:** Tính  $\int (2 + e^{3x})^2 dx$ .

A.  $4x - \frac{4}{3}e^{3x} - \frac{1}{6}e^{6x} + C$ .

B.  $4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{5}{6}e^{6x} + C$ .

C.  $4x + \frac{4}{3}e^{3x} - \frac{1}{6}e^{6x} + C$ .

D.  $4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$ .

**Câu 6:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{3x} \cdot 3^x$  là:

A.  $\frac{e^{3x} \cdot 3^x}{3 + \ln 3} + C$ .

B.  $e^{3x} \cdot 3^x \cdot \ln 3 + C$ .

C.  $\frac{e^{3x}}{\ln e} \cdot \frac{3^x}{\ln 3} + C$ .

D.  $\frac{(3e)^{4x}}{\ln 4} + C$ .

**Câu 7:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x (24e^{-2x} - 12)$  là:

A.  $24e^{-x} - 12e^x + C$ .

B.  $e^x (24e^{-2x} + 12) + C$ .

C.  $-24e^{-x} + 12e^x + C$ .

D.  $-e^x (24e^{-2x} + 12) + C$ .

**Câu 8:** Hàm số  $F(x)$  nào dưới đây **không** là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{45x^2 + 13}{x^2}$ ?

A.  $F(x) = \frac{45x^2 - 13}{x}$ .

B.  $F(x) = \frac{(x-1)(45x+13)}{x}$ .

C.  $F(x) = \frac{45x^2 - 20x + 13}{x}$ .

D.  $F(x) = \frac{45x^2 + 20x - 13}{x}$ .

**Câu 9:** Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ ?

A.  $F(x) = 2 \ln(x^2 + 1)$ .

B.  $F(x) = 3 \ln(x^2 + 1)$ .

C.  $F(x) = 4 \ln(x^2 + 1)$ .

D.  $F(x) = \ln(x^2 + 1)$ .

**Câu 10:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{3}$  là:

- A.  $\frac{-x^4 + x^2 + 3}{3x} + C$ .    B.  $\frac{-2}{x^2} - 2x + C$ .    C.  $-\frac{x^4 + x^2 + 3}{3x} + C$ .    D.  $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} - \frac{x}{3} + C$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $f(x) = \cos x + 2 \sin x$  có một nguyên hàm  $F(x)$  thỏa  $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ . Khi đó  $F(2)$  có giá trị thuộc khoảng:

- A. (1; 2).    B. (3; 4).    C. (2; 3).    D. (4; 5).

**Câu 12:** Cho các hàm số  $f(x) = 1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x$  và  $g(x) = 2 \cos^2 x + \cos x - 1$ . Biết một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $\frac{f(x)}{g(x)}$  thỏa  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ . Tính  $F\left(\frac{\pi}{3}\right) + F\left(\frac{\pi}{6}\right)$ .

- A.  $3 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$ .    B.  $3 + \sqrt{3} - 2\sqrt{2}$ .    C.  $3 - \sqrt{3} - 2\sqrt{2}$ .    D.  $3 - \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$ .

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Cho các hàm số  $f(x), g(x)$  có đạo hàm liên tục. Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  và  $G(x)$  là một nguyên hàm của  $g(x)$ .

- a)  $F(x) + G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) + g(x)$ .  
 b)  $k.F(x)$  là một nguyên hàm của  $k.f(x)$  với  $k \in \mathbb{R}$ .  
 c)  $F(x).G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x).g(x)$ .  
 d) Nếu  $f'(x) = g'(x)$  thì  $F'(x) = G'(x)$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = (4 - 2x)(x^2 + 2x)$ .

- a)  $f'(x) = -2.(2x + 2) = -4x - 4$ .  
 b)  $\int f(x) dx = \int (4 - 2x)(x^2 + 2x) dx$ .  
 c)  $\int \frac{f(x)}{x} dx = -2 \int (x^2 - 4) dx$ .  
 d)  $\frac{F(x)}{x}$  là một nguyên hàm của  $\frac{f(x)}{x}$  với  $F(x) = -2 \left( \frac{x^3}{3} - 4x \right)$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 - 2x - 1}{x - 1}$ .

- a)  $f'(x) = 4x + 3$ .  
 b)  $\int f'(x) dx = 2x^2 + 3x + 1 + C$ .

$$\text{c) } \int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + C.$$

$$\text{d) } \int \frac{f(x)}{x^2} dx = 2x + 3 \ln x + \frac{1}{x} + C.$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  có  $\frac{f'(x)}{x} = 3(x+1)^2$  và  $f(1) = \frac{1}{4}$ , hàm số  $\frac{g(x)}{x}$  có một nguyên hàm là  $G(x) = \frac{1}{2x^2}$ .

$$\text{a) } f(x) = \frac{3x^4}{4} + 2x^3 + \frac{3x^2}{2} - 4.$$

$$\text{b) } g(x) = -\frac{1}{x^3}.$$

$$\text{c) } \int g(x) dx = \frac{1}{x} + C.$$

$$\text{d) } \int f'(x)g(x) dx = 3 \left( \frac{x^2}{2} + 2x + \ln x \right) + C.$$

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (2x^2 - x)^2$  thỏa  $F(-1) = 5$ . Khi đó giá trị  $F(-3) = -\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $S = a + b$ .

ĐS:

**Câu 2:** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thỏa  $x[2f(x) + xf'(x)] = 2x - 3$  và  $f(1) = F(-1) = 5$ . Tính  $F(3)$ .

ĐS:

**Câu 3:** Biết hàm số  $f(x) = (x\sqrt{x} + 3) \left( \frac{1}{x^2} - 2 \right)$  có nguyên hàm là  $F(x) = -\frac{4}{a}x^2\sqrt{x} + b\sqrt{x} + \frac{c}{x} + dx + C$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ . Tính  $S = a - 2b + 3c - 4d$ .

ĐS:

**Câu 4:** Biết đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là một parabol có đỉnh  $I(3; -2)$  và đi qua điểm  $A(2; -1)$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ . Nếu đồ thị  $y = F(x)$  cũng đi qua điểm  $A(2; -1)$  thì nó sẽ cắt trục tung tại điểm có tung độ có dạng  $-\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tích  $T = ab$  là bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 5:** Cho các hàm số  $f(x) = \cos 2x$  và  $g(x) = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ . Gọi  $H(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $\frac{f(x)}{g(x)}$  thỏa  $H\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ . Khi đó  $H\left(\frac{\pi}{4}\right)$  có dạng  $\frac{a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c}{2}$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Tính  $S = 2a + 5b - 7c$ .

ĐS:

**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{3^{2x-1}}{2^x}$  có một nguyên hàm  $F(x)$  thỏa  $F(0) = 1$ . Biết đường thẳng  $x = 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = F(x)$  tại 2 điểm  $A, B$ . Độ dài đoạn thẳng  $AB$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

## L. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 10

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Cho các hàm số  $f(x), g(x)$  có đạo hàm liên tục. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A.  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ .

B. Nếu  $F(x)$  và  $G(x)$  đều là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thì  $F(x) - G(x) = C$  là hằng số.

C. Nếu  $g(x)$  là một nguyên hàm của  $f'(x)$  thì  $g(x) = f(x)$ .

D. Nếu  $F(x)$  và  $G(x)$  lần lượt là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  thì  $F(x) - 2G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) - 2g(x)$ .

**Câu 2:** Tìm  $\int (5^x + 12^x) dx$ .

A.  $\frac{17^x}{\ln 17} + C$ .

B.  $5^x \ln 5 + 12^x \ln 12 + C$ .

C.  $17^x \ln 17 + C$ .

D.  $\frac{5^x}{\ln 5} + \frac{12^x}{\ln 12} + C$ .

**Câu 3:** Tìm  $\int \frac{2x^{10} + 9}{x^4} dx$ .

A.  $\frac{2x^{11} + 9x}{x^5} + C$ .

B.  $2x^6 + \frac{9}{x^4} + C$ .

C.  $\frac{2x^{11} + 9x}{11x^5} + C$ .

D.  $\frac{2x^7}{7} - \frac{3}{x^3} + C$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{x}{2} + 2x$ . Khi đó:

A.  $\int f(x) dx = 2 \ln|x| + \frac{5x^2 + 2}{4} + C$ .

B.  $\int f(x) dx = 2 \ln x + \frac{5x^2}{4} + C$ .

$$C. \int f(x) dx = \ln|2x| + \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{2} + C.$$

$$D. \int f(x) dx = 2\ln x + \frac{x^2}{4} + x^2 + C.$$

**Câu 5:** Chọn khẳng định sai:

$$A. \int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C.$$

$$B. \int \sin \frac{x}{2} dx = -2 \cos \frac{x}{2} + C.$$

$$C. \int e^{2x-1} dx = \frac{1}{2} e^{2x-1} + C.$$

$$D. \int \frac{1}{2x} dx = \ln|2x| + C.$$

**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2}{x}$ . Trong các hàm số sau, có bao nhiêu hàm số là nguyên hàm của  $f(x)$ ?

$$F(x) = 2\ln|x| + \ln 2; \quad G(x) = \ln|2x|; \quad H(x) = 2\ln|2x|; \quad T(x) = \frac{1}{2} \ln|x|.$$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Câu 7:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{5^{2x}}$ .

$$A. \frac{\ln 5}{5^{2x}} + C.$$

$$B. \left(\frac{1}{5}\right)^{2x} \cdot \frac{1}{\ln 5} + C.$$

$$C. \frac{-1}{2.5^{2x} \ln 5} + C.$$

$$D. \frac{1}{2.5^{2x} \ln 5} + C.$$

**Câu 8:** Biết một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 507x^{2027} + \frac{1}{12}$  thỏa  $F(1) = \frac{4}{3}$ . Tính  $F(-1)$ .

A. -1.

B. 1.

C.  $-\frac{7}{6}$ .

D.  $\frac{7}{6}$ .

**Câu 9:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ . Tìm  $I = \int [2f(x) + 1] dx$ .

$$A. I = 2F(x) + 1 + C.$$

$$B. I = 2xF(x) + 1 + C.$$

$$C. I = 2xF(x) + x + C.$$

$$D. I = 2F(x) + x + C.$$

**Câu 10:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

$$A. \int dx = x + 2C.$$

$$B. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \in \mathbb{Z}).$$

$$C. \int 0 dx = C.$$

$$D. \int e^x dx = e^x + \ln C \quad (C > 0).$$

**Câu 11:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x^3 - \sin x + \frac{\pi}{4}$  là:

$$A. x^4 + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$$

$$B. x^4 - \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$$

$$C. x^4 - \cos x + \frac{\pi x}{4} + C.$$

$$D. x^4 + \cos x + \frac{\pi x}{4} + C.$$

**Câu 12:** Hàm số  $F(x) = \cos x - 2 \sin \frac{\pi}{2} - 2x$  là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A.  $f(x) = \sin x + 2 \cos \frac{\pi}{2} + x^2$ .

B.  $f(x) = -\sin x + 2 \cos \left( \frac{\pi}{2} - x \right)$ .

C.  $f(x) = -\sin x + 2 \sin \frac{\pi}{2} - x^2$ .

D.  $f(x) = -\sin x - 2 \sin \frac{\pi}{2}$ .

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai****Câu 1:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 2^x \cdot 4^{x+1} \cdot 5^{2x}$ .

a)  $f(x) = 4 \cdot 200^x$ .

b) Nếu  $f(0) = \ln 10$  thì  $f\left(\frac{1}{2}\right) > 100$ .

c)  $\int \frac{f'(x)}{2^{x+2}} = \frac{10^{2x}}{2 \ln 10} + C$ .

d)  $\int \left(\frac{e}{2}\right)^x \cdot f'(x) dx = \frac{4 \cdot 100e^x}{2 \ln 10 + 1} + C$ .

**Câu 2:** Cho các hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  lần lượt có nguyên hàm  $F(x) = (ax+2)\sqrt{x-b}$ ,  $G(x) = \frac{3}{cx^2}$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}; c \neq 0$ .

a)  $f(x) = \frac{a}{2\sqrt{x-b}}$ .

b)  $\int xG(x) dx = 3 \ln |cx| + C$ .

c) Nếu  $c = -6$  thì  $g'(x) = \frac{3}{x^4}$ .

d) Nếu  $f(x) = \frac{3x-5}{\sqrt{x-3}}$  thì  $2a^2 - 3b = -1$ .

**Câu 3:** Cho các hàm số  $f(x) = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  và  $g(x) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ .

a)  $\int f(x) dx = \sin x - \cos x + C$ .

b)  $\int g(x) dx = \sin x + \sqrt{3} \cos x + C$ .

c)  $\int [f(x) - g(x)] dx = (\sqrt{3} - 1) \cos x + C$ .

d)  $\int [f'(x) + g(x)] dx = (1 + \sqrt{3}) \cos x + C$ .

**Câu 4:** Cho các hàm số  $f(x) = \frac{6x^3 + 13x^2}{2x+3}$  và  $g(x) = \frac{4x-3}{2x+3}$ .

- a) Một nguyên hàm của  $g'(x)$  là  $h(x) = \frac{-9}{2x+3}$ .
- b) Một nguyên hàm của  $g(x)$  trên khoảng  $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$  là  $G(x) = 2x - \frac{9}{2}\ln(2x+3)$ .
- c)  $\int [f(x) + g(x)] dx = x^3 + x^2 + x + C$ .
- d) Một nguyên hàm của  $f(x)$  trên khoảng  $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$  là  $F(x) = x^3 + x^2 - 3x + 9\ln(2x+3)$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{2(3-x)^2}{x^2}$  thỏa  $F(-1) + F(1) = 6$ . Khi đó giá trị biểu thức  $F(-2) + F(2)$  có dạng  $a + b \ln 2$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính  $T = ab$ .

ĐS:

**Câu 2:** Một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 2x\sqrt{x} - \frac{1}{x}$  có dạng  $F(x) = ax^3 + bx^{\frac{7}{3}} - \ln|x| + 2030$ . Tính tích  $P = ab$ .

ĐS:

**Câu 3:** Biết hàm số  $f(x) = 7^x \cdot 4^{2x}$  có một nguyên hàm  $F(x) = \frac{a^x - \ln a}{\ln a}$  với  $a \in \mathbb{Z}$ . Tính  $F(2)$ .

ĐS:

**Câu 4:** Biết hàm số  $f(x) = \frac{mx}{2} - \tan^2 x$  có một nguyên hàm  $F(x)$  thỏa  $F(0) = 1$  và  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{3}$ . Khi đó  $S = f(1) + F(1)$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = \sin x + 1$ . Biết  $G(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $g(x) = \frac{5}{f^2(x) - 2f(x)}$  thỏa  $G\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ . Khi đó  $G\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{a\sqrt{3}}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $S = a^2 + b^2$ .

ĐS:

**Câu 6:** Biết  $F(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{-x}$  là một nguyên hàm của  $f(x) = (-3x^3 + 9x^2 + 12x - 5)e^{-x}$ . Khi đó  $a + b + c + d$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

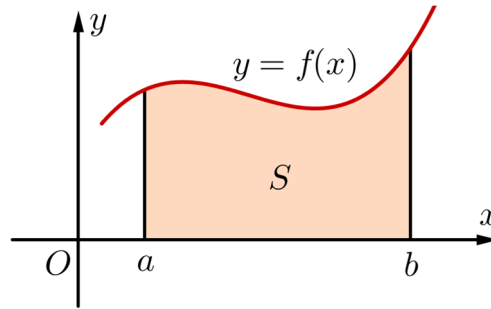


## BÀI 2. TÍCH PHÂN

### A. LÝ THUYẾT

#### 1. Diện tích hình thang cong

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và không âm trên đoạn  $[a; b]$ . Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được gọi là **hình thang cong**.



Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục và không âm trên đoạn  $[a; b]$  thì diện tích  $S$  của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính bởi

$$S = F(b) - F(a),$$

trong đó  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ .

#### 2. Khái niệm tích phân

Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$  thì hiệu số  $F(b) - F(a)$  gọi là **tích phân** từ  $a$  đến  $b$  của hàm số  $f(x)$ , kí hiệu là  $\int_a^b f(x) dx$ .

Hiệu số  $F(b) - F(a)$  còn được kí hiệu là  $F(x)\Big|_a^b$ .

$$\text{Vậy } \int_a^b f(x) dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

Ta gọi  $\int_a^b$  là **dấu tích phân**,  $a$  và  $b$  là **cận tích phân**,  $a$  là **cận dưới**,  $b$  là **cận trên**,  $f(x) dx$  là **biểu thức dưới dấu tích phân** và  $f(x)$  là **hàm số dưới dấu tích phân**.

Giả sử  $F(x)$  và  $G(x)$  là hai nguyên hàm của  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó,  $G(x) = F(x) + C$  với hằng số  $C$  nào đó. Do đó,

$$G(b) - G(a) = F(b) + C - [F(a) + C] = F(b) - F(a).$$

Như vậy, hiệu số  $F(b) - F(a)$  không phụ thuộc vào việc chọn nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x)$ .

#### Chú ý:

a) Trong trường hợp  $a = b$  hoặc  $a > b$ , ta quy ước

$$\int_a^a f(x) dx = 0 \quad \text{và} \quad \int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$$

b) Người ta chứng minh được rằng, tích phân chỉ phụ thuộc vào hàm số  $f$  và các cận  $a, b$  mà không phụ thuộc vào biến số  $x$  hay  $t$ , nghĩa là  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$ .

c) Ý nghĩa hình học của tích phân

Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục và không âm trên đoạn  $[a; b]$  thì  $\int_a^b f(x) dx$  là diện tích  $S$  của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$ .

$$\text{Vậy } S = \int_a^b f(x) dx.$$

### Chú ý:

a) Nếu hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  và  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  thì

$$f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx.$$

b) Ta đã biết rằng, đạo hàm của quãng đường di chuyển theo thời gian bằng tốc độ của chuyển động tại mỗi thời điểm ( $v(t) = s'(t)$ ). Do đó, nếu biết tốc độ  $v(t)$  tại mọi thời điểm  $t \in [a; b]$  thì tính được quãng đường di chuyển trong khoảng thời gian từ  $a$  đến  $b$  theo công thức

$$s = s(b) - s(a) = \int_a^b v(t) dt.$$

Lưu ý: Tốc độ chuyển động  $v(t)$  luôn nhận giá trị không âm.

### Nhận xét:

Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó  $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$  được gọi là **giá trị trung bình** của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ .

## 3. Tính chất của tích phân

### Tính chất 1

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ ,  $k$  là số thực. Khi đó:

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx.$$

### Tính chất 2

Cho hai hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó:

$$\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx ;$$

$$\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx .$$

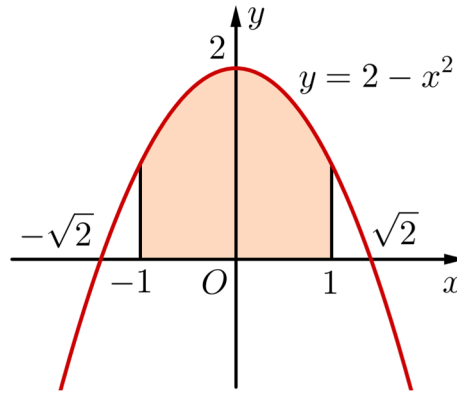
**Tính chất 3**

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ ,  $c \in (a; b)$ . Khi đó:

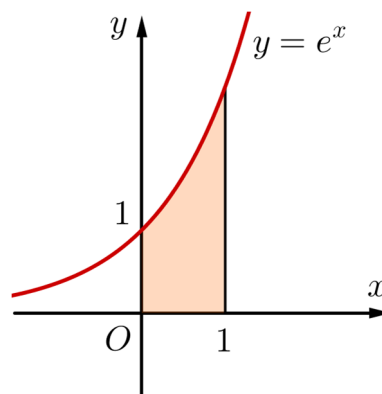
$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx .$$

**DẠNG TOÁN: TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH THANG CONG**

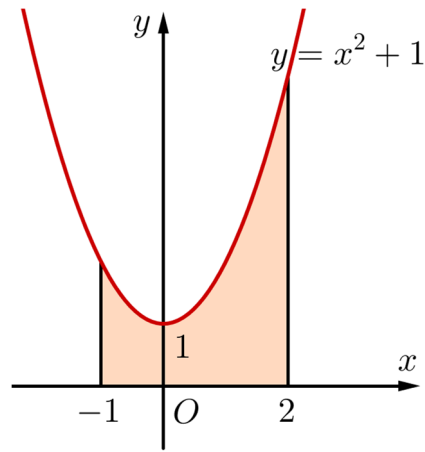
**Ví dụ 1.** Tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) = 2 - x^2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = 1$ .



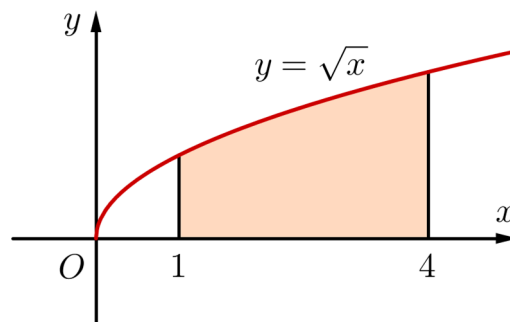
**Ví dụ 2.** Tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) = e^x$ , trục hoành, trục tung và đường thẳng  $x = 1$ .



**Ví dụ 3.** Tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) = x^2 + 1$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = 2$ .



**Ví dụ 4.** Tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) = \sqrt{x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 4$ .



### DẠNG TOÁN: TÍNH TÍCH PHÂN

**Ví dụ 5.** Tính các tích phân sau:

a)  $\int_1^2 x^2 dx$

b)  $\int_1^e \frac{1}{t} dt$

c)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

d)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin^2 t} dt$

e)  $\int_0^{\pi} \sin t dt$

f)  $\int_0^{\ln 2} e^u du$

g)  $\int_0^1 e^x dx$

h)  $\int_0^1 2^x dx$

i)  $\int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

**Ví dụ 6.** Tính các tích phân sau:

a)  $\int_1^2 \frac{1}{4x^2} dx$

b)  $\int_1^3 x^{\sqrt{2}} dx$

c)  $\int_0^2 2^{x+3} dx$

d)  $\int_{-1}^1 4x^7 dx$

e)  $\int_{-2}^{-1} \frac{-3}{10x} dx$

f)  $\int_0^2 \frac{5^{x-1}}{2} dx$

g)  $\int_{-e}^{-1} \frac{2}{x} dx$

h)  $\int_1^e \frac{7}{3x} dx$

i)  $\int_1^3 2x dx$

**Ví dụ 7.** Tính các tích phân sau:

a)  $\int_{-1}^2 (3x^2 - 8x) dx$

b)  $\int_0^1 (x^2 + x) dx$

c)  $\int_1^2 \frac{x-1}{x^2} dx$

d)  $\int_1^2 (x^3 - x) dx$

e)  $\int_0^1 (4x^3 + 3x^2 - 2) dx$

f)  $\int_{-2}^1 (x-2)^2 dx + \int_{-2}^1 (4x - x^2) dx$

g)  $\int_0^1 (3 \cdot 2^x - e^x) dx$

h)  $\int_1^4 (x^2 + 6\sqrt{x}) dx$

i)  $\int_1^2 \left(4x^3 - \frac{1}{x^2}\right) dx$

**Ví dụ 8.** Tính các tích phân sau:

a)  $\int_0^1 (5 - 2e^x) dx$

b)  $\int_1^2 (2x - 3)^2 dx$

c)  $\int_{-1}^0 5^{2x-1} dx$

d)  $\int_1^9 \frac{2\sqrt{x} - x^2}{x^3} dx$

e)  $\int_{-1}^1 e^{x+2} dx$

f)  $\int_{-1}^{\frac{1}{2}} (4x^3 - 5) dx - \int_1^{\frac{1}{2}} (4x^3 - 5) dx$

**Ví dụ 9.** Tính các tích phân sau:

a)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{-2}{3\sin^2 x} dx$

b)  $\int_0^{\pi} \left(1 + 2\sin^2 \frac{x}{2}\right) dx$

c)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x) dx$

d)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (3\sin x - 2\cos x) dx$

e)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (3\sin x - \cos x) dx$

f)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx$

g)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{2}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos^2 x}\right) dx$

h)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x}\right) dx$

i)  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 (2\tan^2 x + 5) dx$

j)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (3 + 2\cot^2 x) dx$

k)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx$

**Ví dụ 10.** Cho các hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  liên tục trên đoạn  $[1;3]$  và  $\int_1^2 f(x) dx = \frac{1}{2}$ ,  $\int_2^3 f(x) dx = \frac{3}{2}$ ,

$$\int_1^3 g(x) dx = -1. \text{ Tính:}$$

a)  $\int_1^3 [2f(x) + g(x)] dx$

b)  $\int_1^3 [5f(x) - 4] dx$

**Ví dụ 11.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1;5]$  và  $\int_{-1}^5 [2x - 3f(x)] dx = 12$ . Tính  $\int_{-1}^5 f(x) dx$ .

**Ví dụ 12.** Cho  $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 1) \\ 2x-1 & (x > 1) \end{cases}$ .

a) Chứng minh hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

b) Tính  $\int_0^3 f(x) dx$ .

**Ví dụ 13.** Cho  $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2 & (x > -1) \\ 2x + 3 & (x \leq -1) \end{cases}$ .

a) Chứng minh hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

b) Tính  $\int_{-2}^{-1} f(x) dx$ .

**Ví dụ 14.** Tính:

a)  $\int_0^3 |x^2 - 2x| dx$

b)  $\int_0^3 |x - 1| dx$

c)  $\int_0^\pi |\cos x| dx$

d)  $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx$

e)  $\int_{-2}^3 |x - 2| dx$

f)  $\int_{-3}^2 |1 - x^2| dx$

g)  $\int_0^3 |x^2 - 3x + 2| dx$

h)  $\int_1^3 |x^2 - 4| dx$

i)  $\int_0^2 |-x^2 + 4x - 3| dx$

### DẠNG TOÁN: ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

**Ví dụ 15.** Một ô tô đang di chuyển với tốc độ 20 m/s thì hãm phanh nên tốc độ (m/s) của xe thay đổi theo thời gian  $t$  (giây) được tính theo công thức  $v(t) = 20 - 5t$  ( $0 \leq t \leq 4$ ).

a) Kể từ khi hãm phanh đến khi dừng, ô tô đi được quãng đường bao nhiêu?

b) Tính tốc độ trung bình của xe trong khoảng thời gian đó.

**Ví dụ 16.** Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ  $v(t) = 2t - 0,03t^2$  ( $0 \leq t \leq 10$ ), trong đó  $v(t)$  tính theo m/s, thời gian  $t$  tính theo giây với  $t = 0$  là thời điểm xe xuất phát.

a) Tính quãng đường xe đi được sau 5 giây, sau 10 giây.

b) Tính tốc độ trung bình của xe trong khoảng thời gian từ  $t = 0$  đến  $t = 10$ .

**Ví dụ 17.** Tại một nhà máy, gọi  $C(x)$  là tổng chi phí (tính theo triệu đồng) để sản xuất  $x$  tấn sản phẩm A trong một tháng. Khi đó, đạo hàm  $C'(x)$ , gọi là chi phí cận biên, cho biết tốc độ tăng tổng chi phí theo lượng sản phẩm được sản xuất. Giả sử chi phí cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức

$$C'(x) = 5 - 0,06x + 0,00072x^2 \text{ với } 0 \leq x \leq 150.$$

Biết rằng  $C(0) = 30$  triệu đồng, gọi là chi phí cố định. Tính tổng chi phí khi nhà máy sản xuất 100 tấn sản phẩm A trong tháng.

**Ví dụ 18.** Tại một nhà máy sản xuất một loại phân bón, gọi  $P(x)$  là lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán  $x$  tấn sản phẩm trong một tuần. Khi đó, đạo hàm  $P'(x)$ , gọi là lợi nhuận cận biên, cho biết tốc độ tăng lợi nhuận theo lượng sản phẩm bán được. Giả sử lợi nhuận cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức

$$P'(x) = 16 - 0,02x \text{ với } 0 \leq x \leq 100.$$

Tính lợi nhuận nhà máy thu được khi bán 90 tấn sản phẩm trong tuần. Biết rằng nhà máy lỗ 25 triệu đồng nếu không bán được lượng sản phẩm nào trong tuần.

**Ví dụ 19.** Biết rằng tốc độ  $v$  (km/phút) của một ca nô cao tốc thay đổi theo thời gian  $t$  (phút) như sau:

$$v(t) = \begin{cases} 0,5t, & 0 \leq t < 2, \\ 1, & 2 \leq t < 15, \\ 4 - 0,2t, & 15 \leq t < 20. \end{cases}$$

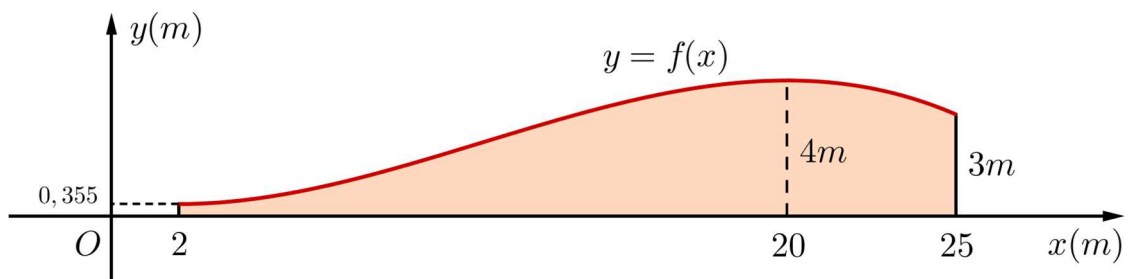
Tính quãng đường ca nô di chuyển được trong khoảng thời gian từ 0 đến 20 phút.

**Ví dụ 20.** Năng lượng gió trên đất liền là một trong những công nghệ năng lượng tái tạo đang được phát triển ở quy mô toàn cầu. Năng lượng gió không trực tiếp phát thải khí nhà kính, không thải ra môi trường các chất ô nhiễm khác, cũng như không tiêu thụ nước để làm mát cho các nhà máy. Các turbine gió thường có ba cánh quay trên một trục ngang, lấy động năng từ quá trình di chuyển dòng không khí (gió) để chuyển đổi thành điện năng thông qua một máy phát điện được kết nối với lưới điện. Hình thang cong trong hình dưới đây mô tả một phần mặt cắt đứng của cánh turbine, được giới hạn bởi các đường thẳng  $x = 2$ ,  $x = 25$ , trục  $Ox$  và đồ thị hàm số

$$y = f(x) = -\frac{1}{800}(x^3 - 33x^2 + 120x - 400).$$

(Nguồn: A. Bigalke et al., *Mathemattick, Grundkurs ma-1 Cornelsen 2016*).

Hãy tính diện tích hình thang cong đó.

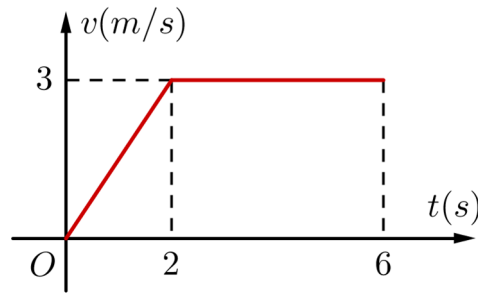


**Ví dụ 21.** Giả sử nhiệt độ (tính bằng °C) tại thời điểm  $t$  giờ trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa ở một địa phương vào một ngày nào đó được mô hình hoá bởi hàm số

$$T(t) = 20 + 1,5(t - 6), \quad 6 \leq t \leq 12.$$

Tìm nhiệt độ trung bình vào ngày đó trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa.

**Ví dụ 22.** Hình sau là đồ thị vận tốc  $v(t)$  của một vật ( $t = 0$  là thời điểm vật bắt đầu chuyển động).

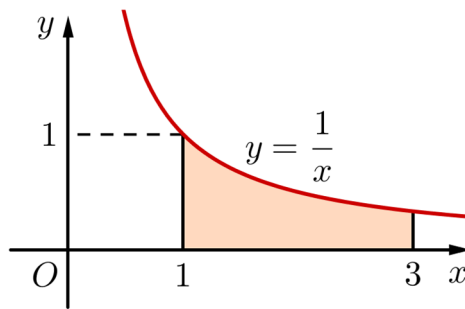
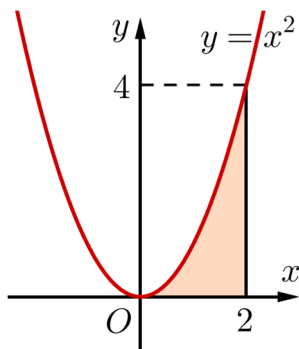


- a) Viết công thức của hàm số  $v(t)$  với  $t \in [0;6]$ .
- b) Tính quãng đường vật di chuyển được trong 6 giây đầu tiên.

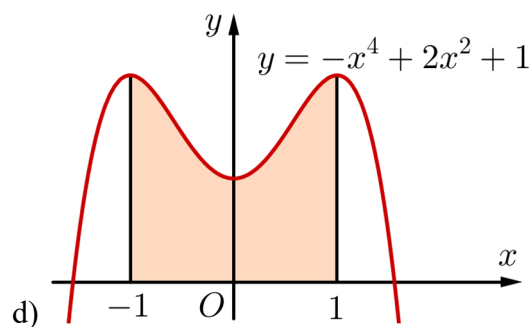
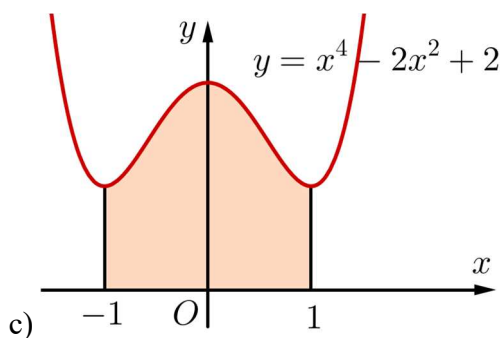
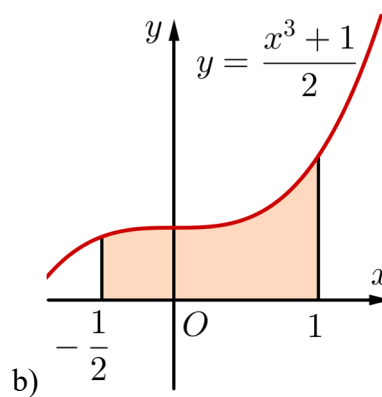
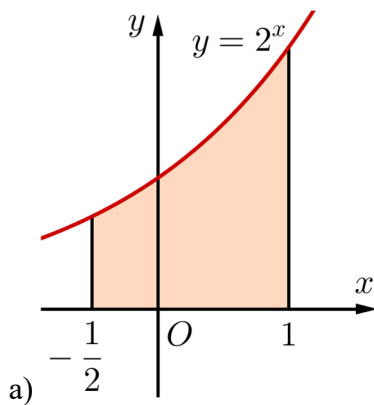
**B. BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Câu 1:** Tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi:

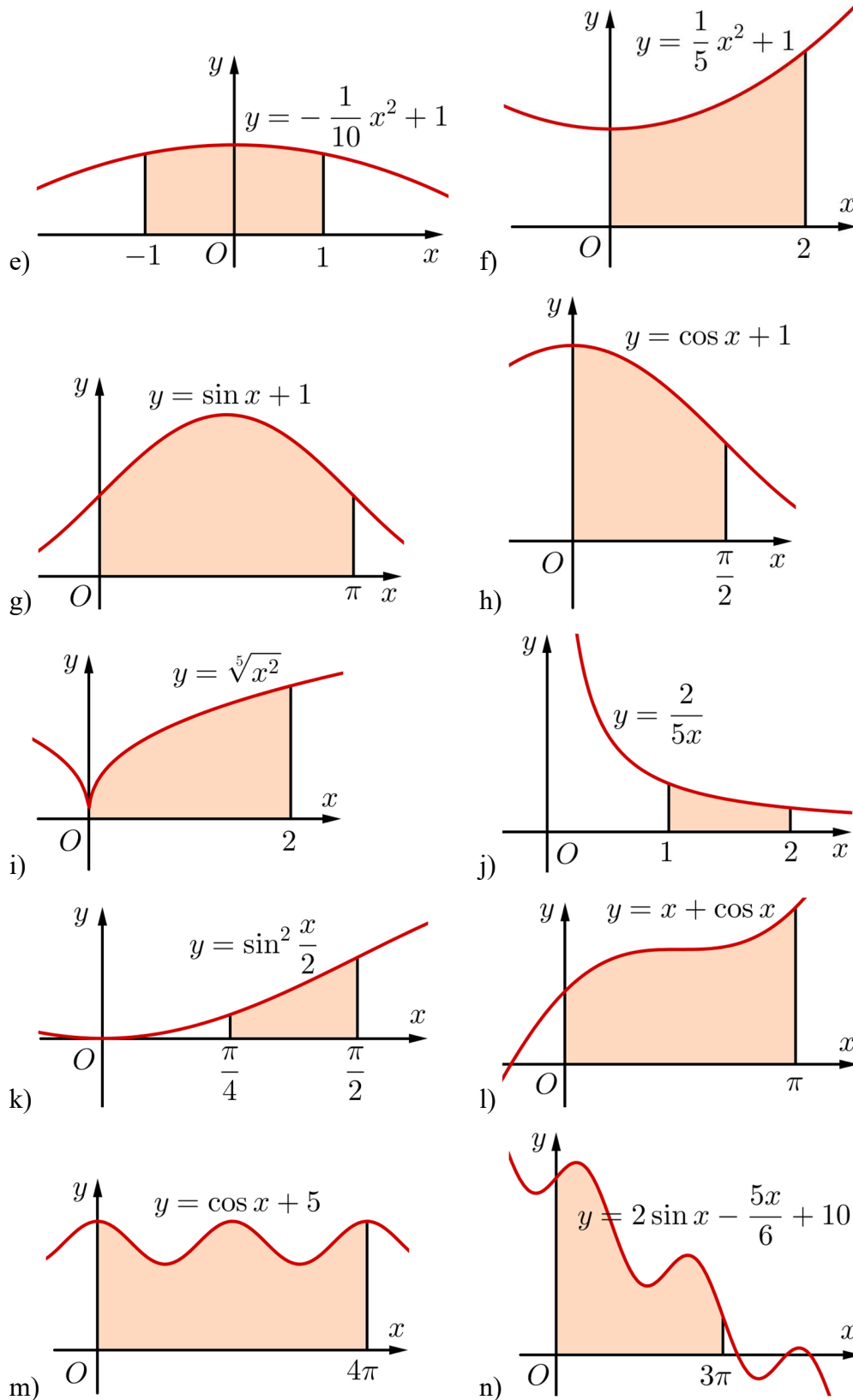
- a) Đồ thị hàm số  $y = x^2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$ .
- b) Đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = 3$ .



**Câu 2:** Tính diện tích các hình thang cong sau:







**Câu 3:** Tính các tích phân sau:

a)  $\int_1^2 x^4 dx$

b)  $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

c)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x} dx$

d)  $\int_0^2 3^x dx$

e)  $\int_0^1 e^x dx$

f)  $\int_1^e \frac{1}{x} dx$

g)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$

h)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$

i)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$

**Câu 4:** Tính các tích phân sau:

a)  $\int_{-2}^4 (x+1)(x-1) \, dx$

b)  $\int_1^2 \frac{x^2 - 2x + 1}{x} \, dx$

c)  $\int_0^1 (e^{2x} + 3x^2) \, dx$

d)  $\int_0^3 (3x-1)^2 \, dx$

e)  $\int_0^1 (x^6 - 4x^3 + 3x^2) \, dx$

f)  $\int_1^2 \frac{1}{x^4} \, dx$

g)  $\int_1^4 \frac{1}{x\sqrt{x}} \, dx$

h)  $\int_{-1}^0 e^{-x} \, dx$

i)  $\int_1^4 (x^3 + 3\sqrt{x}) \, dx$

**Câu 5:** Tính các tích phân sau:

a)  $\int_{-2}^{-1} e^{x+2} \, dx$

b)  $\int_1^2 \left(3^x - \frac{3}{x}\right) \, dx$

c)  $\int_1^4 \left(2^x - \frac{3}{x^2}\right) \, dx$

d)  $\int_0^1 (3 \cdot 4^x - 5 \cdot e^{-x}) \, dx$

e)  $\int_{-1}^2 x(x+1) \, dx$

f)  $\int_1^2 2^{1-3x} \, dx$

g)  $\int_1^4 (e^{2x-1} - 3x\sqrt{x}) \, dx$

h)  $\int_0^1 (\sqrt{x} + 2x^2) \, dx$

i)  $\int_1^3 \left(\frac{x^2 - 2}{x}\right)^2 \, dx$

**Câu 6:** Tính các tích phân sau:

a)  $\int_0^{2\pi} (2x + \cos x) \, dx$

b)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (3 \sin x - 2) \, dx$

c)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^x - 2 \cos x) \, dx$

d)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right) \, dx$

e)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4 \sin x + 3 \cos x) \, dx$

f)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \frac{x}{2} \, dx$

g)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} \, dx$

h)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot^2 x \, dx$

i)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x \, dx$

**Câu 7:** Tính các tích phân sau:

a)  $\int_{-2}^1 |2x + 2| \, dx$

b)  $\int_0^4 |x^2 - 4| \, dx$

c)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\sin x| \, dx$

d)  $\int_0^3 |x - 2| \, dx$

e)  $\int_0^3 |2x - 3| \, dx$

f)  $\int_{-1}^2 |2x + 1| \, dx$

g)  $\int_1^4 |5 - 3x| \, dx$

h)  $\int_{-1}^1 |-3x^2 + 2x + 1| \, dx$

i)  $\int_0^2 |2^x - 2| \, dx$

**Câu 8:** Sử dụng ý nghĩa hình học của tích phân, tính:

a)  $\int_0^1 (x+1) dx$

b)  $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$

c)  $\int_1^3 (2x+1) dx$

d)  $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx$

e)  $\int_1^2 (2x+2) dx$

f)  $\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2} dx$

**Câu 9:** Biết  $F(x) = \sqrt{x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ . Tính  $\int_1^4 [2 + f(x)] dx$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 4]$  thỏa mãn  $f(-1) = 2$ ,  $f(4) = 7$ . Tính  $\int_{-1}^4 f'(x) dx$ .

**Câu 11:** Cho các hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$  thỏa mãn  $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ ,  $\int_{-1}^3 f(x) dx = 6$

và  $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$ . Tính:

a)  $\int_2^3 f(x) dx$

b)  $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$

**Câu 12:** Cho  $\int_0^3 f(x) dx = 5$  và  $\int_0^3 g(x) dx = 2$ . Tính:

a)  $\int_0^3 [f(x) + g(x)] dx$

b)  $\int_0^3 [f(x) - g(x)] dx$

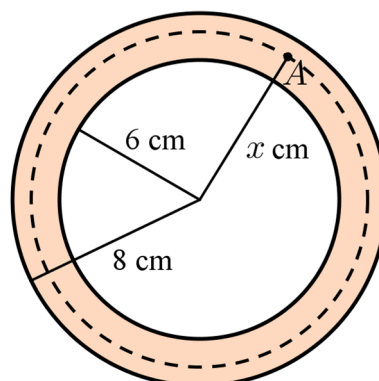
c)  $\int_0^3 3f(x) dx$

d)  $\int_0^3 [2f(x) - 3g(x)] dx$

**Câu 13:** Mặt cắt ngang của một ống dẫn khí nóng là hình vành khuyên như hình sau. Khí bên trong ống được duy trì ở  $150^\circ\text{C}$ . Biết rằng nhiệt độ  $T$  ( $^\circ\text{C}$ ) tại điểm  $A$  trên thành ống là hàm số của khoảng cách  $x$  (cm) từ  $A$  đến tâm của mặt cắt và

$$T'(x) = -\frac{30}{x} \quad (6 \leq x \leq 8).$$

(Nguồn: Y.A.Çengel, A.I.Gahjar, *Heat and Mass Transfer*, Mc Graw Hill, 2015).



Tìm nhiệt độ mặt ngoài của ống.

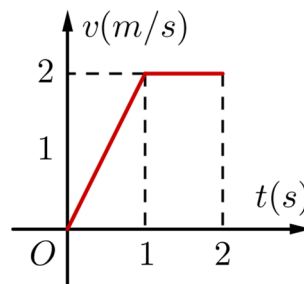
**Câu 14:** Tốc độ  $v$  (m/s) của một thang máy di chuyển từ tầng 1 lên tầng cao nhất theo thời gian  $t$  (giây) được cho bởi công thức:

$$v(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq 2, \\ 2, & 2 < t \leq 20, \\ 12 - 0,5t, & 20 < t \leq 24. \end{cases}$$

Tính quãng đường chuyển động và tốc độ trung bình của thang máy.

**Câu 15:** Một vật chuyển động với vận tốc  $v(t) = 2 - \sin t$  (m/s). Tính quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm  $t = 0$  (s) đến thời điểm  $t = \frac{3\pi}{4}$  (s).

**Câu 16:** Một vật chuyển động với vận tốc được cho bởi đồ thị ở hình sau.



a) Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong 1 giây đầu tiên.

b) Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong 2 giây đầu tiên.

**Câu 17:** Ở nhiệt độ  $37^\circ\text{C}$ , một phản ứng hóa học từ chất đầu A, chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình  $A \rightarrow B$ . Giả sử  $y(x)$  là nồng độ chất A (đơn vị mol  $L^{-1}$ ) tại thời gian  $x$  (giây),  $y(x) > 0$  với  $x \geq 0$ , thỏa mãn hệ thức:  $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$  với  $x \geq 0$ . Biết rằng tại  $x = 0$ , nồng độ (đầu) của A là  $0,05 \text{ mol } L^{-1}$ .

a) Xét hàm số  $f(x) = \ln y(x)$  với  $x \geq 0$ . Hãy tính  $f'(x)$ , từ đó hãy tìm hàm số  $f(x)$ .

b) Giả sử ta tính nồng độ trung bình chất A (đơn vị mol  $L^{-1}$ ) từ thời điểm  $a$  (giây) đến thời điểm  $b$  (giây) với  $0 < a < b$  theo công thức  $\frac{1}{b-a} \int_a^b y(x) dx$ . Xác định nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây.

**Câu 18:** Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm  $t$  (giây) là  $v(t) = t^2 - t - 6$  (m/s).

a) Tìm độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian  $1 \leq t \leq 4$ , tức là tính  $\int_1^4 v(t) dt$ .

b) Tìm tổng quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian này, tức là tính  $\int_1^4 |v(t)| dt$ .

**Câu 19:** Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hoá bằng công thức

$$P'(x) = -0,0005x + 12,2.$$

Ở đây  $P(x)$  là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm.

a) Tìm sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 101 đơn vị sản phẩm.

b) Tìm sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 110 đơn vị sản phẩm.

**Câu 20:** Giả sử vận tốc  $v$  của dòng máu ở khoảng cách  $r$  từ tâm của động mạch bán kính  $R$  không đổi, có thể được mô hình hoá bởi công thức

$$v = k(R^2 - r^2),$$

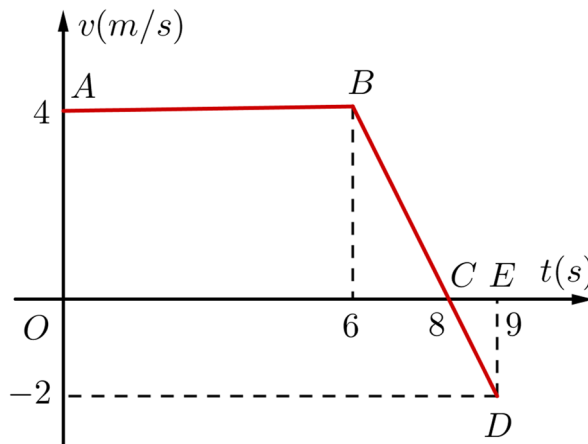
trong đó  $k$  là một hằng số. Tìm vận tốc trung bình (đối với  $r$ ) của động mạch trong khoảng  $0 \leq r \leq R$ . So sánh vận tốc trung bình với vận tốc lớn nhất.

**Câu 21:** Một quả bóng được ném lên từ độ cao 1,5 m với vận tốc ban đầu 24 m/s. Biết gia tốc của quả bóng là  $a = -9,8 \text{ m/s}^2$ .

a) Tính vận tốc của quả bóng tại thời điểm 1 giây sau khi được ném lên.

b) Tính quãng đường quả bóng đi được từ lúc ném lên đến khi chạm đất lần đầu.

**Câu 22:** Đường gấp khúc  $ABD$  trong hình sau là đồ thị vận tốc  $v(t)$  của một vật ( $t = 0$  là thời điểm vật bắt đầu chuyển động). Trong khoảng thời gian mà  $v < 0$  thì vật chuyển động ngược chiều với khoảng thời gian mà  $v > 0$ .

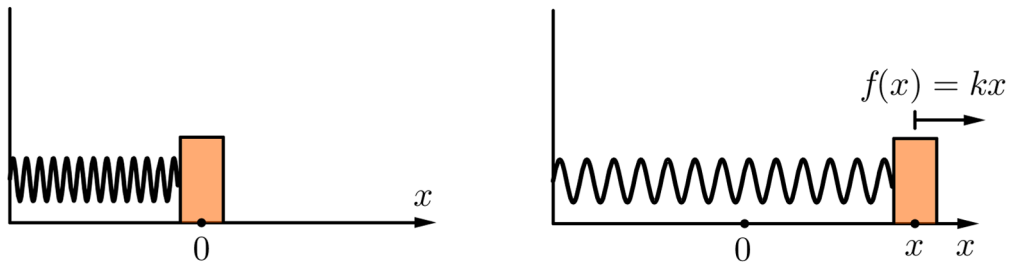


a) Viết công thức của hàm số  $v(t)$  với  $t \in [0; 9]$ .

b) Biết rằng quãng đường vật di chuyển với vận tốc  $v = v(t)$  từ thời điểm  $t = a$  đến thời điểm  $t = b$  là  $s = \int_a^b |v(t)| dt$ , tính quãng đường vật di chuyển được trong 9 giây kể từ khi vật bắt đầu chuyển động.

c) Tính tổng diện tích của hình thang  $OABC$  và tam giác  $CDE$  rồi so sánh với kết quả ở câu b.

**Câu 23:** Một lò xo có chiều dài tự nhiên là  $l_0 = 10 \text{ cm}$ . Để kéo giãn lò xo  $x$  (m) cần một lực có độ lớn  $f(x) = kx$  (N), trong đó  $k$  là độ cứng của lò xo và có giá trị không đổi.



a) Tìm  $k$ , biết dưới tác dụng của một lực 40 N, lò xo bị giãn và chiều dài của lò xo khi ấy là  $l_1 = 15$  cm.

b) Nếu một lực có độ lớn  $f(x)$  (N) làm biến dạng lò xo từ độ giãn  $a$  (m) đến  $b$  (m) thì công của lực đó được cho bởi công thức  $A = \int_a^b f(x) dx$  (J).

(Nguồn: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/wint.html>).

Tính công của một lực làm lò xo biến dạng từ chiều dài 15 cm đến 18 cm.

**Câu 24:** Hiệu suất của tim là lưu lượng máu được bơm bởi tim trên một đơn vị thời gian (lưu lượng máu chảy vào động mạch chủ). Để đo hiệu suất của tim, người ta bơm  $A$  (mg) chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, chảy qua tim rồi vào động mạch chủ và đo nồng độ chất chỉ thị màu còn lại ở tim đến thời điểm  $T$  (s) khi chất chỉ thị màu tan sạch. Gọi  $c(t)$  là nồng độ (mg/l) chất chỉ thị màu

tại thời điểm  $t$  (s) thì hiệu suất của tim được xác định bởi  $F = \frac{A}{T} \int_0^T c(t) dt$  (l/s). Tính hiệu suất của

tim khi bơm 8 mg chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, biết  $c(t) = \frac{1}{4}t(12-t)$  với  $0 \leq t \leq 12$ .

(Nguồn: James Stewart, Calculus, Cengage Learning).

**Câu 25:** Ở 45 °C, phản ứng hoá học phân huỷ  $N_2O_5$  xảy ra theo phương trình  $N_2O_5 \rightarrow 2NO_2 + \frac{1}{2}O_2$  với nồng độ  $c(t)$  (mol/L) của  $N_2O_5$  ( $c(t) > 0$ ) tại thời điểm  $t$  giây ( $t \geq 0$ ) thoả mãn  $c'(t) = -0,0005c(t)$  (nguồn: James Stewart, Calculus, Cengage Learning). Biết khi  $t = 0$ , nồng độ ban đầu của  $N_2O_5$  là 0,05 mol/L.

a) Xét hàm số  $y(t) = \ln c(t)$  với  $t \geq 0$ . Tính  $y'(t)$ , từ đó tìm  $y(t)$ .

b) Biết rằng nồng độ trung bình của  $N_2O_5$  (mol/L) từ thời điểm  $a$  giây đến thời điểm  $b$  giây ( $a < b$ ) được cho bởi công thức  $\frac{1}{b-a} \int_a^b c(t) dt$ . Tính nồng độ trung bình của  $N_2O_5$  từ thời điểm 10 giây đến thời điểm 20 giây.

## C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Tính tích phân  $\int_0^2 2e^{2x} dx$ .

- A.  $e^4$ .                      B.  $3e^4$ .                      C.  $4e^4$ .                      D.  $e^4 - 1$ .

**Câu 2:** Tích phân  $\int_0^{\ln 2} (e^x + 1)e^x dx$  bằng:

- A.  $3 \ln 2$ .                      B.  $\frac{4}{5} \ln 2$ .                      C.  $\frac{5}{2}$ .                      D.  $\frac{7}{3}$ .

**Câu 3:** Tích phân  $\int_1^2 \frac{(x^2 - 1)^2}{x} dx$  bằng:

- A.  $\frac{2}{3} + 3 \ln 2$ .                      B.  $\frac{1}{2} - \ln 2$ .                      C.  $\frac{3}{4} + \ln 2$ .                      D.  $\frac{4}{3} - 2 \ln 2$ .

**Câu 4:** Cho  $M = \int_1^2 \frac{x^2 + 2}{2x^2} dx$ . Giá trị của  $M$  là:

- A. 2.                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C. 1.                      D.  $\frac{11}{2}$ .

**Câu 5:** Tính tích phân  $\int_0^4 |x - 2| dx$ .

- A. 0.                      B. 2.                      C. 8.                      D. 4.

**Câu 6:** Giá trị của  $\int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx$  là:

- A. 4.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 5.

**Câu 7:** Cho  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$ . Khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$  bằng:

- A.  $5 + \pi$ .                      B.  $5 + \frac{\pi}{2}$ .                      C. 7.                      D. 3.

**Câu 8:** Biết tích phân  $\int_0^4 \left( 3x - e^{\frac{x}{4}} \right) dx = a + be$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Khi đó  $a + 5b$  bằng:

- A. 8.                      B. 18.                      C. 13.                      D. 23.

**Câu 9:** Biết  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx = \pi \left( \frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) - 1$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $a + 2b = 8$ .                      B.  $a + b = 5$ .                      C.  $2a - 3b = 2$ .                      D.  $a - b = 2$ .

**Câu 10:** Nếu  $\int_0^9 f(x) dx = 37$  và  $\int_0^9 g(x) dx = 16$  thì  $\int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$  bằng:

A. 122.

B. 74.

C. 48.

D. 53.

**Câu 11:** Vận tốc của một vật chuyển động được tính theo công thức  $v(t) = 3t^2 + 5$  m/s. Quãng đường vật đó đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là:

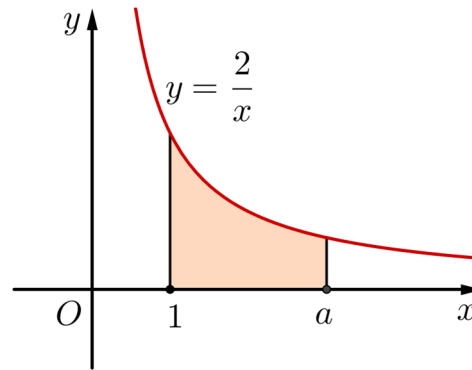
A. 36 m.

B. 252 m.

C. 1200 m.

D. 966 m.

**Câu 12:** Tìm  $a$  để diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị  $(C): y = f(x) = \frac{2}{x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1, x = a$  ( $a > 1$ ) bằng 2.

A.  $e^2$ .B.  $e$ .C.  $2e$ .D.  $e + 1$ .

### Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \sqrt{x}$ .

a)  $\int_1^2 f(x) dx = \left( \frac{x^3}{12} + \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_1^2$ .

b)  $\int_1^2 3f(x) dx = \left( \frac{x^3}{4} + 2x\sqrt{x} + 3 \right) \Big|_1^2$ .

c)  $\int_1^4 [f(x) + x] dx = \frac{209}{12}$ .

d) Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1, x = 3$  lớn hơn 5.

**Câu 2:** Giả sử sự sản sinh virus Zika ngày thứ  $t$  có số lượng là  $N(t)$ , biết  $N'(t) = \frac{1000}{1+0,5t}$  và lúc đầu đám virus có số lượng 250.000 con.

a) Hàm số  $f(t) = \frac{1}{at+b}$  ( $a, b > 0$ ) có một nguyên hàm trên  $\left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$  là  $F(t) = \frac{1}{a} \ln(at+b)$ .

b) Vào ngày thứ 7, số lượng virus là trên 253.000 con.

c) Từ ngày thứ 5 đến ngày thứ 10, số lượng virus tăng thêm 1087 con (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



d) Vào ngày thứ 21, số lượng virus là trên 255.000 con.

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và các số thực  $a < b < c$ .

a)  $\int_a^b cf(x)dx = -c \int_b^a f(x)dx.$

b)  $\int_a^c f'(x)dx = f(a) - f(c).$

c)  $\int_a^b f(x)dx = f(b) - f(a).$

d)  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_b^c f(x)dx.$

**Câu 4:** Cho hàm số đa thức  $y = f(x)$  thỏa  $f(x) < 0, \forall x \in (-1; 1)$  và  $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .

a)  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0.$

b)  $\int_{-1}^1 |f(x)|dx = -\int_{-1}^1 f(x)dx.$

c)  $\int_0^2 |f(x)|dx = \int_1^0 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx.$

d)  $\int_{-2}^2 |f(x)|dx = \int_{-2}^{-1} f(x)dx + \int_{-1}^1 |f(x)|dx - \int_1^2 f(x)dx.$

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho các hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$  thỏa  $\int_1^5 f(x)dx = 12$  và  $\int_1^5 g(x)dx = -33$

. Giá trị của  $\int_1^5 [g(x) - f(x)]dx$  là bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 2]$ . Nếu  $\int_0^2 f(x)dx = 2026$  thì  $\int_0^2 [x + 2f(x)]dx$  có giá trị bằng bao nhiêu?

ĐS:

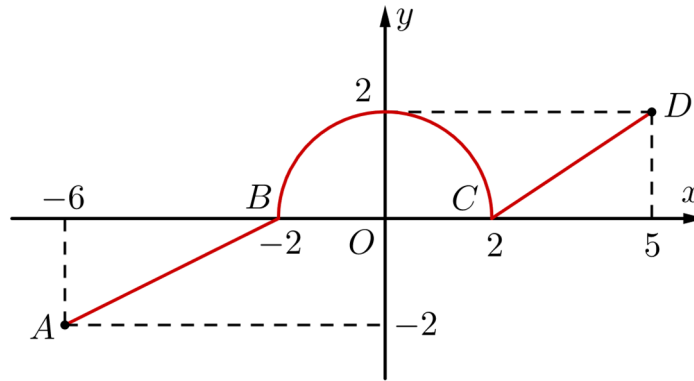
**Câu 3:** Cho tích phân  $I = \int_0^3 x^{2026}dx$ . Khi đó  $\ln I$  có giá trị bằng:

ĐS:

**Câu 4:** Biết tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (\sin x \cdot \cot x + \cos x \cdot \tan x) dx$  có dạng  $a + \sqrt{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính giá trị biểu thức  $S = 2a + 3b^2$ .

ĐS:

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-6; 5]$ , có đồ thị gồm hai đoạn thẳng và nửa đường tròn như hình vẽ. Tính giá trị tích phân  $I = \int_{-6}^5 f(x) dx$ .



ĐS:

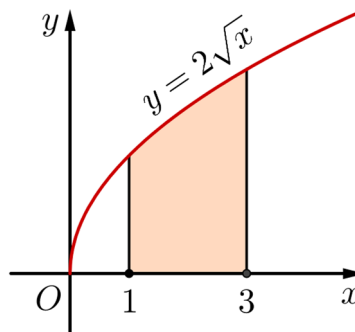
**Câu 6:** Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 160 - 10t$  m/s. Quãng đường mà vật chuyển động từ thời điểm  $t = 0$  (s) đến thời điểm mà vật dừng lại là bao nhiêu mét?

ĐS:

### D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

#### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Gọi  $S$  là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = 2\sqrt{x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1, x = 3$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?



A.  $3 < S < 4$ .

B.  $6 < S < 7$ .

C.  $4 < S < 5$ .

D.  $5 < S < 6$ .

**Câu 2:** Tích phân  $\int_2^4 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$  bằng:

A.  $\frac{275}{12}$ .                      B.  $\frac{305}{16}$ .                      C.  $\frac{196}{15}$ .                      D.  $\frac{208}{17}$ .

**Câu 3:** Tích phân  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 x}$  bằng:

A. 1.                                  B. 3.                                  C. 4.                                  D. 2.

**Câu 4:** Biết tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left( \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx$  có dạng  $\frac{a\pi + b\sqrt{2} + c}{4}$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Khi đó:

A.  $a + b + c = 0$ .                  B.  $a^2 - b + 2c = -9$ .          C.  $a + b - c^2 = 13$ .              D.  $a + b - c = 5$ .

**Câu 5:** Tích phân  $\int_0^2 |x^2 - x| dx$  bằng:

A.  $\frac{2}{3}$ .                                  B. 0.                                  C. 1.                                  D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 6:** Biết  $\int_1^3 f(x) dx = 5$ ,  $\int_2^3 f(x) dx = 3$ . Tính  $\int_1^2 f(x) dx$ .

A. 2.                                  B. -2.                                  C. 8.                                  D. 5.

**Câu 7:** Cho  $\int_0^1 e^{3x} dx = \frac{e^a - 1}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $a = -b$ .                          B.  $a < b$ .                          C.  $a > b$ .                          D.  $a = b$ .

**Câu 8:** Biết  $\int_2^5 f(x) dx = 9$  và  $\int_2^5 [g(t) + 2] dt = 9$ . Giá trị của  $A = \int_2^5 [f(x) + g(x)] dx$  là:

A. Không xác định được.                  B. 12.  
C. 16.                                  D. 6.

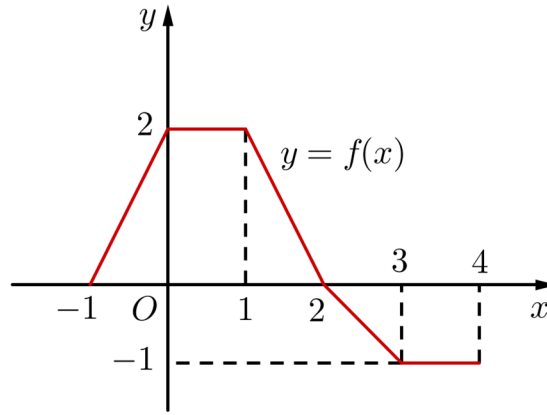
**Câu 9:** Tính tích phân  $\int_{-1}^4 |x^2 - 3x + 2| dx$  ta được kết quả:

A.  $-\frac{19}{2}$ .                                  B.  $\frac{19}{2}$ .                                  C.  $\frac{28}{6}$ .                                  D. 19.

**Câu 10:** Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì người lái xe đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -3t + 15$  m/s, trong đó khoảng thời gian  $t$  tính bằng giây từ lúc bắt đầu đạp phanh. Khi đạp phanh ô tô còn chuyển động trên quãng đường:

A. 38 m.                                  B. 37,5 m.                                  C. 37 m.                                  D. 37,2 m.

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị trên đoạn  $[-1; 4]$  như hình vẽ. Tính tích phân  $I = \int_{-1}^4 f(x) dx$ .



- A.  $I = \frac{5}{2}$ .                      B.  $I = \frac{11}{2}$ .                      C.  $I = 5$ .                      D.  $I = 3$ .

**Câu 12:** Tích phân  $\int_1^3 \left( 3x^2 - \frac{1}{2x} \right) dx$  có dạng  $a + \frac{1}{b} \ln 3$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Khi đó  $a + b$  bằng:

- A. 24.                      B. 28.                      C. 22.                      D. 18.

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}$  với  $x \neq \frac{k\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

- a)  $f(x) = \tan x$ .
- b)  $3 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f'(x) dx = \sqrt{3}$ .
- c)  $f^2(x) = f'(x) - 1$ .
- d)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} [1 + f^2(x)] dx = f\left(\frac{\pi}{3}\right) + f\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ .

**Câu 2:** Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xét một vật chuyển động thẳng với vận tốc  $v = v(t)$  ( $0 < t < T$ ) và không đổi chiều chuyển động. Gọi  $F(t)$  là một nguyên hàm bất kì của  $v(t)$  trên khoảng  $(0; T)$  thì quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = a$  đến thời điểm  $t = b$  là  $L = F(b) - F(a)$  với  $0 < a < b < T$ .
- b) Nếu  $w'(t)$  là tốc độ tăng trưởng cân nặng/năm của một đứa trẻ, thì  $\int_5^{10} w'(t) dt$  là cân nặng của đứa trẻ lúc 5 và 10 tuổi.
- c) Nếu dầu rò rỉ từ một cái thùng với tốc độ  $r(t)$  tính bằng galông/phút tại thời điểm  $t$  phút, thì lượng galông dầu rò rỉ trong 2 tiếng đồng hồ là  $\int_0^{120} r(t) dt$ .

d) Nếu  $r(t)$  là tốc độ tiêu thụ dầu của thế giới, trong đó  $t$  được tính bằng năm, bắt đầu tại  $t = 0$  vào ngày 1 tháng 1 năm 2001 và  $r(t)$  được tính bằng thùng/năm thì  $\int_0^{23} r(t) dt$  biểu thị số lượng thùng dầu tiêu thụ từ ngày 1 tháng 1 năm 2001 đến ngày 1 tháng 1 năm 2024.

**Câu 3:** Cho các hàm số  $f(x) = \sqrt{x}$  và  $g(x) = \cos x + 1$ .

a)  $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx = \left( \frac{2}{3} x\sqrt{x} + \sin x + 1 \right) \Big|_0^1$ .

b)  $\int [g(x) - x \sin x] dx = f^2(x) \cdot g(x) + C$ .

c) Diện tích  $S_1$  của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1, x = 2$  nhỏ hơn 2.

d) Diện tích  $S_2$  của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = g(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1, x = 2$  lớn hơn  $S_1$ .

**Câu 4:** Cho các tích phân  $I = \int_a^b \sin^2 \frac{x}{2} dx$ ;  $J = \int_a^b \cos^2 \frac{x}{2} dx$  và  $K = \int_a^b \cos x dx$ .

a)  $I + J = b - a$ .

b)  $I - J = K$ .

c)  $K = \sin(b - a)$ .

d)  $I + J + K = b + \sin b - a + \sin a$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Người ta bơm nước vào một bồn chứa, lúc đầu bồn không chứa nước, mức nước ở bồn chứa sau khi bơm phụ thuộc vào thời gian bơm nước theo một hàm số  $h = h(t)$  trong đó  $h$  tính bằng centimet và  $t$  tính bằng giây. Biết rằng  $h'(t) = \sqrt[3]{2t+1}$  và để ý  $\left[ \frac{3}{8}(2t+1)^{\frac{4}{3}} \right]' = \sqrt[3]{2t+1}$ . Mức nước ở bồn sau khi bơm được 13 giây là bao nhiêu centimet?

ĐS:

**Câu 2:** Biết tích phân  $I = \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{ae^2 + 1}{c}$  với  $a, c \in \mathbb{Z}$ . Tính giá trị biểu thức  $S = a + 2c$ .

ĐS:

**Câu 3:** Biết giá trị tích phân  $\int_{-1}^0 (x+2)^2 dx$  có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{N}$ ,  $a - b = 12$ . Tính tích  $T = ab$ .

ĐS:

**Câu 4:** Một người muốn làm một cái cửa hình parabol có chiều cao từ nền nhà đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với nền nhà là 3 mét. Biết chi phí mỗi mét vuông là 1.500.000 đồng. Vậy số tiền người đó phải trả là bao nhiêu (đơn vị: triệu đồng)?

ĐS:

**Câu 5:** Biết  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = 5$ . Khi đó tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} [f(x) + 2 \sin x] dx$  có dạng  $a + b\sqrt{c}$  ( $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ).

Tính tích  $T = abc$ .

ĐS:

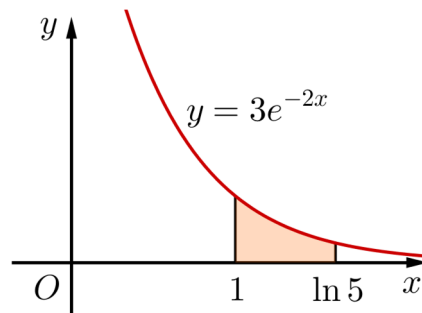
**Câu 6:** Biết  $I = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = 4 + a \ln 2 + b \ln 5$ , với  $a, b$  là các số nguyên. Tính tổng  $S = a - b$ .

ĐS:

### E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3

#### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = 3e^{-2x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = \ln 5$  có dạng  $a + \frac{b}{e^2}$  với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Tính  $S = a + b$ .



- A.  $\frac{36}{25}$ .                      B.  $-\frac{39}{25}$ .                      C.  $\frac{39}{25}$ .                      D.  $-\frac{36}{25}$ .

**Câu 2:** Tích phân  $\int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right) dx$  bằng:

- A.  $\frac{19}{8}$ .                      B.  $\frac{23}{8}$ .                      C.  $\frac{21}{8}$ .                      D.  $\frac{25}{8}$ .

**Câu 3:** Tích phân  $\int_0^1 (x^2 - 1)(x^2 + 1) dx$  bằng:

- A.  $\frac{4}{5}$ .                      B.  $\frac{6}{5}$ .                      C.  $-\frac{4}{5}$ .                      D.  $\frac{1}{5}$ .

**Câu 4:** Biết tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \sin^2 \frac{x}{2} dx$  có dạng  $\frac{\pi}{a} - \frac{\sqrt{b}}{c}$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Tính  $S = a + b + c$ .

- A. 8.                                      B. 4.                                      C. 6.                                      D. 2.

**Câu 5:** Tính tích phân  $\int_0^2 |x^2 - 3x + 2| dx$  ta được kết quả:

- A. 3.                                      B. 4.                                      C. 1.                                      D. 2.

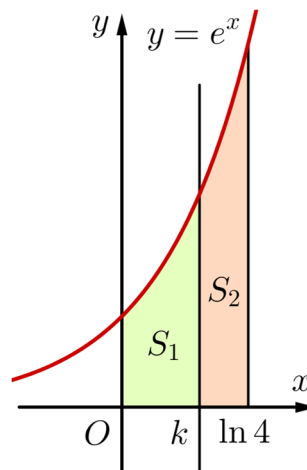
**Câu 6:** Biết giá trị tích phân  $\int_{-1}^a |x^2 - x| dx = \frac{11}{6}$ , khi đó:

- A.  $a = 1$ .                                      B.  $a = 2$ .                                      C.  $a = 3$ .                                      D.  $a = 4$ .

**Câu 7:** Biết  $\int_1^2 f(x) dx = 1$  và  $\int_1^2 g(x) dx = -3$ . Khi đó  $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$  có giá trị là:

- A. -2.                                      B. -4.                                      C. 2.                                      D. 4.

**Câu 8:** Cho hình thang cong  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = e^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \ln 4$ . Đường thẳng  $x = k$  ( $0 < k < \ln 4$ ) chia  $(H)$  thành hai phần có diện tích là  $S_1$  và  $S_2$  như hình vẽ sau. Tìm  $k$  để  $S_1 = 2S_2$ .



- A.  $k = \frac{2}{3} \ln 4$ .                                      B.  $k = \ln 2$ .                                      C.  $k = \ln \frac{8}{3}$ .                                      D.  $k = \ln 3$ .

**Câu 9:** Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc  $v_0 = 15$  m/s thì tăng vận tốc với gia tốc  $a(t) = t^2 + 4t$  m/s<sup>2</sup>. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

- A. 67,25 m.                                      B. 68,25 m.                                      C. 69,75 m.                                      D. 70,25 m.

**Câu 10:** Biết  $\int_2^5 f(x) dx = 10$ . Tính tích phân  $\int_5^2 [2 - 4f(x)] dx$ .

- A. 46.                                      B. 34.                                      C. 36.                                      D. 40.

**Câu 11:** Biết  $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ ,  $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$ . Tính tích phân  $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$ .

- A.  $I = \frac{5}{2}$ .                                      B.  $I = \frac{7}{2}$ .                                      C.  $I = \frac{17}{2}$ .                                      D.  $I = \frac{11}{2}$ .

**Câu 12:** Biết  $\int_{-1}^2 f(x) dx = 3$ . Giá trị của  $\int_{-1}^2 [3f(x) - 2] dx$  bằng:

- A. -9.                      B. 7.                      C. -3.                      D. 3.

### Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Giả sử vi khuẩn HP (*Helicobacter pylori*) gây đau dạ dày tại ngày thứ  $t$  với số lượng là  $F(t)$ , nếu phát hiện sớm khi số lượng không vượt quá 4000 con thì bệnh nhân sẽ cứu chữa được. Biết  $F'(t) = \frac{1000}{2t+1}$  và ban đầu bệnh nhân có 2000 con vi khuẩn.

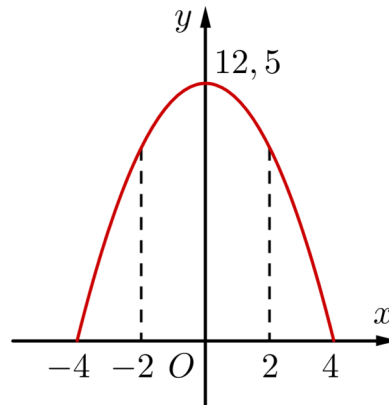
a)  $\left(\frac{1}{2} \ln|2t+1|\right)' = \frac{1}{2t+1}, \forall t > 0$ .

b)  $F(t) = 500 \ln|2t+1|$ .

c) Tại ngày thứ 15, số lượng vi khuẩn là 3717 con (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

d) Sau 25 ngày bệnh nhân không cứu chữa được.

**Câu 2:** Một công trường đại học có hình dạng parabol, chiều rộng 8 m, chiều cao 12,5 m. Chọn hệ trục  $Oxy$  như hình sau.



a) Phương trình của parabol này là:  $y = f(x) = -\frac{25}{32}x^2 + \frac{25}{2}$ .

b) Diện tích của công được tính bởi  $F(4) - F(-4)$  ( $m^2$ ) với  $F(x) = \frac{-25x^3 + 1200x + 1}{96}$ .

c) Nếu làm cửa 4 cánh với chiều rộng chia đều mỗi cánh 2 mét thì tổng diện tích 2 cánh cửa ở giữa được tính theo công thức  $S = 2 \cdot \int_0^2 \left(-\frac{25}{32}x^2 + \frac{25}{2}\right) dx$  ( $m^2$ ).

d) Nếu làm 4 cánh cửa có diện tích bằng nhau thì hai cánh cửa ở giữa mỗi cánh rộng 1,39 m (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Câu 3:** Cho các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $c \in [a; b]$ .



$$\text{a) } \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx .$$

$$\text{b) } \int_a^b [k + f(x)] dx = k + \int_a^b f(x) dx \text{ với } k \in \mathbb{R} .$$

$$\text{c) } \text{Nếu } f(x) \geq 0, \forall x \in [a; b] \text{ thì } \int_a^b f(x) dx \geq 0 .$$

$$\text{d) } \int_a^b |f(x) + g(x)| dx = \int_a^b |f(x)| dx + \int_a^b |g(x)| dx .$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x}$ .

$$\text{a) } f(x) = \tan^2 x + \cot^2 x - 2 .$$

$$\text{b) } \int f(x) dx = \tan x + \cot x + C .$$

$$\text{c) } \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = (\tan x - \cot x - 2) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} .$$

$$\text{d) } \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} [f(x) + 2] dx = (\tan x - \cot x) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} .$$

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Tổng bình phương các giá trị của  $m$  biết  $\int_0^m (2x+5) dx = 6$  là bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 2:** Một chất điểm chuyển động trên trục  $Ox$  với vận tốc thay đổi theo thời gian  $v = v(t)$  m/s. Quãng đường chất điểm đó chuyển động trên trục  $Ox$  từ thời điểm  $t_1$  đến thời điểm  $t_2$  là  $s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$ .

Tính quãng đường (đơn vị: mét) chất điểm đó đi được từ thời điểm  $t_1 = 1$  s đến thời điểm  $t_2 = 2$  s, biết rằng  $v(t) = 30 - 5t$  m/s.

ĐS:

**Câu 3:** Giả sử một viên đạn được bắn lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là 196 m/s và gia tốc trọng trường là  $9,8 \text{ m/s}^2$  (bỏ qua sức cản của không khí). Quãng đường viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho tới khi rơi xuống đất là bao nhiêu kilomet?

ĐS:

**Câu 4:** Cho  $\int_1^3 f(x) dx = 2$  và  $\int_1^3 g(x) dx = 1$ . Tính  $I = \int_1^3 [1234f(x) + 2g(x)] dx$ .

ĐS:

**Câu 5:** Tính tích phân  $I = \int_{-1}^5 x^2 |x-1| dx$  ta được kết quả là  $\frac{a}{b}$  (với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Tính giá trị biểu thức  $S = 2a + 3b$ .

ĐS:

**Câu 6:** Gọi  $h(t)$  (cm) là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được  $t$  giây. Biết rằng  $h'(t) = \frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}$  và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mực nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm), biết  $\left[\frac{3}{4}(t+8)^{\frac{4}{3}}\right]' = \sqrt[3]{t+8}$ .

ĐS:

## F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Tính tích phân  $\int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx$  ta được kết quả:

- A. 4.                                      B. 3.                                      C. 9.                                      D.  $\frac{9}{2}$ .

**Câu 2:** Nếu  $\int_a^d f(x) dx = 5$ ,  $\int_b^d f(x) dx = 2$  với  $a < d < b$  thì  $\int_a^b f(x) dx$  có giá trị bằng:

- A. -2.                                      B. 3.                                      C. 8.                                      D. 0.

**Câu 3:** Biết  $\int_2^5 f(x) dx = 3$ ,  $\int_2^5 g(x) dx = 9$ . Giá trị của tích phân  $\int_2^5 [2f(x) + 3g(x)] dx$  là:

- A. 12.                                      B. 33.                                      C. 27.                                      D. 36.

**Câu 4:** Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$  bằng:

- A. 1.                                      B. -1.                                      C. 0.                                      D. -2.

**Câu 5:** Tích phân  $\int_1^2 \frac{x^2 + 2}{2x^2} dx$  bằng:

- A. 1.                                      B. -1.                                      C.  $\frac{3}{2}$ .                                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 6:** Biết giá trị tích phân  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x}$  có dạng  $\frac{a\sqrt{3}}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức  $S = a^2 + b^2$ .

- A. 29.                      B. 53.                      C. 13.                      D. 5.

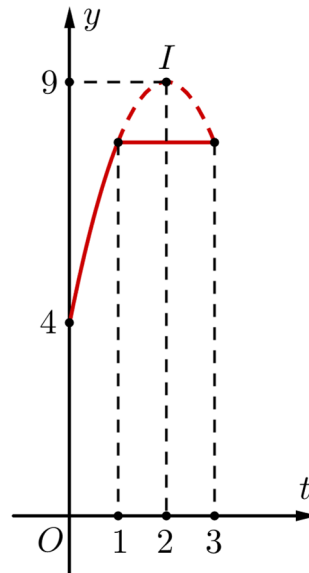
**Câu 7:** Tích phân  $\int_{-1}^2 |x^2 - x| dx$  bằng:

- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B.  $\frac{11}{6}$ .                      C.  $-\frac{3}{2}$ .                      D.  $-\frac{11}{6}$ .

**Câu 8:** Biết diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = ax^3$  ( $a > 0$ ), trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = k$  ( $k > 1$ ) bằng  $\frac{15a}{4}$ . Tìm  $k$ .

- A.  $k = \frac{3}{2}$ .                      B.  $k = \frac{5}{2}$ .                      C.  $k = 3$ .                      D.  $k = 2$ .

**Câu 9:** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc  $v$  (km/h) phụ thuộc vào thời gian  $t$  (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh  $I(2;9)$  và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường  $s$  mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



- A.  $s = 15,50$  (km).                      B.  $s = 13,83$  (km).                      C.  $s = 23,25$  (km).                      D.  $s = 21,58$  (km).

**Câu 10:** Tích phân  $\int_0^{2025} 2 \cdot 5^{2x} dx$  bằng:

- A.  $\frac{5^{2025} - 1}{\ln 5}$ .                      B.  $\frac{5^{2025} - 1}{\ln 25}$ .                      C.  $\frac{25^{2025} - 1}{\ln 5}$ .                      D.  $\frac{25^{2025} - 1}{\ln 25}$ .

**Câu 11:** Một vật chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian  $v(t) = 1 - \sin t$  (m/s). Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm  $t = 0$  (s) đến thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$  (s) là:

- A.  $\frac{\pi}{2} - 1$  (m).      B.  $\frac{\pi}{2} + 1$  (m).      C.  $\frac{\pi + 1}{2}$  (m).      D.  $\pi - 1$  (m).

**Câu 12:** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc  $v(t) = 7t$  (m/s). Đi được 5 (s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a = -70$  (m/s<sup>2</sup>). Tính quãng đường  $S$  (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A.  $S = 95,7$  m.      B.  $S = 96,25$  m.      C.  $S = 87,5$  m.      D.  $S = 94$  m.

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \sin^4 \frac{x}{2} - \cos^4 \frac{x}{2}$ .

a)  $f(x) = 1 - 2 \cos^2 \frac{x}{2}$ .

b)  $f(x) = -\cos x$ .

c)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \cos \left( x + \frac{\pi}{2} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$ .

d) Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = g(x) = f(x) + 2$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 4$  lớn hơn 7.

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\int_1^2 f(x) dx = -3$ ,  $\int_2^3 f(x) dx = 4$ ;  $f(x) < 0, \forall x \in (1; 2)$  và  $f(x) > 0, \forall x \in (2; 3)$ .

a)  $\int_1^3 f(x) dx = 7$ .

b)  $\int_1^3 |f(x)| dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx$ .

c)  $\int_1^3 |f(x)| dx = \left| \int_1^3 f(x) dx \right|$ .

d)  $\int_1^3 |f(x)| dx = \int_1^2 |-3| dx + \int_2^3 |4| dx$ .

**Câu 3:** Cho các hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  không âm, có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $\forall x \in [a; b]$ ,  $f'(x) = g'(x)$ .

$$\text{a) } \int_a^b [f(x) - g(x)] dx = b - a.$$

$$\text{b) } \int_a^b f'(x) dx = \int_a^b g'(x) dx.$$

c) Diện tích hình thang cong tạo bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành,  $x = a$ ,  $x = b$  bằng với diện tích hình thang cong tạo bởi đồ thị hàm số  $y = g(x)$ , trục hoành,  $x = a$ ,  $x = b$ .

$$\text{d) } \forall c \in [a; b], f(c) + g(a) = f(a) + g(c).$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = e^x(x+1)$ .

$$\text{a) } \int_1^2 f(x) dx = e^x \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_1^2.$$

b)  $F(x) = xe^x$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ .

$$\text{c) } \text{Nếu } \int_{\ln 3}^{\ln 10} f(x) dx = a \ln a - b \ln b \text{ với } a, b \in \mathbb{N} \text{ thì } a + b = 7.$$

d) Giá trị tích phân  $\int_{-2}^2 f(x) dx$  là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = -2$ ,  $x = 2$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Một chất điểm A xuất phát từ vị trí O, chuyển động thẳng nhanh dần đều; 8 giây sau nó đạt vận tốc 6 m/s. Từ thời điểm đó nó chuyển động thẳng đều. Một chất điểm B cũng xuất phát từ cùng vị trí O nhưng chậm hơn 12 giây so với A và chuyển động thẳng nhanh dần đều. Biết rằng B đuổi kịp A sau 8 giây (kể từ lúc B xuất phát). Tìm vận tốc của B (m/s) tại thời điểm đuổi kịp A.

ĐS:

**Câu 2:** Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện đã xả lũ trong 40 phút với tốc độ lưu lượng nước tại thời điểm  $t$  giây là  $v(t) = 10t + 500$  m<sup>3</sup>/s. Biết sau thời gian xả lũ trên thì hồ thoát nước của nhà máy đã thoát đi một lượng nước là  $a \cdot 10^8$  m<sup>3</sup>. Tìm  $a$ .

ĐS:

**Câu 3:** Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -40t + 20$  m/s, trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

ĐS:

**Câu 4:** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (1 + \tan^2 x) dx$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 5:** Tính tích phân  $I = \int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| dx$  ta được kết quả  $I = \frac{a}{\ln b}$  (với  $a, b \in \mathbb{N}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $b - a = 1$ ). Khi đó  $J = \int_a^b |2x - 3| dx$  có giá trị bằng bao nhiêu?

ĐS:

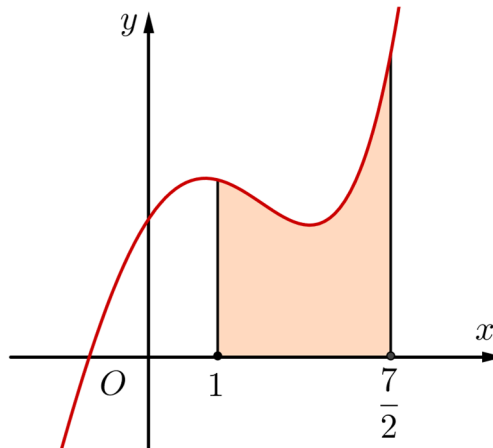
**Câu 6:** Biết tích phân  $I = \int_0^1 e^{x+1} dx$  có dạng  $ae^2 + be$ . Tính giá trị biểu thức  $S = \log_2(a - b)^{2026}$ .

ĐS:

### G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5

#### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{x^4}{16} - x^2 + \frac{3}{2}x + 2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = \frac{7}{2}$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



- A. 6,13.                      B. 6,03.                      C. 6,33.                      D. 6,23.

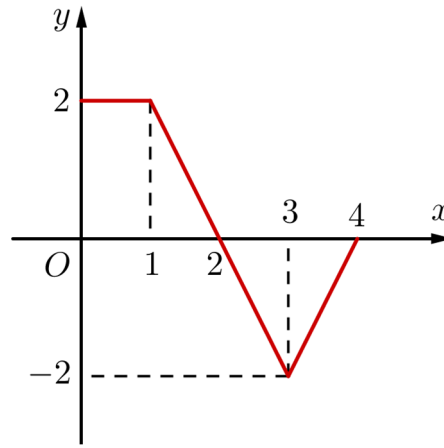
**Câu 2:** Nếu  $\int_0^{10} f(x) dx = 17$  và  $\int_0^8 f(x) dx = 12$  thì  $\int_8^{10} f(x) dx$  bằng:

- A. 5.                              B. 29.                              C. -5.                              D. 15.

**Câu 3:** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A.  $\int_0^3 |x-2| dx = \int_{-2}^1 |x-1| dx$ .                      B.  $\int_0^3 |x-2| dx = \int_0^3 (x-2) dx$ .
- C.  $\int_0^3 |x-2| dx = \int_2^3 (x-2) dx - \int_0^2 (x-2) dx$ .                      D.  $\int_0^3 |x-2| dx = \int_0^2 (x-2) dx + \int_2^3 (x-2) dx$ .

- Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0;10]$  và thỏa  $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ ,  $\int_2^6 f(x) dx = 3$ . Khi đó, giá trị của biểu thức  $P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx$  là:
- A. 1.                                      B. 4.                                      C. 3.                                      D. 2.
- Câu 5:** Tích phân  $\int_0^1 (x+1)^2 dx$  bằng:
- A.  $\frac{8}{3}$ .                                      B. 2.                                      C.  $\frac{7}{3}$ .                                      D. 4.
- Câu 6:** Biết giá trị tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 \frac{x}{2} dx$  có dạng  $2\left(\frac{\pi}{a} - \frac{\sqrt{3}}{b}\right)$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính  $S = a + b$ .
- A. 10.                                      B. 20.                                      C. 4.                                      D. 16.
- Câu 7:** Tích phân  $\int_0^1 x^2(1+x) dx$  bằng:
- A.  $\frac{x^3}{3} \left(x + \frac{x^2}{2}\right) \Big|_0^1$ .                                      B.  $\left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4}\right) \Big|_0^1$ .                                      C.  $\left(x^2 + \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^1$ .                                      D.  $\frac{x^3}{3} \cdot \frac{(1+x)^2}{2} \Big|_0^1$ .
- Câu 8:** Tính tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{3}} |\sin x| dx$  ta được kết quả  $\frac{a+\sqrt{2}}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính  $S = 2a - 3b$ .
- A. 10.                                      B. 6.                                      C. 2.                                      D. 4.
- Câu 9:** Một ô tô đang chạy với vận tốc 18 m/s thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -36t + 18$  m/s trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Quãng đường ô tô di chuyển được kể từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn là bao nhiêu mét?
- A. 5,5 m.                                      B. 3,5 m.                                      C. 6,5 m.                                      D. 4,5 m.
- Câu 10:** Hai người chạy đua xuất phát cùng lúc trên một đoạn đường dài 400 m. Biết gia tốc của 2 người lần lượt cho bởi các hàm số  $f(t) = \frac{3}{100}t + \frac{1}{10}$  m/s<sup>2</sup> và  $g(t) = \frac{8}{25}$  m/s<sup>2</sup> ( $t$  là thời gian, tính bằng giây). Hỏi thời gian về đích của hai người chênh lệch nhau bao nhiêu giây?
- A. 8 giây.                                      B. 10 giây.                                      C. 20 giây.                                      D. 15 giây.
- Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đồ thị trên đoạn  $[0;4]$  như hình sau. Tính  $\int_0^4 f(x) dx$ .



- A. 1.                                      B. 5.                                      C. 8.                                      D. 0.

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } 0 \leq x < 1 \\ 2-x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ . Tính tích phân  $\int_0^2 f(x) dx$ .

- A.  $\frac{1}{3}$ .                                      B.  $\frac{5}{6}$ .                                      C.  $\frac{1}{2}$ .                                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

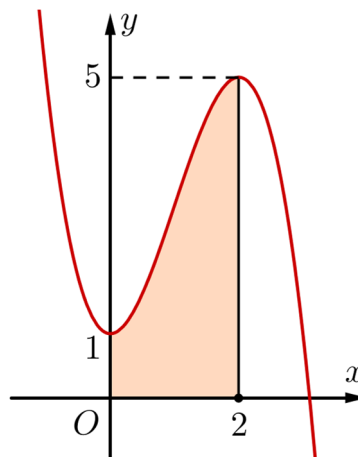
**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = -3x^2 + 6x$ . Biết  $f(x)$  có một nguyên hàm  $F(x)$  thỏa  $F(0) = 1$ .

a)  $F(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ .

b)  $\int_0^1 f^2(x) dx = F^2(x) \Big|_0^1$ .

c) Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = \frac{1}{2}$ ,  $x = \frac{3}{2}$  là  $F\left(\frac{1}{2}\right) - F\left(\frac{3}{2}\right)$ .

d) Phần tô đậm trong hình sau là hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = F(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 2$ :





**Câu 2:** Biết  $\int_a^b f(x) dx = 27$ ,  $\int_c^b f(x) dx = 31$  với  $a < b < c$ .

a)  $\int_a^c f(x) dx = 58$ .

b)  $\int_a^b f^2(x) dx = 27^2 = 729$ .

c)  $\int_a^c f(x) dx + \int_a^b f(x) dx = 23$ .

d)  $\int_b^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx = 62$ .

**Câu 3:** Xét hàm số  $f(x) = \ln(x+1) - \ln(x+2)$  trên  $(0; +\infty)$ .

a)  $f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$ .

b)  $f(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $g(x) = \frac{1}{x^2 + 3x - 2}$  trên  $(0; +\infty)$ .

c)  $\int_1^2 \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx = f(2) - f(1)$ .

d) Biết diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f'(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 2$  là  $a \ln b - b \ln a$  với  $a, b \in \mathbb{N}$ . Khi đó  $a - b = 1$ .

**Câu 4:** Xét hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{khi } x \leq 0 \\ 2x^2 + \sqrt{x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$ .

a)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f(x) dx = -1$ .

b)  $\int_0^4 f(x) dx = 48$ .

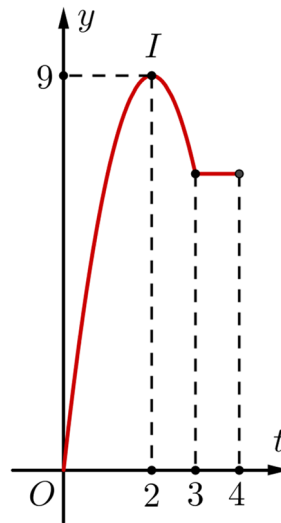
c)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^4 |f(x)| dx = 47$ .

d)  $\int_{-4}^4 |f(x)| dx = -\int_{-4}^0 \sin x dx + \int_0^4 (2x^2 + \sqrt{x}) dx$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc  $v$  (km/h) phụ thuộc thời gian  $t$  (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một

phần của đường parabol có đỉnh  $I(2;9)$  với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường  $s$  (km) mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.



ĐS:

**Câu 2:** Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian  $t$  là  $a(t) = 3t + t^2$  (m/s<sup>2</sup>). Tính quãng đường vật đi được (mét) trong khoảng 10 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

ĐS:

**Câu 3:** Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi  $h(t)$  là thể tích nước bơm được sau  $t$  giây. Cho  $h'(t) = 3at^2 + bt$  và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là 150 m<sup>3</sup>. Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là 1100 m<sup>3</sup>. Hỏi thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây là bao nhiêu mét khối?

ĐS:

**Câu 4:** Giá trị của tích phân  $\int_0^1 3e^{3x} dx$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 5:** Tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 x}$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 6:** Biết  $\int_0^b (2x - 4) dx = 0$ , khi đó tổng bình phương các giá trị của  $b$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

## H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

- Câu 1:** Biết  $\int_a^b f(x)dx = 10$  và  $\int_a^b g(x)dx = 5$ . Khi đó giá trị của tích phân  $\int_a^b [3f(x) - 5g(x)]dx$  là:
- A. 5.                                      B. -5.                                      C. 10.                                      D. 15.
- Câu 2:** Biết giá trị tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$  có dạng  $a + \frac{\pi}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính giá trị  $T = ab$ .
- A. 2.                                      B. -2.                                      C. -4.                                      D. 4.
- Câu 3:** Tích phân  $\int_1^8 \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}} dx$  bằng:
- A.  $\frac{141}{10}$ .                                      B.  $\frac{142}{10}$ .                                      C.  $\frac{8}{5}$ .                                      D.  $\frac{111}{10}$ .
- Câu 4:** Tính tích phân  $\int_0^{1-a} |x-1| dx$  với  $a < 0$  ta được kết quả:
- A.  $\frac{a+1}{2}$ .                                      B.  $\frac{a^2+1}{2}$ .                                      C.  $\frac{a-1}{2}$ .                                      D.  $\frac{a^2-1}{2}$ .
- Câu 5:** Tính tích phân  $I = \int_{-1}^{\sqrt{2}} |x^3 + x^2 - x - 1| dx$  ta được kết quả  $I = \frac{a+b\sqrt{2}}{12}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ , khi đó tổng  $a+b$  là:
- A. 23.                                      B. 31.                                      C. -23.                                      D. -31.
- Câu 6:** Nếu  $\int_1^2 f(x)dx = 2$  thì  $I = \int_1^2 [3f(x) - 2]dx$  bằng bao nhiêu?
- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 4.                                      D. 1.
- Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục thỏa  $1 \leq f'(x) \leq 4, \forall x \in [2; 5]$ . Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?
- A.  $3 \leq f(5) - f(2) \leq 12$ .                                      B.  $-12 \leq f(5) - f(2) \leq 3$ .  
C.  $1 \leq f(5) - f(2) \leq 4$ .                                      D.  $-4 \leq f(5) - f(2) \leq -1$ .
- Câu 8:** Tích phân  $\int_2^4 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$  bằng:
- A.  $\frac{275}{12}$ .                                      B.  $\frac{305}{16}$ .                                      C.  $\frac{196}{15}$ .                                      D.  $\frac{208}{17}$ .
- Câu 9:** Một hạt proton di chuyển trong điện trường có biểu thức gia tốc (tính theo  $\text{cm/s}^2$ ) là  $a(t) = \frac{-20}{(1+2t)^2}$  ( $t$  tính bằng giây). Để ý hàm số  $f(t) = \frac{1}{at+b}$  có đạo hàm  $f'(t) = \frac{-a}{(at+b)^2}$ .  
Tìm hàm số vận tốc  $v$  theo  $t$ , biết rằng khi  $t = 0$  thì  $v = 30 \text{ cm/s}$ .

A.  $v(t) = \frac{10}{1+2t}$ .

B.  $v(t) = \frac{10}{1+2t} + 20$ .

C.  $v(t) = \frac{1}{(1+2t)^3} + 30$ .

D.  $v(t) = \frac{-20}{(1+2t)^2} + 30$ .

**Câu 10:** Biết  $\int_a^b f(x) dx = 5$ ,  $\int_a^b g(x) dx = 8$ . Tính  $I = \int_a^b [2f(x) - 5g(x)] dx$ .

A.  $I = -30$ .

B.  $I = 30$ .

C.  $I = -50$ .

D.  $I = 50$ .

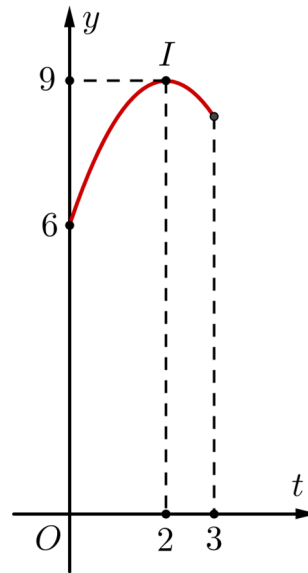
**Câu 11:** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc  $v$  (km/h) phụ thuộc vào thời gian  $t$  (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh  $I(2;9)$  và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường  $s$  mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.

A.  $s = 24,25$  (km).

B.  $s = 26,75$  (km).

C.  $s = 24,75$  (km).

D.  $s = 25,25$  (km).



**Câu 12:** Một ô tô đang chạy đều với vận tốc 15 m/s thì phía trước xuất hiện chướng ngại vật nên người lái đạp phanh gấp. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $-a$  m/s<sup>2</sup>. Biết ô tô chuyển động thêm được 20 m thì dừng hẳn. Giá trị  $a$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A. (3;4).

B. (4;5).

C. (5;6).

D. (6;7).

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} 5x^2 + 1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 7 - x & \text{khi } 1 < x \leq 3 \end{cases}$ .

a)  $\int_0^1 f(x) dx = 8$ .

b)  $\int_1^3 f(x) dx = 10$ .

$$\text{c) } \int_0^3 |f(x)| dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx.$$

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 3$  được tính bởi công thức  $\int_0^3 f(x) dx$ .

**Câu 2:** Cho các hàm số  $f(x) = \sin \frac{x}{2}$  và  $g(x) = \cos \frac{x}{2}$ .

$$\text{a) } \int g(x) dx = f(x) + C.$$

$$\text{b) } f'(x) = \frac{1}{2} g(x) \text{ và } g'(x) = -\frac{1}{2} f(x).$$

$$\text{c) } \frac{1}{2} \int_0^{\pi} [f(x) + g(x)] dx = [f'(x) - g'(x)]_0^{\pi}.$$

$$\text{d) } 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) g(x) dx = \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}.$$

**Câu 3:** Cho các tích phân  $I = \int_0^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx$  và  $J = \int_0^{\pi} \cos^2 \frac{x}{2} dx$ .

$$\text{a) } I = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{b) } I + J = 1 \Big|_0^{\pi}.$$

$$\text{c) } 2I + 3J = \frac{5\pi}{2}.$$

$$\text{d) } \frac{I}{J} = \int_0^{\pi} \tan^2 \frac{x}{2} dx.$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa  $\int_0^9 [f(x) + 2x] dx = 100$ .

$$\text{a) } \int_0^9 f(x) dx = -19.$$

$$\text{b) } \int_0^9 [f(x) - 2x] dx = 62.$$

$$\text{c) } \int_0^9 f^2(x) dx = 361.$$

$$\text{d) } \int_0^9 [2f(x) + \sqrt{x}] dx = 56.$$

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Biết giá trị tích phân  $I = \int_1^2 \sqrt{x^2} dx$  có dạng  $\frac{2a\sqrt{b}-a}{7}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính  $S = a^2 + b^2$ .

ĐS:

**Câu 2:** Nếu  $\int_a^c f(x) dx = 1224$ ;  $\int_b^c f(x) dx = -2412$  với  $a < c < b$  thì  $\int_a^b f(x) dx$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 3:** Khi quan sát một đám vi khuẩn trong phòng thí nghiệm người ta thấy tại ngày thứ  $x$  có số lượng là  $N(x)$ . Biết rằng  $N'(x) = \frac{2000}{1+x}$  và lúc đầu số lượng vi khuẩn là 5000 con. Từ ngày thứ 5 đến ngày thứ 12 số lượng vi khuẩn tăng thêm bao nhiêu? (để ý hàm số  $f(x) = \ln(1+x)$  có đạo hàm  $f'(x) = \frac{1}{1+x}$ ,  $\forall x \geq 0$ ).

ĐS:

**Câu 4:** Một người đứng từ sân thượng một tòa nhà cao 262 m, ném một quả bi sắt theo phương thẳng đứng hướng xuống (bỏ qua sức cản của không khí) với vận tốc 20 m/s. Hỏi sau 5 s thì quả bi sắt cách mặt đất một đoạn bao nhiêu mét? (Cho gia tốc trọng trường  $a = 10 \text{ m/s}^2$ ).

ĐS:

**Câu 5:** Biết  $(e^{x^3+\sin x})' = e^{x^3+\sin x} (3x^2 + \cos x)$ , tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{x^3+\sin x} (3x^2 + \cos x) dx$  có dạng  $e^{\frac{\pi^3}{a}+b} - 1$  với  $a, b \in \mathbb{N}$ . Tính  $S = a^2 - b^2$ .

ĐS:

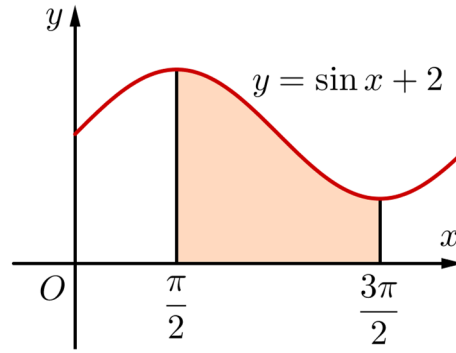
**Câu 6:** Tính tích phân  $I = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$  dựa vào ý nghĩa hình học.

ĐS:

## I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 7

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = \sin x + 2$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = \frac{\pi}{2}$ ,  $x = \frac{3\pi}{2}$ .



- A.  $2\pi$ .                      B.  $3\pi$ .                      C.  $\pi$ .                      D.  $\frac{5\pi}{2}$ .

**Câu 2:** Tích phân  $\int_0^1 \left( e^{2x} + \frac{3}{x+1} \right) dx$  có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 4,08.                      B. 5,12.                      C. 5,27.                      D. 6,02.

**Câu 3:** Tích phân  $\int_2^5 (3x-4)^4 dx$  bằng:

- A.  $\frac{89720}{27}$ .                      B.  $\frac{18927}{20}$ .                      C.  $\frac{960025}{18}$ .                      D.  $\frac{53673}{5}$ .

**Câu 4:** Tính tích phân  $\int_1^5 \frac{2x^2+2}{x} dx$  ta được kết quả dạng  $a + \ln b$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính giá trị biểu thức  $S = a + b$ .

- A. 34.                      B. 29.                      C. 26.                      D. 49.

**Câu 5:** Biết giá trị tích phân  $\int_0^1 (2xe^{x^2} + e^x) dx$  có dạng  $a + be$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính giá trị biểu thức  $S = 2a - 3b$ .

- A. 2.                      B. -2.                      C. 10.                      D. -10.

**Câu 6:** Biết giá trị trung bình của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$  là  $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ . Giá trị trung bình của hàm số  $f(x) = \sin x$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là:

- A.  $\frac{2}{\pi}$ .                      B.  $\frac{3}{\pi}$ .                      C.  $\frac{1}{\pi}$ .                      D.  $\frac{4}{\pi}$ .

**Câu 7:** Biết  $\int_0^1 f(x) dx = 2, \int_1^4 f(x) dx = 3, \int_0^4 g(x) dx = 4$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\int_0^4 [f(x) - g(x)] dx = 1$ .                      B.  $\int_0^4 f(x) dx > \int_0^4 g(x) dx$ .
- C.  $2 \int_0^4 f(x) dx > 3 \int_0^4 g(x) dx$ .                      D.  $\int_0^4 f(x) dx = 5$ .

**Câu 8:** Biết giá trị tích phân  $\int_1^a \frac{x+1}{x} dx = e$ . Khi đó  $a$  bằng:

- A.  $\frac{2}{1-e}$ .                      B.  $e$ .                      C.  $\frac{e}{2}$ .                      D.  $\frac{-2}{1-e}$ .

**Câu 9:** Tính tích phân  $\int_0^1 |x-2| dx$  ta được kết quả:

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B. 1.                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D. 2.

**Câu 10:** Tích phân  $\int_0^1 x(x^2+3) dx$  bằng:

- A. 2.                      B. 1.                      C.  $\frac{4}{7}$ .                      D.  $\frac{7}{4}$ .

**Câu 11:** Giả sử một máy bay đang bay với vận tốc là  $v(t) = 3t^2 + 5$  m/s. Quãng đường máy bay bay được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là:

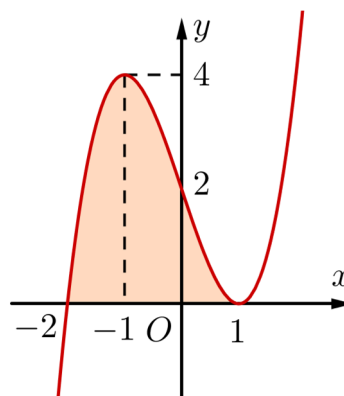
- A. 36 m.                      B. 252 m.                      C. 1134 m.                      D. 966 m.

**Câu 12:** Có bao nhiêu số thực  $b$  thuộc khoảng  $(\pi; 3\pi)$  sao cho  $\int_{\pi}^b 2 \cos x dx = 1$ ?

- A. 8.                      B. 2.                      C. 4.                      D. 6.

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1:** Cho hàm số bậc ba  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình sau:



- a)  $a = 1$ .  
 b)  $f'(x) = x^2 - 1$ .  
 c)  $\int_{-3}^0 |f(x)| dx = \int_{-3}^{-2} f(x) dx - \int_{-2}^0 f(x) dx$ .  
 d) Diện tích hình phẳng (phần tô đậm) giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục hoành bằng 6,75.



**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-3; 3]$ .

a)  $\int_{-3}^3 f(x) dx = f(3) - f(-3)$ .

b)  $\int_{-3}^3 |f(x)| dx = \int_{-3}^0 -f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$ .

c) Nếu  $\int_1^2 f(x) dx = 4$  và  $\int_1^3 -f(x) dx = 10$  thì  $\int_2^3 f(x) dx = 14$ .

d) Nếu  $\int_1^2 f(x) dx = 4$  và  $\int_1^2 [kx - f(x)] dx = -1$  thì  $k = 5$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{(3x^2 + 7)^2}{2x}$ .

a)  $f(x) = \frac{9}{2}x^3 + 21x + \frac{49}{2x}$ .

b) Nếu  $\int_1^2 f(x) dx = \frac{a + b \ln 2}{8}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$  thì  $a + b = 583$ .

c)  $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$ .

d) Số nguyên lớn nhất không vượt quá diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1, x = 4$  là 478.

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = (3 - 2x)^4$ .

a)  $\int_{-1}^2 f(x) dx = F(2) - F(-1)$  với  $F(x) = 16x^4 - 96x^3 + 216x^2 - 216x$ .

b)  $\int_0^3 |f(x)| dx = \int_0^{\frac{3}{2}} f(x) dx - \int_{\frac{3}{2}}^3 f(x) dx$ .

c)  $\int_{-2}^5 f(2) dx = 7$ .

d) Có 2 giá trị nguyên của  $m$  để  $\int_m^2 f(x) dx = \frac{122}{5}$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc  $v_1(t) = 7t$  (m/s). Đi được 5 (s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia

tốc  $a = -70$  (m/s<sup>2</sup>). Biết quãng đường  $S$  (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính tích  $T = ab$ .

ĐS:

**Câu 2:** Giá trị của  $\int_0^2 2e^{2x} dx$  là bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 3:** Cho các tích phân  $\int_{-1}^1 (x^4 + 2x^3) dx = a$ ,  $\int_{-2}^{-1} (x^2 + 3x) dx = b$ . Giá trị của  $T = 30ab$  là bao nhiêu?

ĐS:

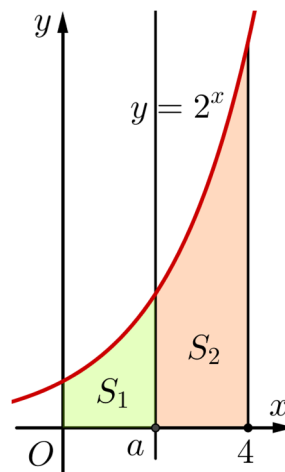
**Câu 4:** Theo Định luật Hooke, lực cần dùng để giữ lò xo giãn thêm  $x$  mét từ độ dài tự nhiên là  $f(x) = kx$  với  $k$  (N/m) là độ cứng của lò xo. Để kéo căng một lò xo có độ dài tự nhiên từ 10 cm đến 15 cm cần lực 40 N. Tính công sinh ra (J) khi kéo lò xo có độ dài từ 15 cm đến 18 cm.

ĐS:

**Câu 5:** Một vật chuyển động với vận tốc  $v(t) = 2 - 2\sin t$  (m/s). Quãng đường (đơn vị: mét) mà vật chuyển động trong khoảng thời gian từ  $t = 0$  (s) đến  $t = \frac{3\pi}{2}$  (s) là bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 6:** Cho hình thang cong ( $H$ ) giới hạn bởi các đường  $y = 2^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 4$ . Đường thẳng  $x = a$  ( $0 < a < 4$ ) chia hình ( $H$ ) thành hai phần có diện tích là  $S_1$  và  $S_2$  như hình vẽ sau. Tìm  $a$  để  $S_2 = 4S_1$ .



ĐS:

## J. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 8

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } 1 < x \leq 3 \end{cases}$ . Biết tích phân  $\int_0^3 f(x) dx$  có dạng  $a + \ln b$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính  $S = a + b$ .

- A. 10.                                      B. 8.                                      C. 6.                                      D. 4.

**Câu 2:** Tích phân  $\int_0^1 3^{2x+1} dx$  bằng:

- A.  $\frac{9}{\ln 9}$ .                                      B.  $\frac{12}{\ln 3}$ .                                      C.  $\frac{4}{\ln 3}$ .                                      D.  $\frac{27}{\ln 9}$ .

**Câu 3:** Tính tích phân  $I = \int_1^{2^{2026}} \frac{dx}{x}$ .

- A.  $I = 2026 \cdot \ln 2 - 1$ .                      B.  $I = 2^{2026}$ .                                      C.  $I = 2026 \cdot \ln 2$ .                                      D.  $I = 2026$ .

**Câu 4:** Biết  $\int_1^2 f(x) dx = \frac{x^2}{2} \Big|_1^2$ ,  $\int_1^2 g(x) dx = x^2 \Big|_1^2$ . Khi đó  $\int_1^2 [2f(x) + 3g(x)] dx$  bằng bao nhiêu?

- A. 13.                                      B. 5.                                      C. 10.                                      D. 12.

**Câu 5:** Biết  $\int_1^3 f(x) dx = -2$ ,  $\int_1^4 f(x) dx = 3$ ,  $\int_1^4 g(x) dx = 7$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\int_1^4 [f(x) + g(x)] dx = 10$ .                                      B.  $\int_3^4 f(x) dx = 1$ .  
C.  $\int_4^3 f(x) dx = -5$ .                                      D.  $\int_1^4 [4f(x) - 2g(x)] dx = -2$ .

**Câu 6:** Nếu  $\int_0^a (\cos x + \sin x) dx = 0$  ( $0 < a < 2\pi$ ) thì giá trị  $a$  có dạng  $\frac{m\pi}{n}$  với  $m, n \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{m}{n}$  là phân số tối giản. Tính giá trị  $3m - 2n$ .

- A. -5.                                      B. -1.                                      C. 5.                                      D. 1.

**Câu 7:** Tích phân  $\int_0^4 |x-2| dx$  bằng:

- A. 0.                                      B. 2.                                      C. 8.                                      D. 4.

**Câu 8:** Biết  $\int_1^2 f(x) dx = 2$  và  $\int_1^3 f(x) dx = 3$ . Khi đó  $\int_3^2 f(x) dx$  bằng bao nhiêu?

- A. -1.                                      B. 5.                                      C. 1.                                      D. 3.

**Câu 9:** Biết  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left( 3 + 4 \sin^2 \frac{x}{2} \right) dx = \frac{a\pi}{b} + c\sqrt{3}$ , trong đó  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính  $a + b + c$ .

- A. 3.                                      B. 1.                                      C. 9.                                      D. 7.

**Câu 10:** Nếu  $\int_{-2}^0 \left(4 - e^{-\frac{x}{2}}\right) dx = a - 2e$  thì giá trị của  $a$  là:

- A. 10.                                      B. 9.                                      C. 11.                                      D. 12,5.

**Câu 11:** Tích phân  $\int_a^b |2x-1| dx$  (với  $0 < a < \frac{1}{2}$  và  $b > 1$ ) có giá trị bằng:

- A.  $a^2 + b^2 - a - b + \frac{1}{2}$ .                                      B.  $a^2 - b^2 - a + b + \frac{1}{2}$ .  
C.  $a^2 + b^2 - a - b - \frac{1}{2}$ .                                      D.  $a^2 - b^2 + a - b - \frac{1}{2}$ .

**Câu 12:** Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu 29,4 m/s. Tính quãng đường viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho tới khi chạm đất, biết gia tốc trọng trường là 9,8 m/s<sup>2</sup> (bỏ qua ma sát với không khí).

- A. 88,2 m.                                      B. 44,1 m.                                      C. 22,05 m.                                      D. 176,4 m.

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 2]$  thỏa  $(2x+3)f'(x) + 2f(x) = 4x - 3x^2$  và  $f(0) = 3$ .

- a)  $(2x+3)f'(x) + 2f(x) = [(2x+3)f(x)]'$ .  
b)  $(2x+3)f(x) = \int (4x - 3x^2) dx = -x^3 + 2x^2 + C$ .  
c)  $f(x) = \frac{-x^3 + 2x^2 - 9}{2x+3}$ .  
d)  $f(2) = -\frac{9}{7}$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$  thỏa  $f'(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$  và  $f(1) = 2$ .

- a)  $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$ .  
b)  $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} - \frac{13}{3}$ .  
c)  $f(2) = \frac{49}{6}$ .

d) Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1, x = 2$  là  $S = f(2) - f(1)$ .

**Câu 3:** Cho  $f(x)$  là hàm số chẵn, không âm trên  $\mathbb{R}$  và thỏa  $\int_{-3}^{-1} f(x) dx = a$ ,  $\int_0^{-1} f(x) dx = b$ .

a)  $\int_0^3 f(x) dx = b - a$ .

b)  $\int_0^{-3} f(x) dx = a - b$ .

c)  $\int_0^1 f(x) dx = b$ .

d)  $\int_{-3}^3 f(x) dx = 2(a - b)$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$  thỏa  $f'(x) \cdot \cos x + f(x) \cdot \sin x = 1$ ,  $\forall x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$  và

$f(0) = 1$ . Với mọi  $x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ :

a)  $[f(x) \cdot \cos x]' = 1$ .

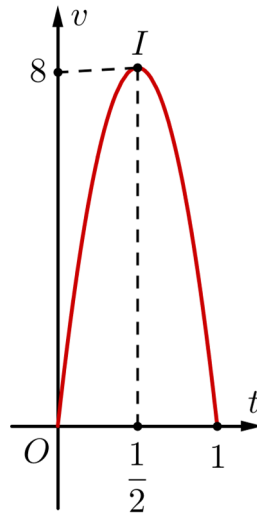
b)  $\left[\frac{f(x)}{\cos x}\right]' = \frac{1}{\cos^2 x}$ .

c)  $\frac{f(x)}{\cos x} = \tan x + 1$ .

d)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc  $v$  (km/h) phụ thuộc thời gian  $t$  (h) có đồ thị là một phần của đường parabol với đỉnh  $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$  và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường  $s$  (km) người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.



ĐS:

**Câu 2:** Tính tích phân  $I = \int_0^2 |3^x + x - 4| dx$  ta được kết quả  $I = a + \frac{b}{\ln c}$  (với  $a, b, c \in \mathbb{N}$  và  $c$  là số nguyên tố). Khi đó giá trị của biểu thức  $T = a^3 + 3b^2 + 2c$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 3:** Khi gặp chướng ngại vật, người điều khiển xe máy phanh để xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 10 - 5t$  (m/s). Hỏi người điều khiển xe máy phải bắt đầu phanh khi cách chướng ngại vật ít nhất một khoảng bao nhiêu mét để xe máy dừng hẳn trước khi đụng chướng ngại vật?

ĐS:

**Câu 4:** Tích phân  $I = \int_0^1 \sin x dx$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 5:** Cho  $y = f(x)$  là hàm số chẵn, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\int_{-2}^2 |f(x)| dx = 2026$ . Khi đó giá trị tích phân  $\int_0^2 |f(x)| dx$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

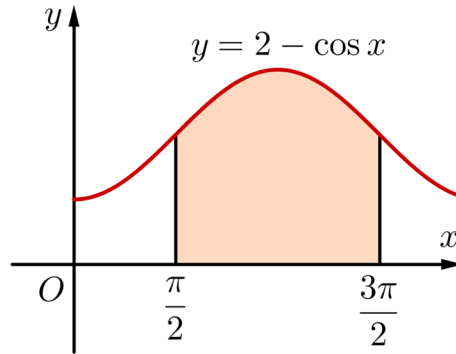
**Câu 6:** Tổng bình phương các giá trị của số  $k$  thỏa  $\int_2^5 k^2 (5 - x^3) dx = -549$  là bao nhiêu?

ĐS:

## K. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 9

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Gọi  $S$  là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = 2 - \cos x$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = \frac{\pi}{2}$ ,  $x = \frac{3\pi}{2}$ . Khi đó:



- A.  $10 < S < 11$ .      B.  $8 < S < 9$ .      C.  $9 < S < 10$ .      D.  $7 < S < 8$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x & \text{khi } 1 < x \leq 2 \end{cases}$ . Tính tích phân  $\int_0^2 f(x) dx$ .

- A.  $\frac{7}{2}$ .      B. 1.      C.  $\frac{5}{2}$ .      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 3:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ . Khi đó giá trị  $F(1) - F(2)$  bằng biểu thức nào dưới đây?

- A.  $\int_1^2 [-f(x)] dx$ .      B.  $\int_2^1 F(x) dx$ .      C.  $\int_1^2 [-F(x)] dx$ .      D.  $\int_1^2 f(x) dx$ .

**Câu 4:** Tìm  $k$  để  $\int_k^0 (6x^2 - 6x - 2) dx = 3$ .

- A.  $k = \frac{2}{3}$ .      B.  $k = -\frac{2}{3}$ .      C.  $k = \frac{3}{2}$ .      D.  $k = -\frac{3}{2}$ .

**Câu 5:** Nếu hàm số  $f(x)$  có  $f(1) = 15$  và  $f'(x)$  liên tục, thỏa  $\int_1^4 f'(x) dx = 10$  thì giá trị của  $f(4)$  bằng:

- A. 5.      B. 25.      C. -5.      D. -25.

**Câu 6:** Cho  $\int_2^5 f(x) dx = 10$ . Khi đó  $\int_2^5 [2 - 4f(x)] dx$  bằng:

- A. -114.      B. -34.      C. -102.      D. -38.

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\int_a^d f(x) dx = 10$ ,  $\int_b^d f(x) dx = 8$ ,  $\int_a^c f(x) dx = 7$  với

$a < b < c < d$ . Khi đó giá trị của tích phân  $\int_b^c f(x) dx$  là:

- A. -5.      B. 7.      C. 5.      D. -7.

**Câu 8:** Biết  $A = \int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1$  và  $B = \int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3$ . Tích phân  $\int_1^2 f(x) dx$  bằng:

- A. 1.                                      B. 2.                                      C.  $-\frac{5}{7}$ .                                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 9:** Biết  $\int_1^k (k - 4x) dx = 6 - 5k$  với  $k \in \mathbb{R}$ . Khi đó giá trị của  $k$  là:

- A.  $k = 1$ .                                      B.  $k = 2$ .                                      C.  $k = 3$ .                                      D.  $k = 4$ .

**Câu 10:** Một vật chuyển động với vận tốc  $v(t) = 1,2 + \frac{t^2 + 4}{t + 3}$  m/s. Đề ý  $[\ln(t + 3)]' = \frac{1}{t + 3}, \forall t \geq 0$ .

Quãng đường vật đó đi được trong 4 giây đầu tiên bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

- A. 18,82 m.                                      B. 11,81 m.                                      C. 4,06 m.                                      D. 7,28 m.

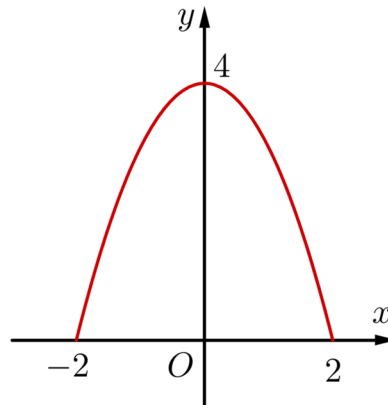
**Câu 11:** Cho tích phân  $I = \int_0^3 |2^x - 4| dx$ . Xét các mệnh đề sau:

(I)  $I = \int_2^3 (2^x - 4) dx + \int_0^2 (2^x - 4) dx$ ; (II)  $I = \int_2^3 (2^x - 4) dx - \int_0^2 (2^x - 4) dx$ ; (III)  $I = 2 \int_2^3 (2^x - 4) dx$ .

Mệnh đề nào đúng?

- A. Chỉ (II).                                      B. Chỉ (III).                                      C. Cả (I), (II), (III).                                      D. Chỉ (I).

**Câu 12:** Một người cần làm một cái cổng sắt cao 4 m, rộng 4 m, có hình dạng một parabol như hình vẽ. Biết đơn giá mỗi mét vuông cổng sắt là 3 triệu đồng. Số tiền để làm cổng sắt là:



- A. 16 triệu đồng.                                      B. 32 triệu đồng.                                      C. 28 triệu đồng.                                      D. 30 triệu đồng.

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[1; 4]$  thỏa  $f(x) = x.f'(x) + 3x^4 - 4x^2$  và  $f(1) = 2$ .

a)  $\frac{x.f'(x) - f(x)}{x^2} = -3x^2 + 4$ .



$$\text{b) } \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{x^2} = \left[ \frac{f(x)}{x} \right]'$$

$$\text{c) } f(x) = -x^4 + 4x^2 + x.$$

$$\text{d) } f(4) = -188.$$

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2}$ .

$$\text{a) } f(x) = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}.$$

$$\text{b) } f(x) = \cos x.$$

$$\text{c) } \int_0^{\pi} [2f(x) + f'(x)] dx = (2 \sin x - \cos x) \Big|_0^{\pi}.$$

$$\text{d) } \int_0^{\pi} [f(x) + f''(x)] dx = \pi.$$

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{|x^3 - 3x + 2|}{x - 1}$  với  $x \neq 1$ .

$$\text{a) } f(x) = x^2 + x - 2, x \neq 1.$$

$$\text{b) } f(x) = x^2 + x - 2, \forall x \in (-2; 0).$$

$$\text{c) } \int_2^3 f(x) dx = \frac{41}{6}.$$

$$\text{d) } \int_{-10}^{-2} f(x) dx = (x^2 + x - 2) \Big|_{-10}^{-2}.$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \leq 0 \\ |\cos x| & \text{khi } x > 0 \end{cases}$ .

a)  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

$$\text{b) } \int_{-2}^2 |f(x)| dx = \left| \int_{-2}^0 (2x+1) dx \right| + \int_0^2 f(x) dx.$$

$$\text{c) } \int_0^{\pi} f(x) dx = (|\sin x|) \Big|_0^{\pi}.$$

d) Có 2 giá trị nguyên của  $a$  để  $\int_a^0 f(x) dx = -2$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Tích phân  $I = \int_{-1}^3 (x^3 + 1) dx$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x)$ . Nếu  $f(1) = 7$  và  $f'(x)$  liên tục thỏa  $\int_1^4 f'(x) dx = 17$  thì giá trị của  $f(4)$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 3:** Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -4t + 10$  m/s, trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

ĐS:

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = x|x - a|$  với  $a > \frac{1}{2}$ . Biết  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{6}$ . Khi đó tổng  $S = f(3) + f\left(\frac{1}{2}\right)$  có giá trị bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = x^4 + 2x^2 + m$  không âm trên  $[0; 1]$ . Xét hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = x^4 + 2x^2 + m$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 1$ . Biết khi  $m = \frac{a}{b}$  (với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản) thì diện tích hình thang cong đó bằng 1. Tính  $S = a + b$ .

ĐS:

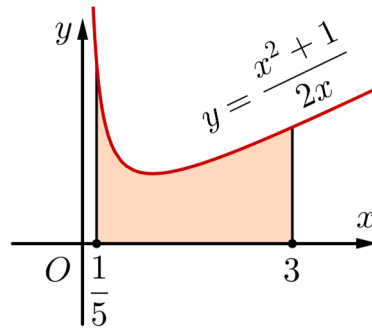
**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Nếu  $\int_1^5 2f(x) dx = 2$  và  $\int_1^3 f(x) dx = 7$  thì  $\int_3^5 2f(x) dx$  có giá trị bằng bao nhiêu?

ĐS:

## L. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 10

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Biết diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = \frac{1}{5}, x = 3$  có dạng  $a + b \ln 15$  với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Tính  $S = a + b$ .



A.  $S = \frac{137}{50}$ .      B.  $S = \frac{87}{50}$ .      C.  $S = \frac{117}{50}$ .      D.  $S = \frac{97}{50}$ .

**Câu 2:** Cho các hàm số  $f(x) = 3x^3 - x^2 - 4x + 1$  và  $g(x) = 2x^3 + x^2 - 3x - 1$ . Khi đó tích phân

$$\int_{-1}^2 |f(x) - g(x)| dx \text{ bằng với:}$$

A.  $\int_{-1}^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx$ .      B.  $\int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx - \int_1^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx$ .  
 C.  $-\int_{-1}^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx$ .      D.  $\int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx + \int_1^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx$ .

**Câu 3:** Biết tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \cos^2 \frac{x}{2} dx$  có dạng  $\frac{a\pi + b\sqrt{b}}{4}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính tích  $T = ab$ .

A.  $T = -1$ .      B.  $T = -2$ .      C.  $T = 1$ .      D.  $T = 2$ .

**Câu 4:** Biết  $\int_0^9 f(x) dx = 37$  và  $\int_9^0 g(x) dx = 16$ . Khi đó tích phân  $\int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$  bằng:

A. 122.      B. 58.      C. 143.      D. 26.

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$ . Nếu  $\int_1^5 f(x) dx = 2$  và  $\int_1^3 f(x) dx = 7$  thì  $\int_3^5 f(x) dx$  có giá trị bằng:

A.  $-5$ .      B.  $5$ .      C.  $9$ .      D.  $-9$ .

**Câu 6:** Trong các phép tính sau đây, phép tính nào sai?

A.  $\int_1^2 (x+1) dx = \frac{(x+1)^2}{2} \Big|_1^2$ .      B.  $\int_1^3 e^x dx = (e^x) \Big|_1^3$ .  
 C.  $\int_{-2}^2 \frac{1}{x} dx = (\ln|x|) \Big|_{-2}^2$ .      D.  $\int_{\pi}^{2\pi} \cos x dx = (\sin x) \Big|_{\pi}^{2\pi}$ .

**Câu 7:** Xét hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và các số thực  $a, b, c$  tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$ .      B.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ .

$$\text{C. } \int_a^b f(x) dx = \int_c^b f(x) dx - \int_c^a f(x) dx.$$

$$\text{D. } \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_b^c f(x) dx.$$

**Câu 8:** Tích phân  $\int_0^3 x(x-1) dx$  có giá trị bằng với giá trị của tích phân nào sau đây?

$$\text{A. } \int_0^\pi \cos(x+3\pi) dx.$$

$$\text{B. } 3 \int_0^{3\pi} \sin x dx.$$

$$\text{C. } \int_0^2 (x^2 + x - 3) dx.$$

$$\text{D. } \int_0^{\ln\sqrt{10}} e^{2x} dx.$$

**Câu 9:** Cho các hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên đoạn  $[1;5]$  thỏa  $\int_1^5 f(x) dx = -7$ ,  $\int_1^5 g(x) dx = 5$  và

$$\int_1^5 [g(x) - kf(x)] dx = 19, k \in \mathbb{R}. \text{ Khi đó giá trị của } k \text{ là:}$$

$$\text{A. } 2.$$

$$\text{B. } 6.$$

$$\text{C. } -6.$$

$$\text{D. } -2.$$

**Câu 10:** Tính tích phân  $I = \int_0^2 x|a-x| dx$  với  $0 < a < 2$ .

$$\text{A. } \frac{1}{3}a^3 - \frac{8}{3} - 2a.$$

$$\text{B. } 2a - \frac{8}{3}.$$

$$\text{C. } \frac{1}{3}a^3 + \frac{8}{3} - 2a.$$

$$\text{D. } \frac{8}{3} - 2a.$$

**Câu 11:** Tích phân  $\int_1^2 (3x^2 - 2x + 3) dx$  bằng:

$$\text{A. } 9.$$

$$\text{B. } 8.$$

$$\text{C. } 7.$$

$$\text{D. } 6.$$

**Câu 12:** Một vật thể chuyển động với tốc độ thay đổi theo thời gian  $v = f(t)$ . Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm  $a$  đến thời điểm  $b$  là:

$$\text{A. } f'(b) - f'(a).$$

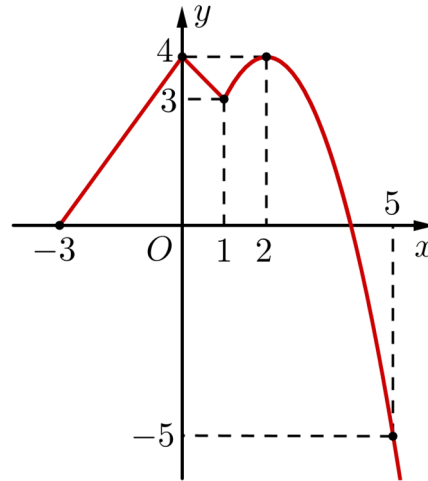
$$\text{B. } \int_a^b f(t) dt.$$

$$\text{C. } \int_b^a f(t) dt.$$

$$\text{D. } f'(a) - f'(b).$$

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-3;5]$  và có đồ thị như hình sau (phần cong của đồ thị là một phần của parabol  $y = ax^2 + bx + c$ ).



a) Với  $x \in (-3; 0)$ ,  $f(x) = \frac{4}{3}x + 4$ .

b) Với  $x \in (0; 1)$ ,  $f(x) = x - 4$ .

c) Với  $x \in (1; 3)$ ,  $f(x) = 4x - x^2$ .

d)  $\int_{-2}^3 f(x) dx = \frac{97}{6}$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} e^x + m & \text{khi } x < 0 \\ 2x^2 + \sqrt{x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$  (với  $m \in \mathbb{R}$ ) liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

a)  $m = -1$ .

b)  $\int_{-1}^0 f(x) dx = 2 - \frac{1}{e}$ .

c)  $\int_1^4 f(x) dx = \frac{140}{3}$ .

d)  $\int_{-1}^1 f(x) dx < 2$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

a)  $\int_1^3 2f(x) dx = 2 \int_1^3 f(x) dx$ .

b)  $\int_1^3 -f(x) dx = - \int_3^1 f(x) dx$ .

c)  $\int_{-2}^2 |f(x)| dx = - \int_{-2}^2 f(x) dx$ .

d)  $\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 f(t) dt$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \sin x + x$ .

a)  $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

b) Giá trị tích phân  $\int_a^b f'(x) dx$  ( $a < b$ ) luôn dương.

c) Với  $t = 2x$  thì  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin 2x + 2x) dx$ .

d) Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = \frac{\pi}{3}$ ,  $x = 2\pi$  có dạng  $\frac{a}{b} \pi^2 - \frac{1}{2}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó  $a + b = 35$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Nếu  $\int_0^6 f(x) dx = 235$  và  $\int_0^4 f(t) dt = 327$  với  $t = 3x$ , thì  $\int_4^6 f(x) dx$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 2:** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị của  $a$  thỏa  $I = \int_1^2 [a^2 + (4-a)x + 4x^3] dx = \frac{184}{9}$  (với  $a \in \mathbb{R}$ ). Khi đó tổng các phần tử của  $S$  là bao nhiêu?

ĐS:

**Câu 3:** Tại một nơi không có gió, một chiếc khinh khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 (mét) so với mặt đất đã được người lái cài đặt cho nó chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật  $v(t) = 10t - t^2$  ( $0 \leq t \leq 10$ ), trong đó  $t$  (phút) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động,  $v(t)$  được tính theo đơn vị mét/phút. Nếu như vậy thì khi bắt đầu tiếp đất vận tốc của khinh khí cầu là bao nhiêu mét/giây?

ĐS:

**Câu 4:** Giá trị của tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$  có dạng  $a + \frac{\pi}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính  $S = 2a - 3b$ .

ĐS:

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & \text{khi } x < 1 \\ \sqrt{x} + 2 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ . Tính tích phân  $I = \int_{-4}^4 |f(x)| dx$ .

ĐS:

**Câu 6:** Trong kinh tế học, thặng dư tiêu dùng của hàng hóa được tính bằng công thức

$$I = \int_0^a [p(x) - P] dx.$$

Với  $p(x)$  là hàm biểu thị giá mà một công ty đưa ra để bán được  $x$  đơn vị hàng hóa,  $a$  là số lượng sản phẩm đã bán ra,  $P = p(a)$  là mức giá bán ra ứng với số lượng sản phẩm là  $a$ . Cho  $p(x) = 1200 - 0,2x - 0,0001x^2$  (đơn vị tính là USD). Tìm thặng dư tiêu dùng (đơn vị: nghìn USD) khi số lượng sản phẩm bán là 500.

ĐS:

## BÀI 3. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN

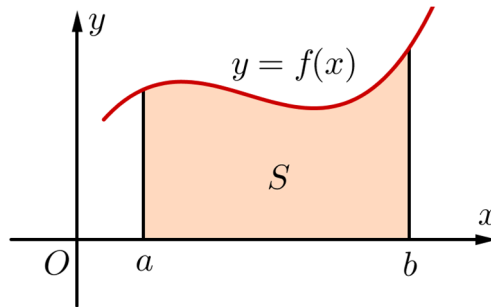
### A. LÝ THUYẾT

#### 1. Tính diện tích hình phẳng

**Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của một hàm số, trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$**

Ta đã biết, nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục và không âm trên đoạn  $[a; b]$  thì diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính bởi:

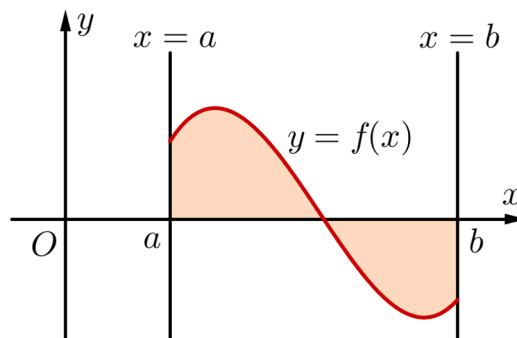
$$S = \int_a^b f(x) dx.$$



Một cách tổng quát, ta có kết quả sau:

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính bởi công thức:

$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$



**Chú ý:** Giả sử hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Nếu  $f(x)$  không đổi dấu trên đoạn  $[a; b]$  thì

$$\int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$$

Nếu phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm trên khoảng  $(a; b)$  thì công thức trên vẫn đúng.

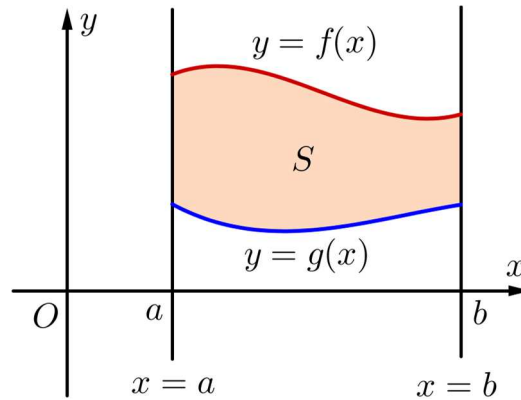
**Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$**

Cho hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số trên và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$ . Xét trường hợp  $f(x) \geq g(x)$  với mọi



$x \in [a; b]$ . Kí hiệu  $S_1, S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, hai đường thẳng  $x = a, x = b$  và đồ thị của hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  tương ứng. Khi đó,

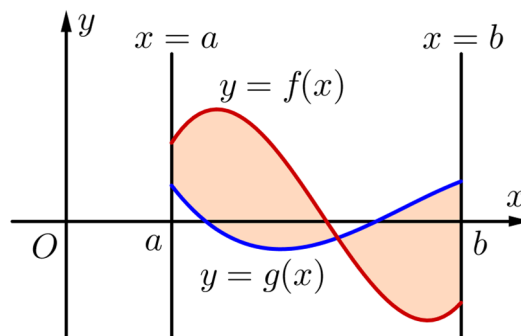
$$S = S_1 - S_2 = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$



Trong trường hợp tổng quát, ta có kết quả sau:

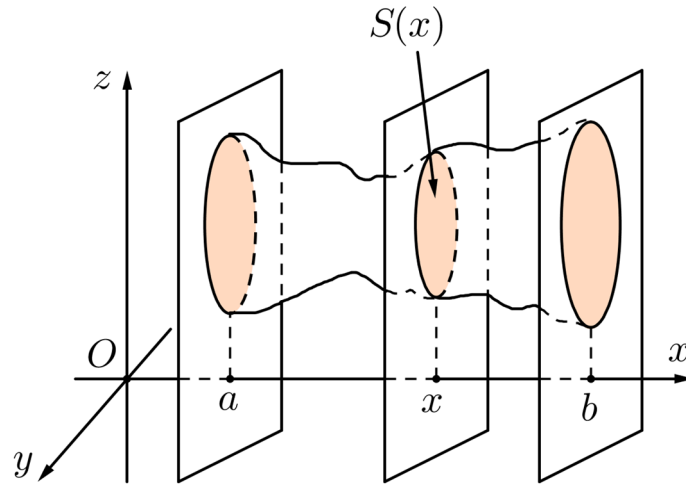
Cho hai hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính bởi công thức:

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$



## 2. Tính thể tích hình khối

Trong không gian, cho một vật thể nằm trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cùng vuông góc với trục  $Ox$  tại các điểm  $a$  và  $b$ . Mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $a \leq x \leq b$ ) cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích  $S(x)$ .



Khi đó, nếu  $S(x)$  là hàm số liên tục trên  $[a; b]$  thì thể tích của vật thể được tính bằng công thức:

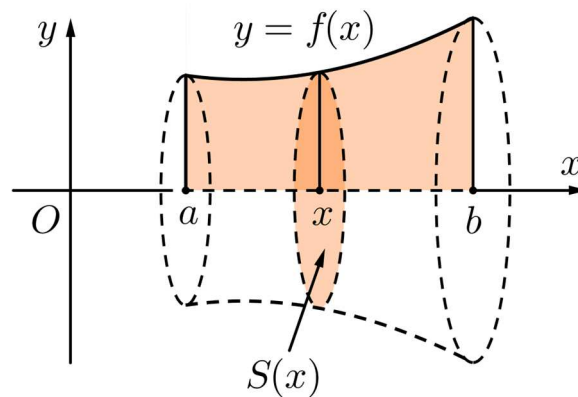
$$V = \int_a^b S(x) dx.$$

**Chú ý:** Nếu  $S(x) = S$  không đổi với mỗi  $x \in [a; b]$  thì  $V = (b - a)S$ .

**Thể tích khối tròn xoay**

Cho  $y = f(x)$  là hàm số liên tục và không âm trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$ . Quay  $D$  xung quanh trục  $Ox$  ta được một hình khối gọi là khối tròn xoay. Cắt khối tròn xoay trên bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  với  $x \in [a; b]$ , ta được mặt cắt là hình tròn có bán kính bằng  $f(x)$  và diện tích là  $S(x) = \pi f^2(x)$ . Vậy khối tròn xoay có thể tích là

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$



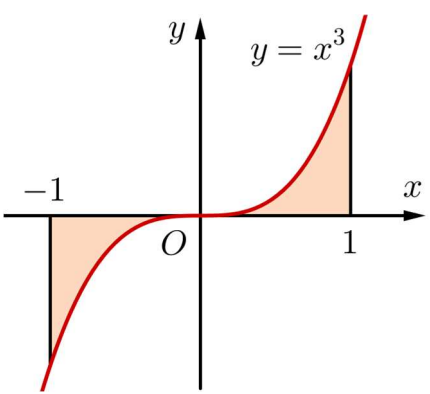
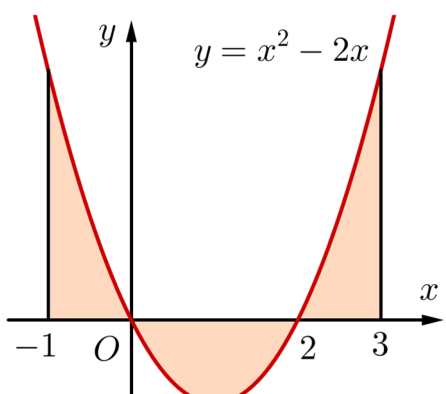
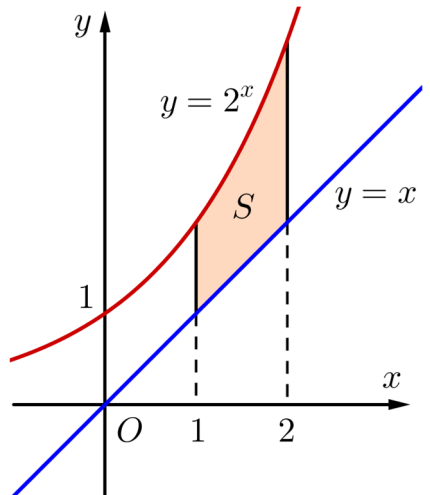
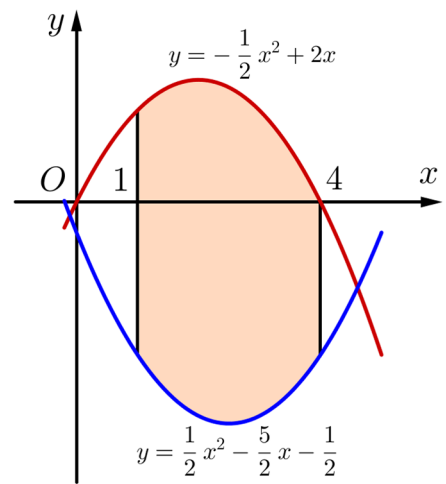
**DẠNG TOÁN: TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG**

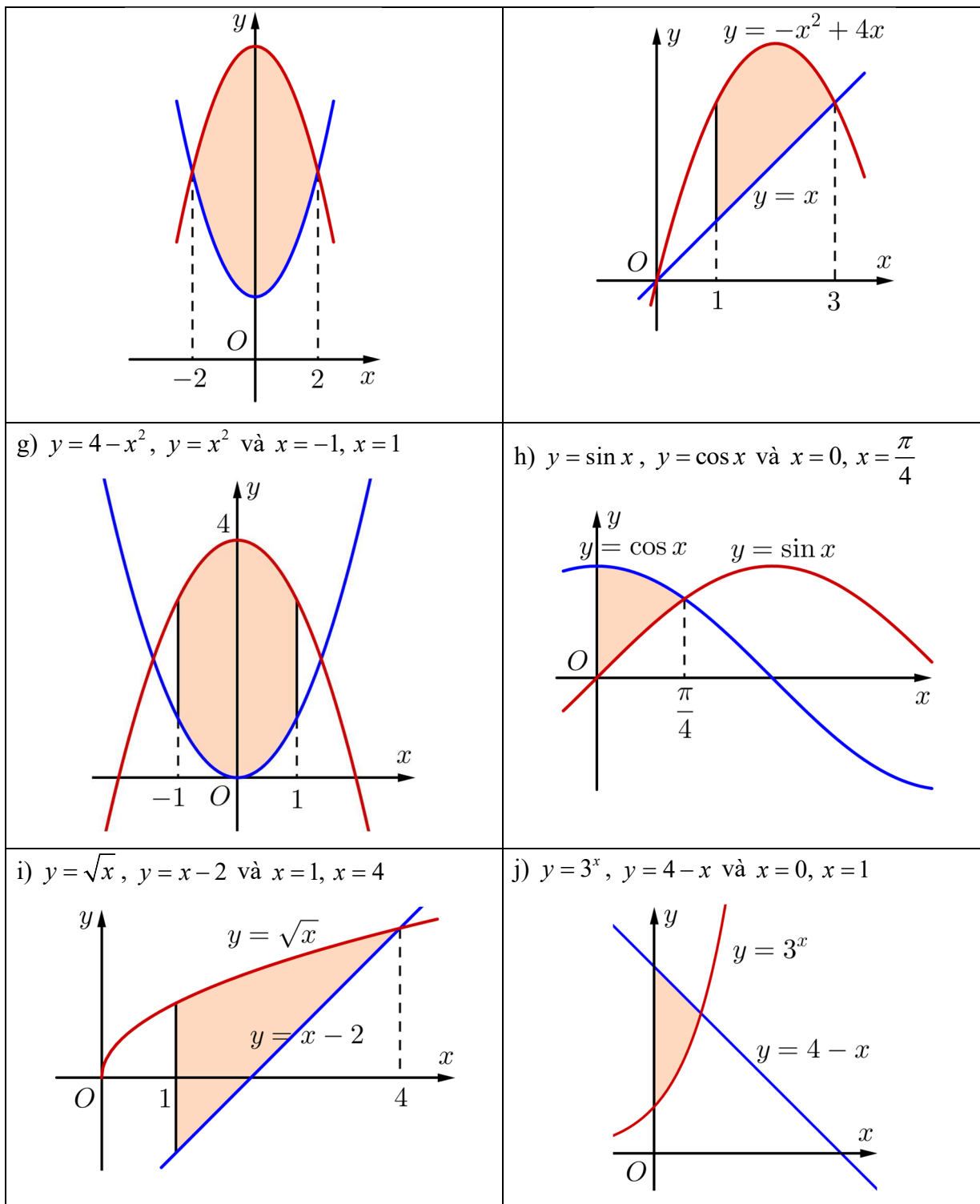
**Ví dụ 1.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi:

- a) Đồ thị của hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 3$ .
- b) Đồ thị của hàm số  $y = \sin x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 3\pi$ .

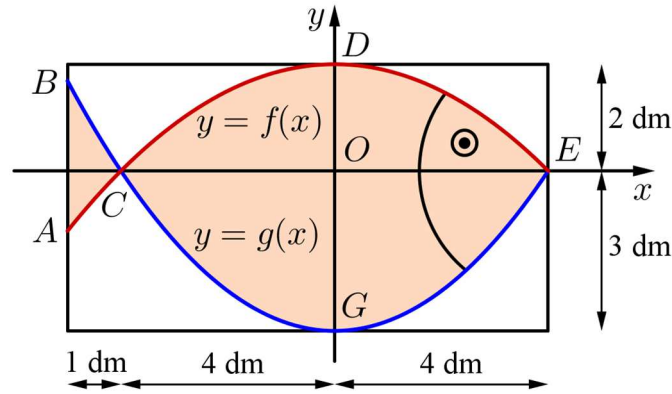
- c) Đồ thị của hàm số  $y = 2x - x^2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 3$ .
- d) Đồ thị của hàm số  $y = \cos x - 2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = \pi$ .
- e) Đồ thị của hai hàm số  $y = x^2, y = 2 - x$  và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$ .
- f) Đồ thị của hai hàm số  $y = x^3 - 3x, y = x$  và hai đường thẳng  $x = -1, x = 3$ .
- g) Đồ thị của hai hàm số  $y = x^2 - 2x - 1, y = x - 1$  và hai đường thẳng  $x = 1, x = 4$ .
- h) Đồ thị của hai hàm số  $y = 5x - x^2, y = x^2 - x$  và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$ .
- i) Đồ thị của các hàm số  $y = x^3 + 2x + 1, y = x^3 + x + 3$  và hai đường thẳng  $x = 1, x = 3$ .

**Ví dụ 2.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:

<p>a) <math>y = x^3</math>, trục <math>Ox</math> và <math>x = -1, x = 1</math></p> 	<p>b) <math>y = x^2 - 2x</math>, trục <math>Ox</math> và <math>x = -1, x = 3</math></p> 
<p>c) <math>y = 2^x, y = x</math> và <math>x = 1, x = 2</math></p> 	<p>d) <math>y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x, y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{1}{2}</math> và <math>x = 1, x = 4</math></p> 
<p>e) <math>y = 10 - x^2, y = x^2 + 2</math> và <math>x = -2, x = 2</math></p>	<p>f) <math>f(x) = -x^2 + 4x, g(x) = x</math> và <math>x = 1, x = 3</math></p>

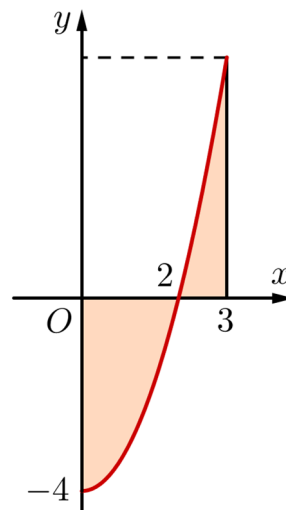


**Ví dụ 3.** Trên cửa sổ có dạng hình chữ nhật, họa sĩ thiết kế logo hình con cá cho một doanh nghiệp kinh doanh hải sản. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol với các kích thước được cho trong hình sau (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét).

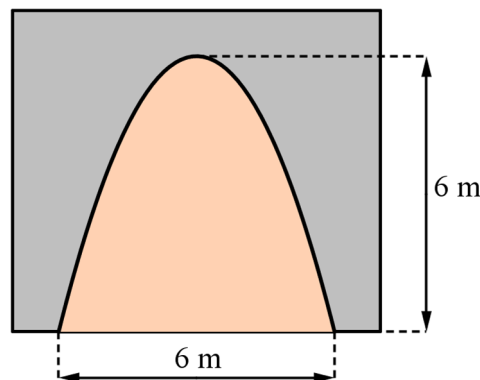


- a) Lập phương trình các parabol  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$ .
- b) Tính diện tích của logo.
- c) Logo chỉ cho phép 50% lượng ánh sáng đi qua. Lượng ánh sáng đi qua toàn bộ cửa sổ sau khi làm logo sẽ giảm bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Ví dụ 4.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = ax^2 + c$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 3$ .



**Ví dụ 5.** Mặt cắt của một cửa hầm có dạng là hình phẳng giới hạn bởi một parabol và đường thẳng nằm ngang như hình sau. Tính diện tích của cửa hầm.

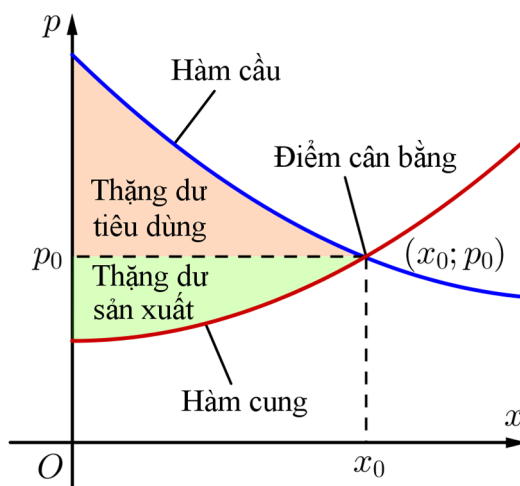


**Ví dụ 6.** Ta biết rằng hàm cầu liên quan đến giá  $p$  của một sản phẩm với nhu cầu của người tiêu dùng, hàm cung liên quan đến giá  $p$  của sản phẩm với mức độ sẵn sàng cung cấp sản phẩm của nhà

sản xuất. Điểm cắt nhau  $(x_0; p_0)$  của đồ thị hàm cầu  $p = D(x)$  và đồ thị hàm cung  $p = S(x)$  được gọi là *điểm cân bằng*.

Các nhà kinh tế gọi diện tích của hình giới hạn bởi đồ thị hàm cầu, đường ngang  $p = p_0$  và đường thẳng đứng  $x = 0$  là *thặng dư tiêu dùng*. Tương tự, diện tích của hình giới hạn bởi đồ thị của hàm cung, đường nằm ngang  $p = p_0$  và đường thẳng đứng  $x = 0$  được gọi là *thặng dư sản xuất*, như trong hình bên dưới.

(Theo R. Larson, *Brief Calculus: An Applied Approach*, 8th edition, Cengage Learning, 2009)



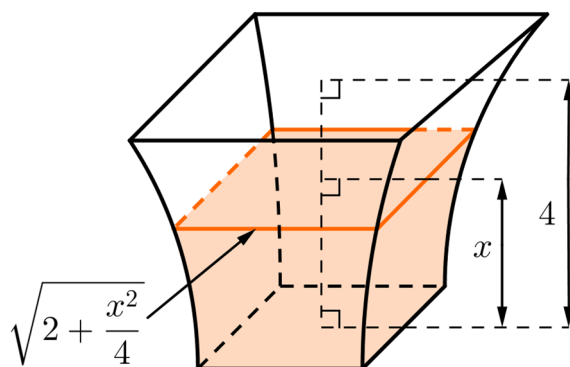
Giả sử hàm cung và hàm cầu của một loại sản phẩm được mô hình hoá bởi:

Hàm cầu:  $p = -0,36x + 9$  và hàm cung:  $p = 0,14x + 2$ , trong đó  $x$  là số đơn vị sản phẩm. Tìm thặng dư tiêu dùng và thặng dư sản xuất cho sản phẩm này.

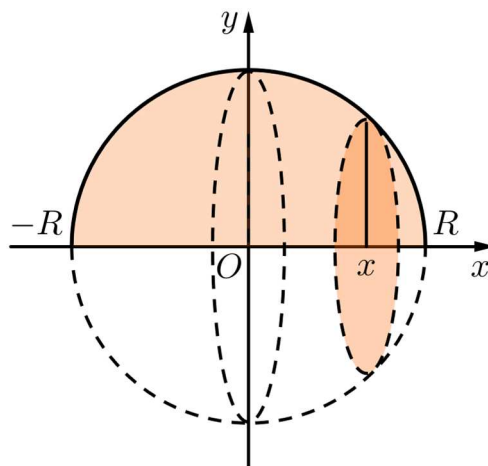
### DẠNG TOÁN: TÍNH THỂ TÍCH HÌNH KHỐI

**Ví dụ 7.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy  $S$  và chiều cao  $h$ . Sử dụng tích phân, tính thể tích của khối lăng trụ theo  $S$  và  $h$ .

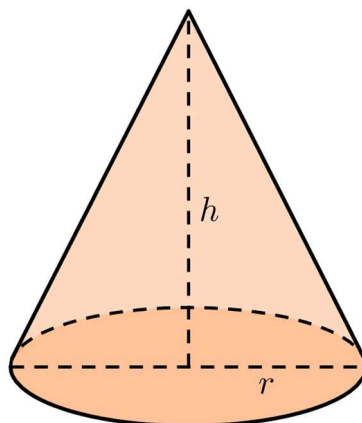
**Ví dụ 8.** Một bình chứa nước có hình dạng như hình sau. Biết rằng khi nước trong bình có chiều cao  $x$  (dm) ( $0 \leq x \leq 4$ ) thì mặt nước là hình vuông có cạnh  $\sqrt{2 + \frac{x^2}{4}}$  (dm). Tính dung tích của bình.



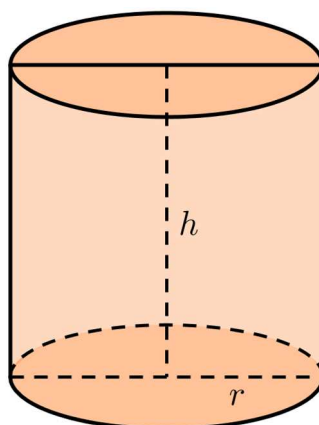
**Ví dụ 9.** Sử dụng tích phân, tính thể tích khối cầu có bán kính  $R$ .



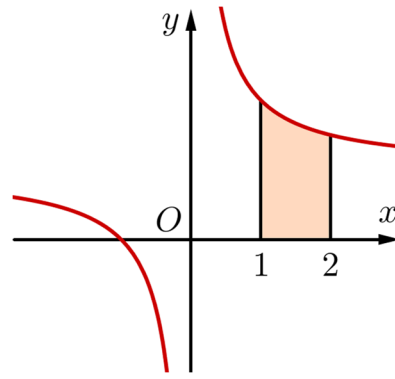
**Ví dụ 10.** Sử dụng tích phân, tính thể tích khối nón có bán kính đáy  $r$  và chiều cao  $h$ .



**Ví dụ 11.** Sử dụng tích phân, tính thể tích khối trụ có bán kính đáy  $r$  và chiều cao  $h$ .



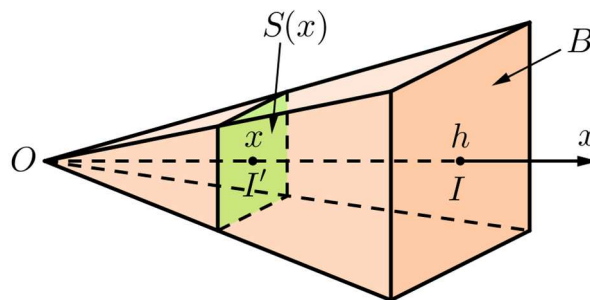
**Ví dụ 12.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 1 + \frac{1}{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = 2$  như hình sau. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$ .



**Ví dụ 13.** Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x=1$  và  $x=2$ . Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với  $Ox$  tại  $x$  ( $1 \leq x \leq 2$ ) cắt vật thể đó theo hình phẳng có diện tích là  $S(x) = 2x$ . Tính thể tích  $V$  của phần vật thể được giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

**Ví dụ 14.** Cho khối chóp có chiều cao bằng  $h$  và diện tích đáy bằng  $B$ . Chọn trục  $Ox$  vuông góc với mặt phẳng đáy tại điểm  $I$  sao cho gốc  $O$  trùng với đỉnh của khối chóp và có hướng xác định bởi vectơ  $\overrightarrow{OI}$ . Khi đó  $OI = h$ . Một mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x$  ( $0 \leq x \leq h$ ), cắt khối chóp theo hình phẳng có diện tích  $S(x)$ .

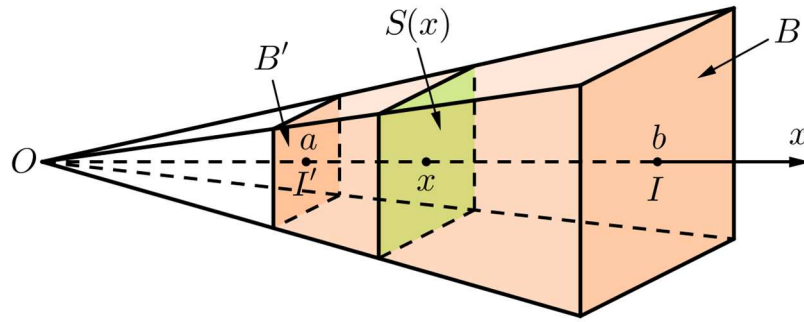
- a) Chứng minh rằng  $S(x) = B \frac{x^2}{h^2}$ .
- b) Áp dụng tích phân tính thể tích khối chóp đó.



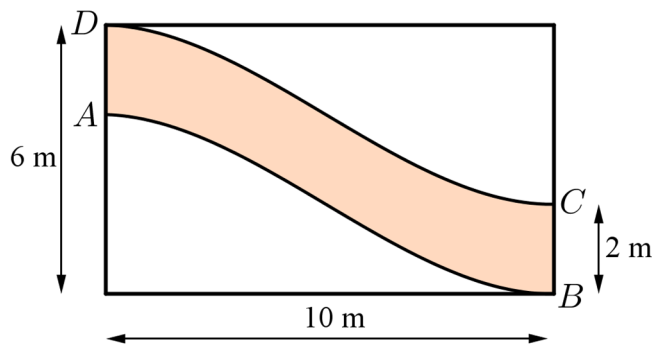
**Ví dụ 15.** Cho khối chóp cụt đều tạo bởi khối chóp đỉnh  $S$ , diện tích hai đáy lần lượt là  $B, B'$  và chiều cao  $h$ . Chọn trục  $Ox$  chứa đường cao của khối chóp và gốc  $O$  trùng với đỉnh  $S$ . Hai mặt phẳng đáy của khối chóp cụt đều lần lượt cắt  $Ox$  tại  $I$  và  $I'$ . Đặt  $OI = b, OI' = a$  ( $a < b$ ). Một mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x$  ( $a \leq x \leq b$ ), cắt khối chóp cụt đều theo hình phẳng có diện tích  $S(x)$ .

- a) Chứng minh rằng  $S(x) = B \frac{x^2}{b^2}$ .
- b) Dựa vào tích phân tính thể tích khối chóp cụt đều đó.

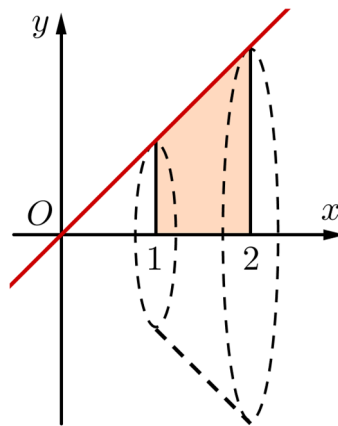




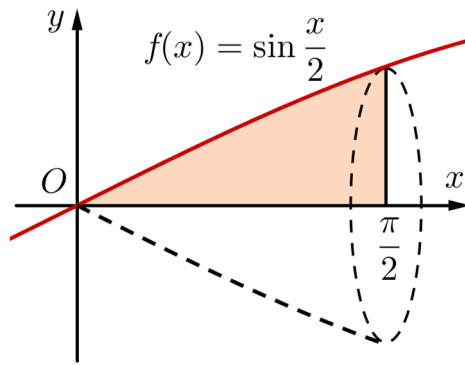
**Ví dụ 16.** Cô Hạnh đổ bê tông một đường đi trong vườn (phần được tô màu) với kích thước được cho trong hình sau. Biết rằng đường cong  $AB$  được cho bởi đồ thị của một hàm số liên tục và đường cong  $DC$  nhận được từ đường cong  $AB$  bằng cách tịnh tiến theo phương thẳng đứng lên phía trên 2 m. Ngoài ra, cô Hạnh quyết định đổ lớp bê tông dày 15 cm và giá tiền  $1 \text{ m}^3$  bê tông là 1 080 000 đồng. Tính số tiền cô Hạnh cần dùng để đổ bê tông con đường đó.



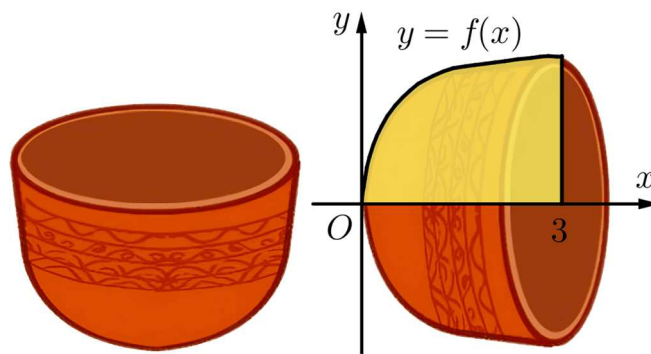
**Ví dụ 17.** Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = 2$ . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng đó quay quanh trục  $Ox$ .



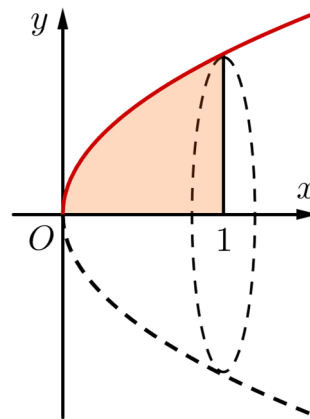
**Ví dụ 18.** Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng đó quay quanh trục  $Ox$ .



**Ví dụ 19.** Xét chiếc chén trong một bộ ấm chén uống trà, bạn Dương ước lượng được rằng chiếc chén được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = 0,14x^3 - 0,87x^2 + 1,92x + 0,85$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 3$  quay quanh trục  $Ox$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét). Tính thể tích của chiếc chén (làm tròn đến hàng đơn vị của centimét khối).

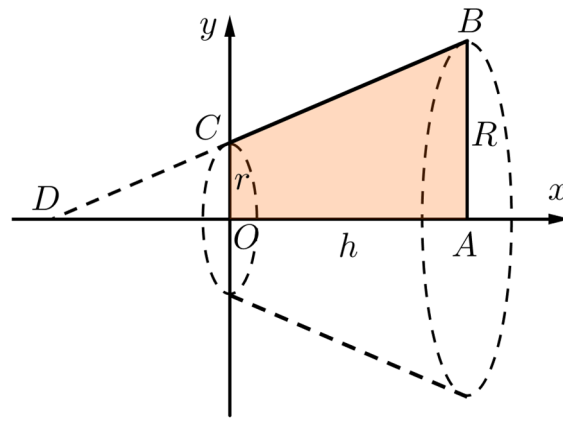


**Ví dụ 20.** Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 1$ .



**Ví dụ 21.** a) Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình thang vuông  $OABC$  trong mặt phẳng  $Oxy$  với  $OA = h, AB = R$  và  $OC = r$ , quanh trục  $Ox$ .

b) Từ công thức thu được ở phần a, hãy rút ra công thức tính thể tích của khối nón có bán kính đáy bằng  $R$  và chiều cao  $h$ .



## B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

**Câu 1:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi:

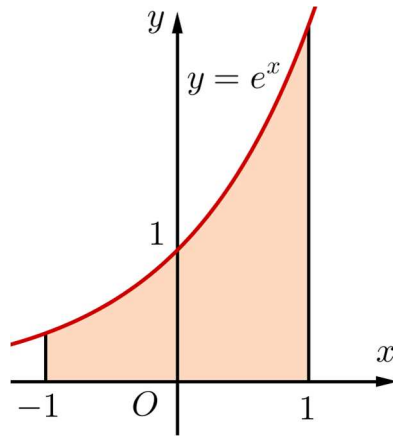
- Đồ thị của hàm số  $y = e^x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1, x = 1$ .
- Đồ thị của hàm số  $y = x + \frac{1}{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = 2$ .
- Đồ thị của hàm số  $y = x^3 - x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$ .
- Đồ thị của hàm số  $y = x^3$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = -3, x = 2$ .
- Đồ thị của hai hàm số  $y = \frac{x^2 + 1}{x}, y = -x$  và hai đường thẳng  $x = 1, x = 4$ .
- Đồ thị của hai hàm số  $y = x^3 + 1, y = 2$  và hai đường thẳng  $x = -1, x = 2$ .
- Đồ thị của hai hàm số  $y = x^2 + 2x, y = 2x - 1$  và các đường thẳng  $x = -1, x = 2$ .

**Câu 2:** Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường:

- |   |  |
|---|--|
| a) $y = e^x, y = x^2 - 1, x = -1, x = 1$                | b) $y = \sin x, y = x, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi$ |
| c) $y = 9 - x^2, y = 2x^2, x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3}$ | d) $y = \sqrt{x}, y = x^2, x = 0, x = 1$           |
| e) $y = e^x, y = x, x = 1, x = 1$                       | f) $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$                  |
| g) $y = 2x^2, y = -1, x = 0, x = 1$                     | h) $y = x^2 - 4, y = 2x - 4, x = 0, x = 2$         |
| i) $y = 2^x, y = 0, x = 0, x = 2$                       | j) $y = 12 - x^2, y = -x, x = -3, x = 4$           |

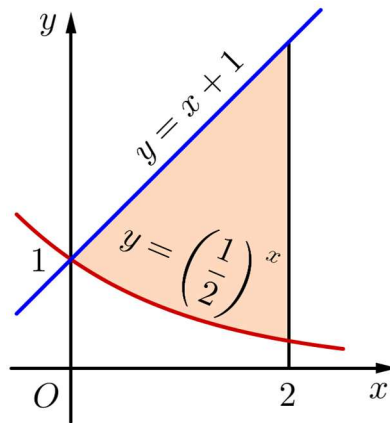
**Câu 3:** Cho đồ thị hàm số  $y = e^x$  và hình phẳng được tô màu như hình sau.

- Hình phẳng đó được giới hạn bởi các đường nào?
- Tính diện tích hình phẳng đó.

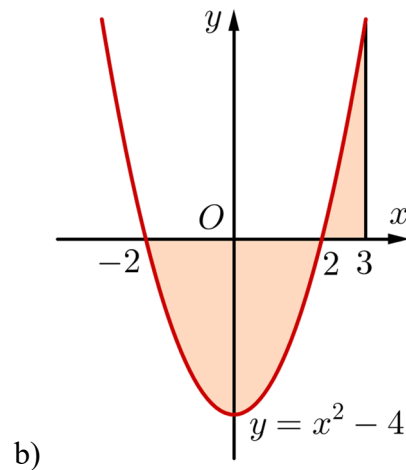
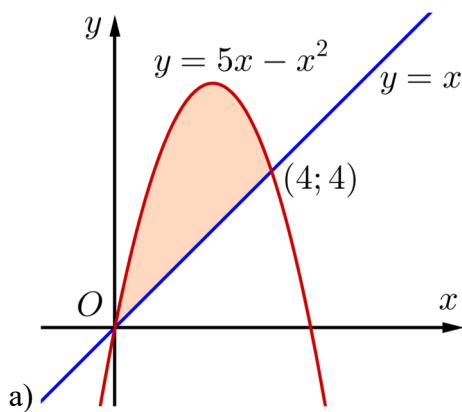


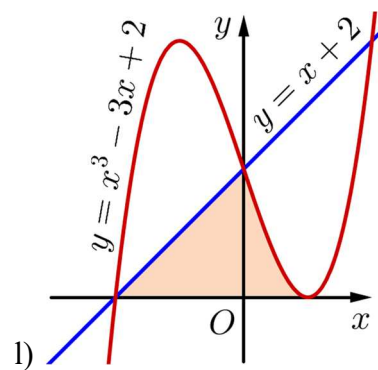
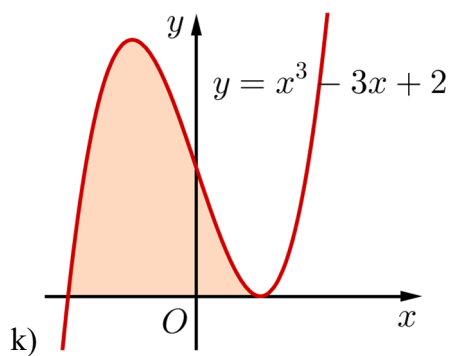
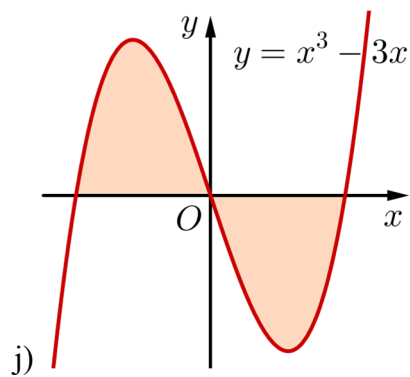
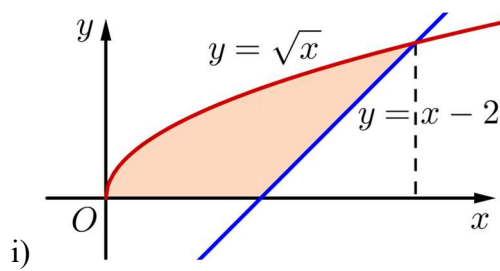
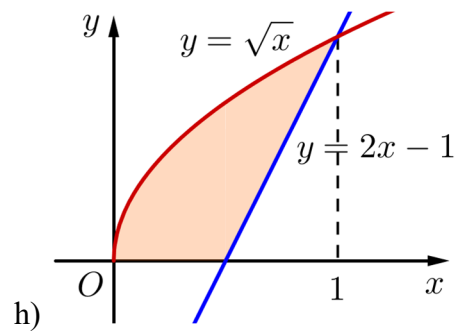
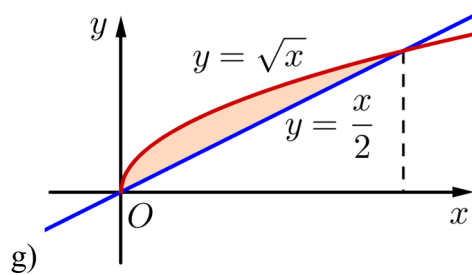
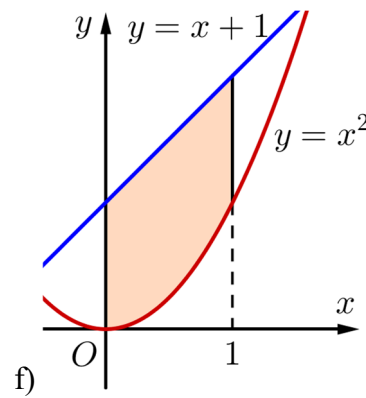
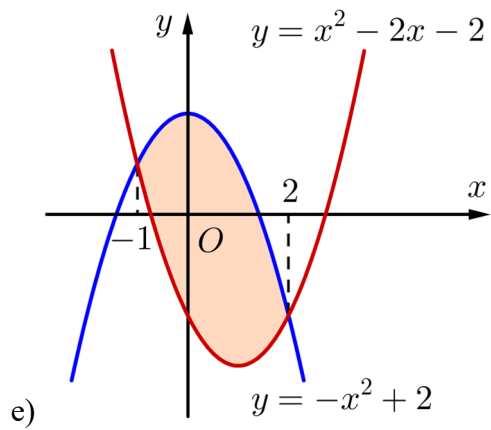
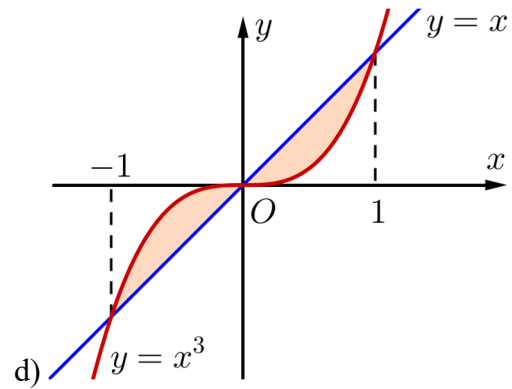
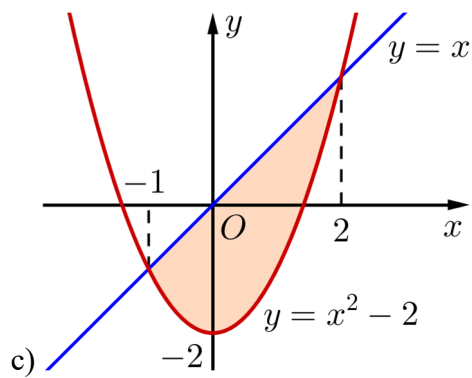
**Câu 4:** Cho đồ thị các hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $y = x + 1$  và hình phẳng được tô màu như hình sau.

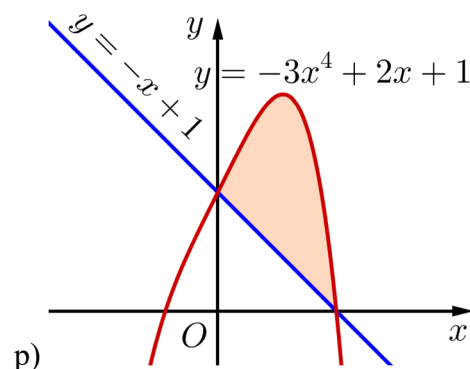
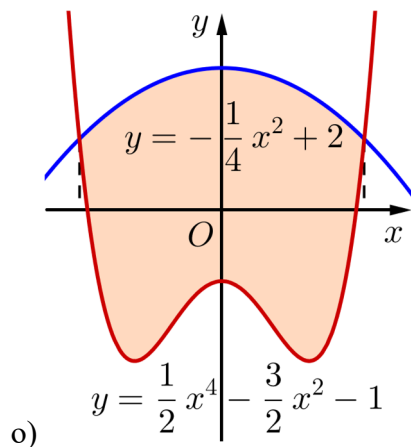
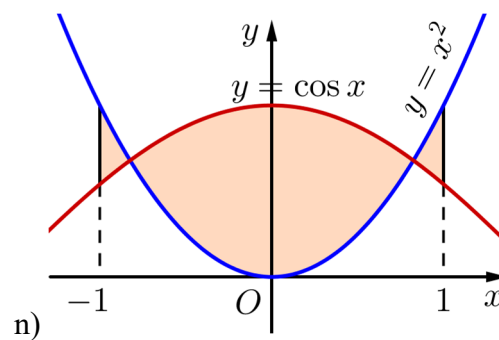
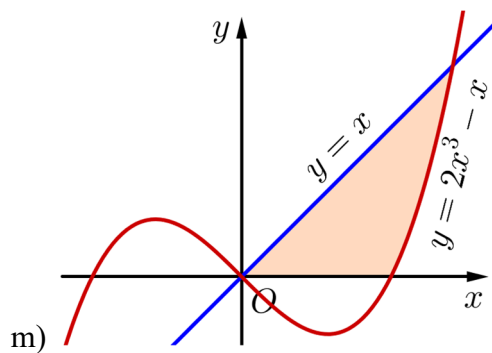
- a) Hình phẳng đó được giới hạn bởi các đường nào?
- b) Tính diện tích hình phẳng đó.



**Câu 5:** Tính diện tích của hình phẳng được tô đậm trong hình sau:



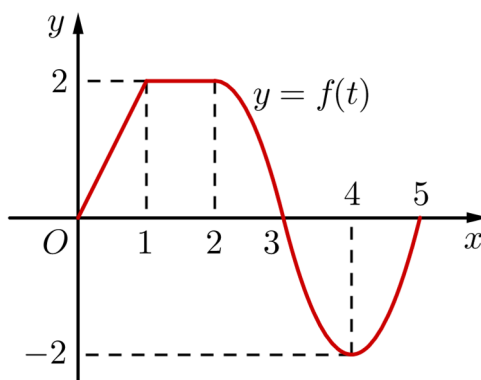




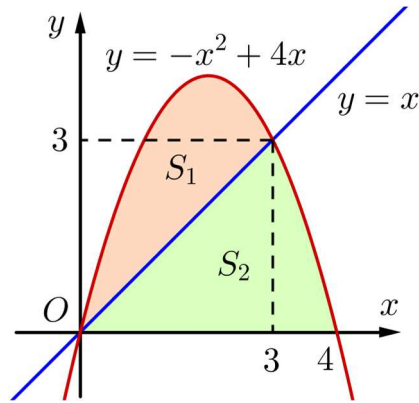
**Câu 6:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(t)$  như hình sau.

a) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(t)$ , trục  $Ot$  và hai đường thẳng  $t = 0, t = 2$ .

b) Hỏi  $\int_0^1 f(u) du$  biểu thị cho phần diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường nào trong hình đó?

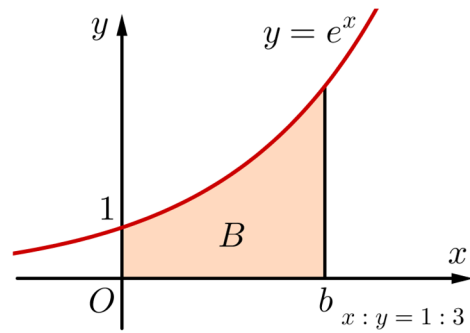
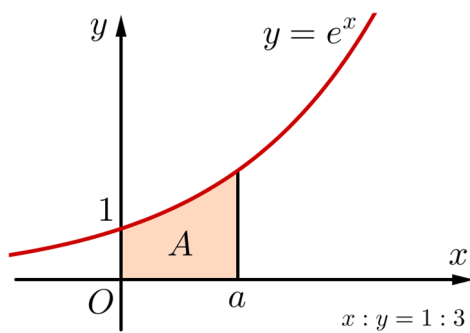


**Câu 7:** Cho  $S_1, S_2$  là diện tích các hình phẳng được mô tả trong hình sau. Tính  $\frac{S_1}{S_2}$ .



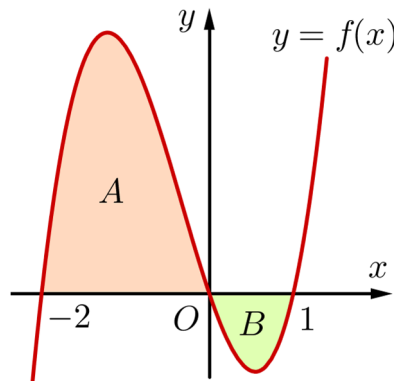
**Câu 8:** Giả sử  $A, B$  lần lượt là diện tích các hình được tô màu ở hình sau.

- a) Tính các diện tích  $A, B$ .
- b) Biết  $B = 3A$ . Biểu diễn  $b$  theo  $a$ .



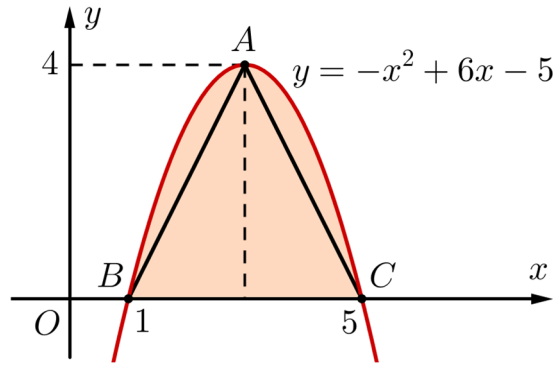
**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình sau và diện tích hai phần  $A, B$  lần lượt bằng 11 và 2.

Tính  $\int_{-2}^1 f(x) dx$ .

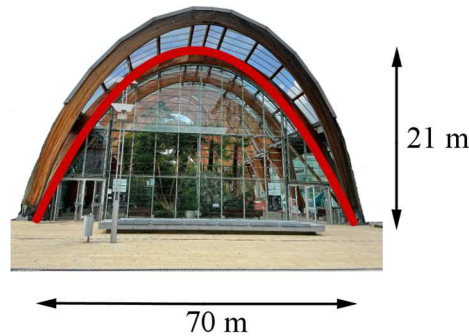


**Câu 10:** Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = -x^2 + 6x - 5$  và trục hoành.

- a) Tính diện tích  $S$  của hình  $(H)$ .
- b) Từ thế kỉ thứ III trước Công nguyên, khi phép tính tích phân chưa ra đời, Archimedes đã dùng phương pháp của riêng mình và chỉ ra rằng diện tích của hình  $(H)$  bằng  $\frac{4}{3}$  lần diện tích tam giác  $ABC$  (nguồn: [http:// www.matematicasvisuales.com/english/html/history/archimedes/parabola.html](http://www.matematicasvisuales.com/english/html/history/archimedes/parabola.html)). Tính  $S$  theo kết quả mà Archimedes đã tìm ra và so sánh với kết quả ở câu a.

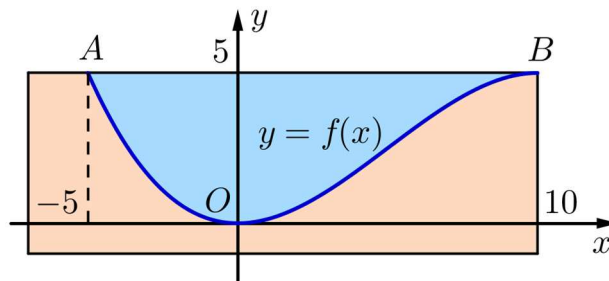


**Câu 11:** Người ta dự định lắp kính cho cửa của một mái vòm có dạng hình parabol. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào, biết rằng vòm cửa cao 21 m và rộng 70 m.



**Câu 12:** Hình sau minh họa mặt cắt đứng của một con kênh đặt trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ . Đáy của con kênh là một đường cong cho bởi phương trình

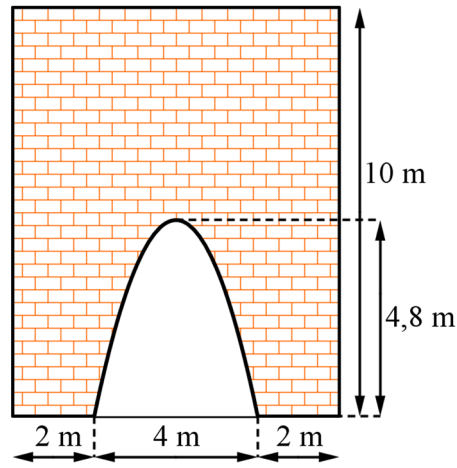
$$y = f(x) = \frac{3}{100} \left( -\frac{1}{3}x^3 + 5x^2 \right).$$



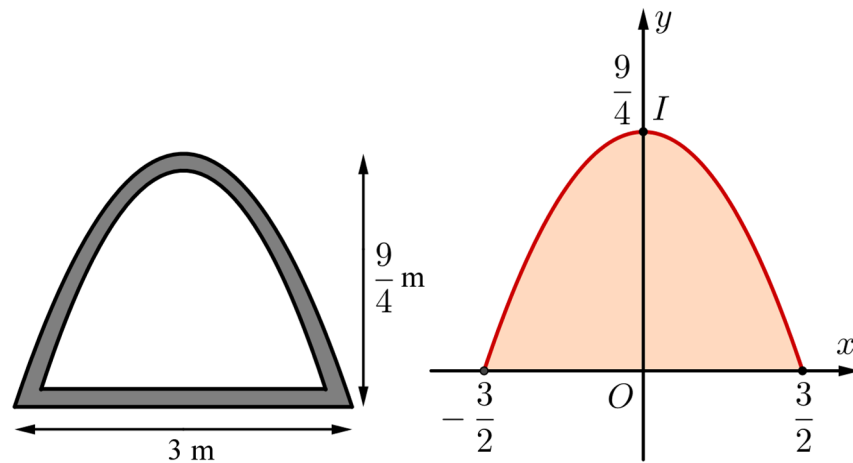
Hãy tính diện tích hình phẳng ( $H$ ) được tô màu xanh trong hình, biết đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét.

**Câu 13:** Hình sau minh họa mặt cắt đứng của một bức tường cũ có dạng hình chữ nhật với một cổng vào có dạng hình parabol với các kích thước được cho như trong hình đó. Người ta dự định sơn lại mặt ngoài của bức tường đó. Chi phí để sơn bức tường là 15 000 đồng/1 m<sup>2</sup>. Tổng chi phí để sơn lại toàn bộ mặt ngoài của bức tường đó sẽ là bao nhiêu?

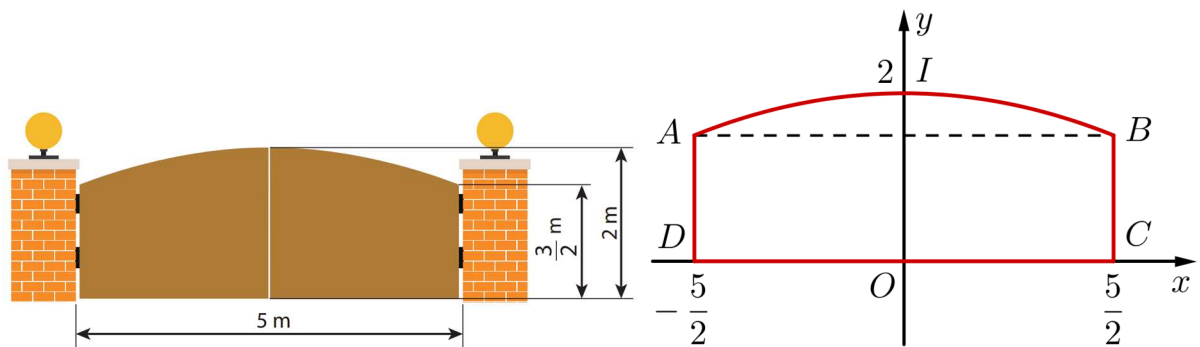




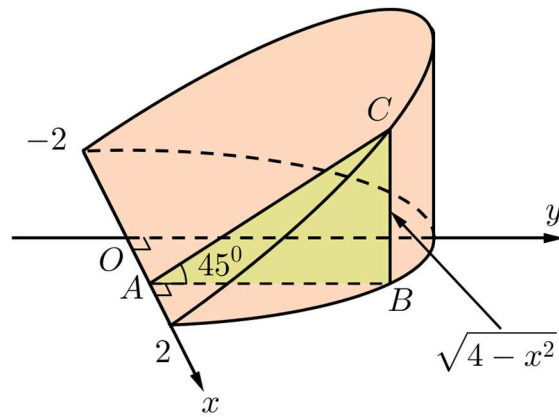
**Câu 14:** Cửa vòm lấy ánh sáng của một toà nhà được thiết kế với kích thước như hình sau. Cửa có hình dạng một parabol có đỉnh  $I$  và đi qua hai điểm  $A, B$ . Người ta dự định lắp kính cho cửa này. Tính diện tích kính cần lắp, biết rằng người ta chỉ sử dụng một lớp kính và bỏ qua diện tích khung cửa.



**Câu 15:** Một cái cổng có kích thước như hình sau. Vòm cổng có hình dạng một parabol có đỉnh  $I(0;2)$  và đi qua điểm  $B\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$ . Tính diện tích hai cánh cửa cổng.



**Câu 16:** Khi cắt một vật thể hình chẻ nêm bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $-2 \leq x \leq 2$ ), mặt cắt là tam giác vuông có một góc  $45^\circ$  và độ dài một cạnh góc vuông là  $\sqrt{4-x^2}$  (dm). Tính thể tích của vật thể.

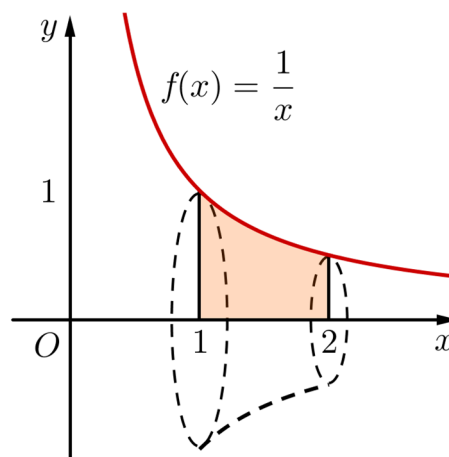


**Câu 17:** Tính thể tích  $V$  của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x=2$  và  $x=4$ , biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $2 \leq x \leq 4$ ) thì phần chung giữa mặt phẳng và vật thể là một hình vuông có độ dài cạnh bằng  $\sqrt{x^2-2}$ .

**Câu 18:** Tính thể tích  $V$  của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x=1$  và  $x=3$ , biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $1 \leq x \leq 3$ ) phần chung giữa chúng là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là  $3x$  và  $3x-2$ .

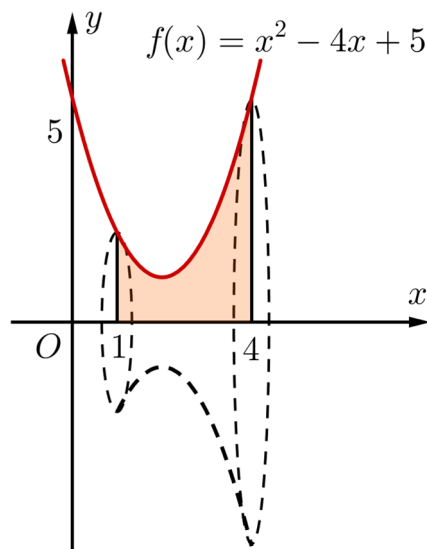
**Câu 19:** Cho đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{x}$  và khối tròn xoay như hình sau.

- Hình phẳng được giới hạn bởi các đường nào để khi quay quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay đó?
- Tính thể tích khối tròn xoay đó.



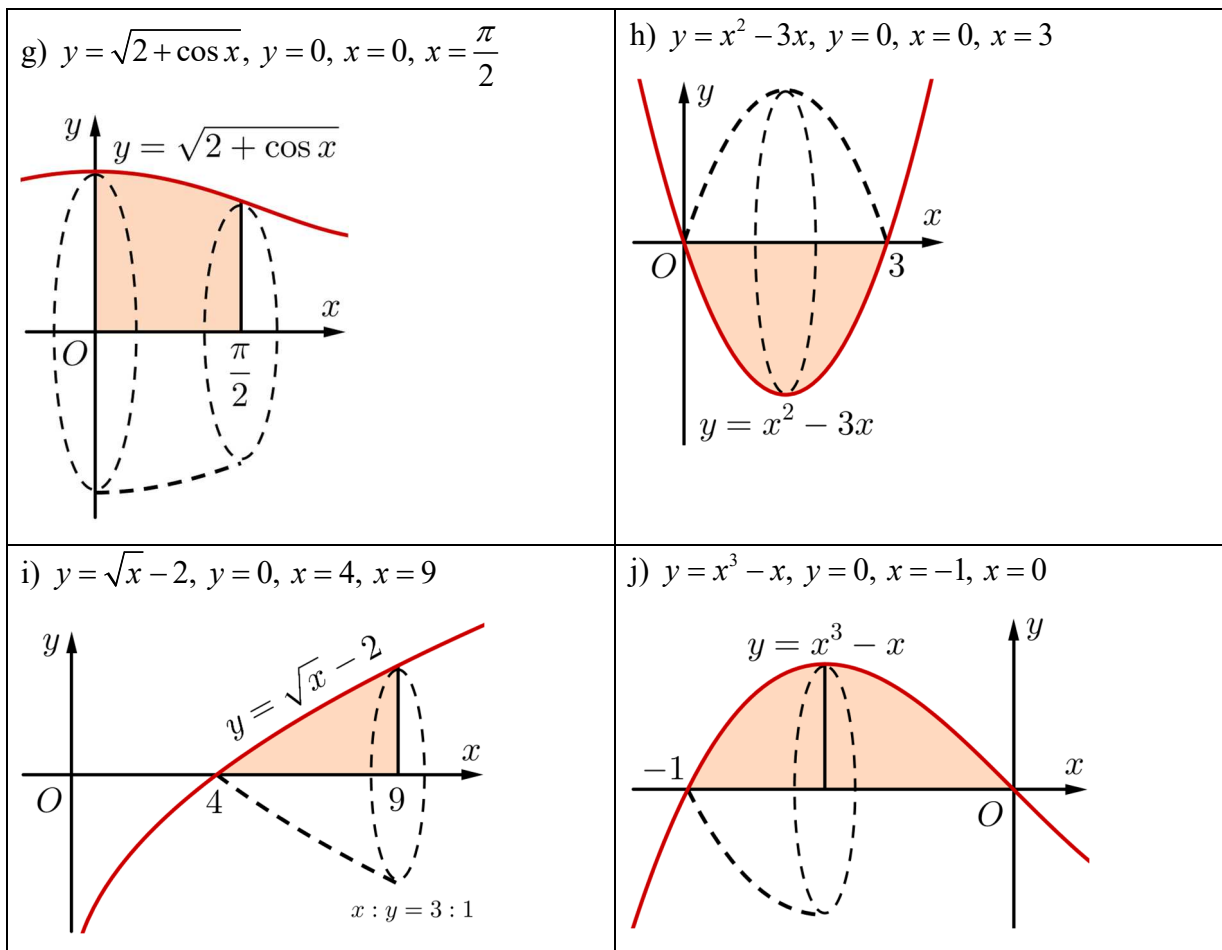
**Câu 20:** Cho khối tròn xoay như hình sau.

- Hình phẳng được giới hạn bởi các đường nào để khi quay quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay đó.
- Tính thể tích khối tròn xoay đó.

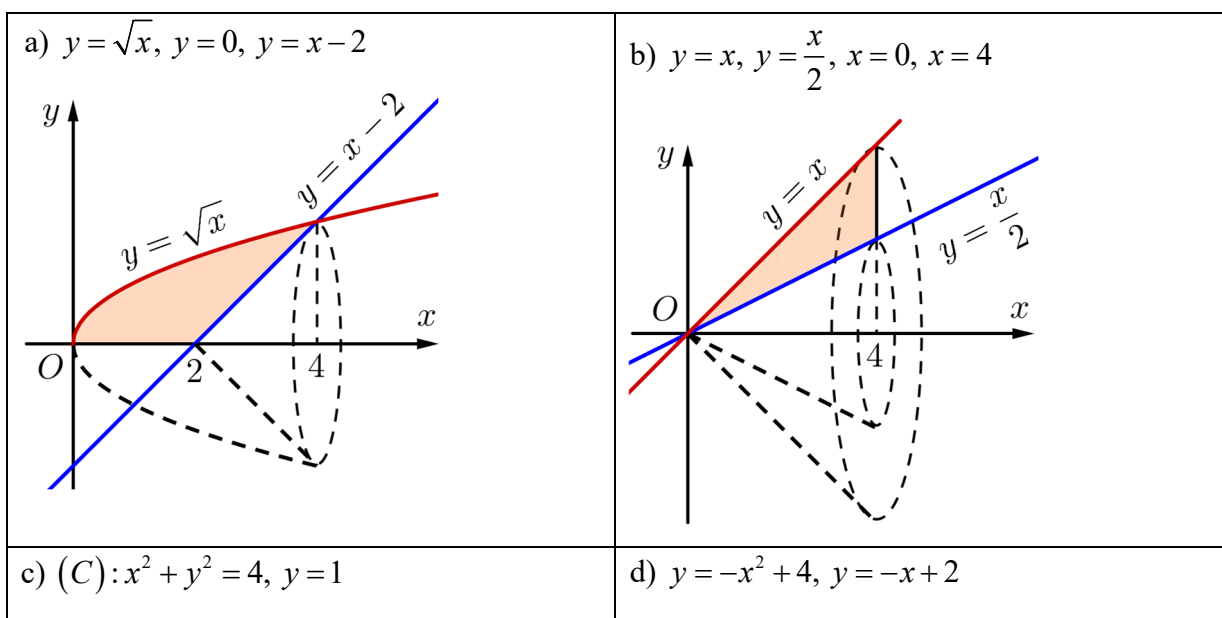


**Câu 21:** Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau xung quanh trục  $Ox$  :

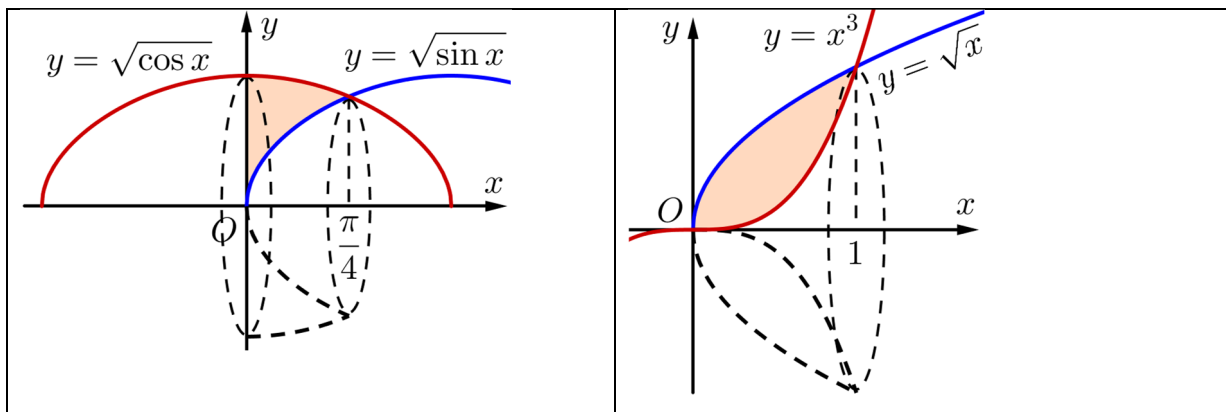
<p>a) <math>y = 2x - x^2, y = 0, x = 0, x = 2</math></p>	<p>b) <math>y = 1 - x^2, y = 0, x = -1, x = 1</math></p>
<p>c) <math>y = \sqrt{25 - x^2}, y = 0, x = 2, x = 4</math></p>	<p>d) <math>y = \cos \frac{x}{2}, y = 0, x = 0, x = \pi</math></p>
<p>e) <math>y = x^2 - 2x, y = 0, x = 0, x = 2</math></p>	<p>f) <math>y = \sqrt{x} - 1, y = 0, x = 1, x = 4</math></p>



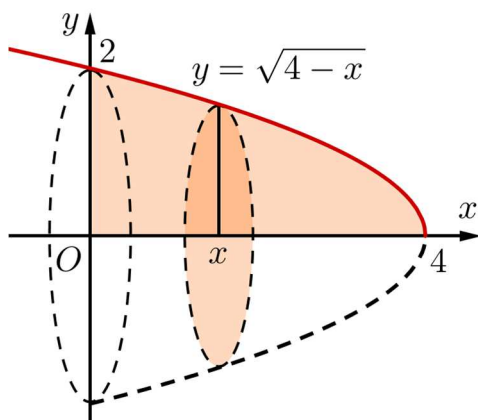
**Câu 22:** Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau xung quanh trục  $Ox$  :



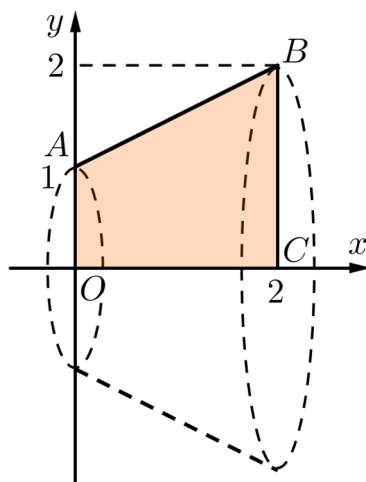
<p style="text-align: center;"><math>x^2 + y^2 = 4</math></p> <p style="text-align: right;"><math>y = 1</math></p>	<p style="text-align: right;"><math>y = -x^2 + 4</math></p> <p style="text-align: left;"><math>y = -x + 2</math></p>
<p>e) <math>y = 2^x, y = x + 2, x = 0, x = 2</math></p> <p style="text-align: right;"><math>y = x + 2</math></p> <p style="text-align: left;"><math>y = 2^x</math></p>	<p>f) <math>y = \left(\frac{3}{2}\right)^x, y = \sqrt{x}, x = 0, x = 1</math></p> <p style="text-align: left;"><math>y = \left(\frac{3}{2}\right)^x</math></p> <p style="text-align: right;"><math>y = \sqrt{x}</math></p>
<p>g) <math>y = -x^2 + 2x + 1, y = \sqrt{\frac{x}{2}}, x = 0, x = 2</math></p> <p style="text-align: left;"><math>y = -x^2 + 2x + 1</math></p> <p style="text-align: right;"><math>y = \sqrt{\frac{x}{2}}</math></p>	<p>h) <math>y = 2\sqrt{\cos x}, y = \left \frac{x}{2}\right , x = -1, x = 1</math></p> <p style="text-align: left;"><math>y = 2\sqrt{\cos x}</math></p> <p style="text-align: right;"><math>y = \left \frac{x}{2}\right </math></p>
<p>i) <math>y = \sqrt{\cos x}, y = \sqrt{\sin x}, x = 0, x = \frac{\pi}{4}</math></p>	<p>j) <math>y = x^3, y = \sqrt{x}</math></p>



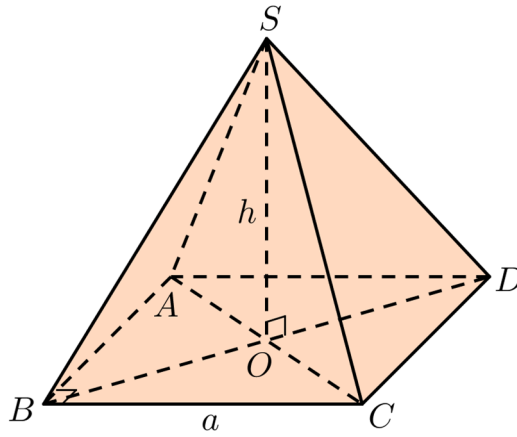
**Câu 23:** Cho  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{4-x}$  ( $x \leq 4$ ), trục tung và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$ .



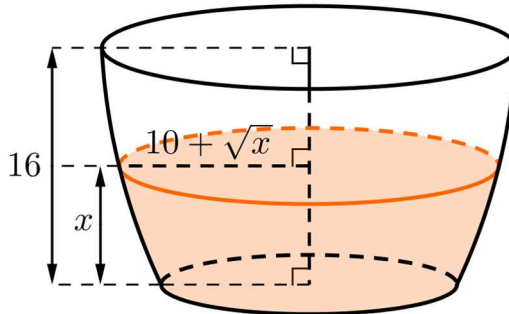
**Câu 24:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hình thang  $OABC$  có  $A(0;1)$ ,  $B(2;2)$  và  $C(2;0)$ . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang  $OABC$  quanh trục  $Ox$ .



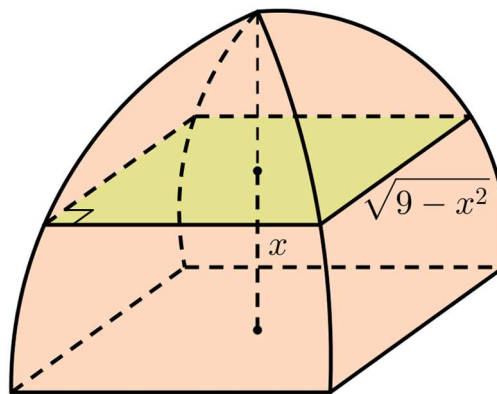
**Câu 25:** Sử dụng tích phân, tính thể tích của hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $h$ .



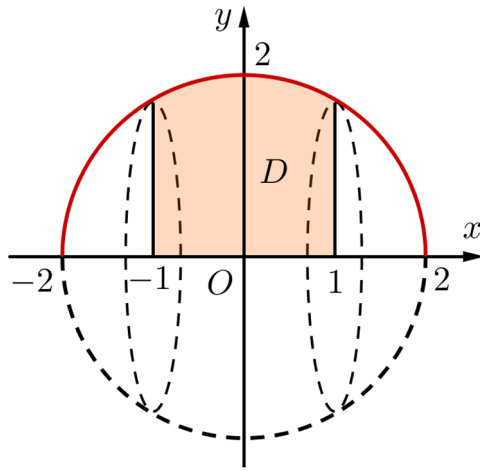
**Câu 26:** Nếu cắt chậu nước có hình dạng như hình bên dưới bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy  $x$  (cm) ( $0 \leq x \leq 16$ ) thì mặt cắt là hình tròn có bán kính  $(10 + \sqrt{x})$  (cm). Tính dung tích của chậu.



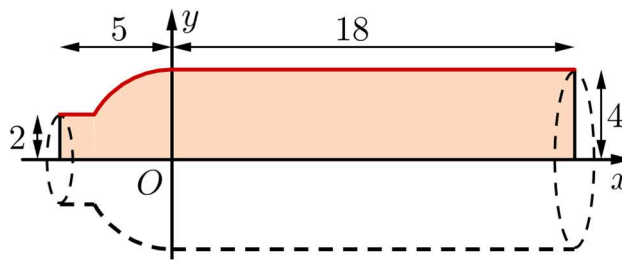
**Câu 27:** Một chiếc lều mái vòm có hình dạng như hình bên dưới. Nếu cắt lều bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng  $x$  (m) ( $0 \leq x \leq 3$ ) thì được hình vuông có cạnh  $\sqrt{9 - x^2}$  (m). Tính thể tích của lều.



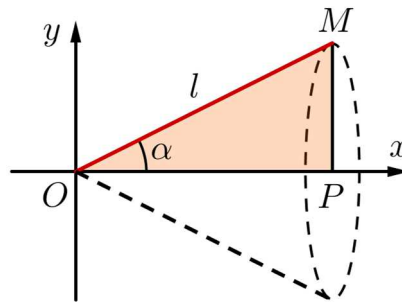
**Câu 28:** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , vẽ nửa đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $r = 2$  nằm phía trên trục  $Ox$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn, trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = -1, x = 1$ . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$ .



**Câu 29:** Tính dung tích của chiếc bình giữ nhiệt phần trong của nó là một vật thể tròn xoay với các kích thước được cho như hình sau, với phần cong trong đồ thị sau là một cung tròn tâm  $O$ :



**Câu 30:** Cho tam giác vuông  $OPM$  có cạnh  $OP$  nằm trên trục  $Ox$ . Giả sử  $\widehat{POM} = \alpha$ ,  $OM = l$  ( $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3}$ ;  $l > 0$ ). Gọi  $(X)$  là khối tròn xoay thu được khi quay tam giác đó xung quanh trục  $Ox$ . Tính thể tích của  $(X)$  theo  $\alpha$  và  $l$ .



**Câu 31:** Sau khi đo kích thước, bạn Quân xác định thùng rượu vang có dạng hình tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -0,011x^2 - 0,071x + 40$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = -35$ ,  $x = 35$  quay quanh trục  $Ox$ . Tính thể tích thùng rượu vang đó, biết đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét.





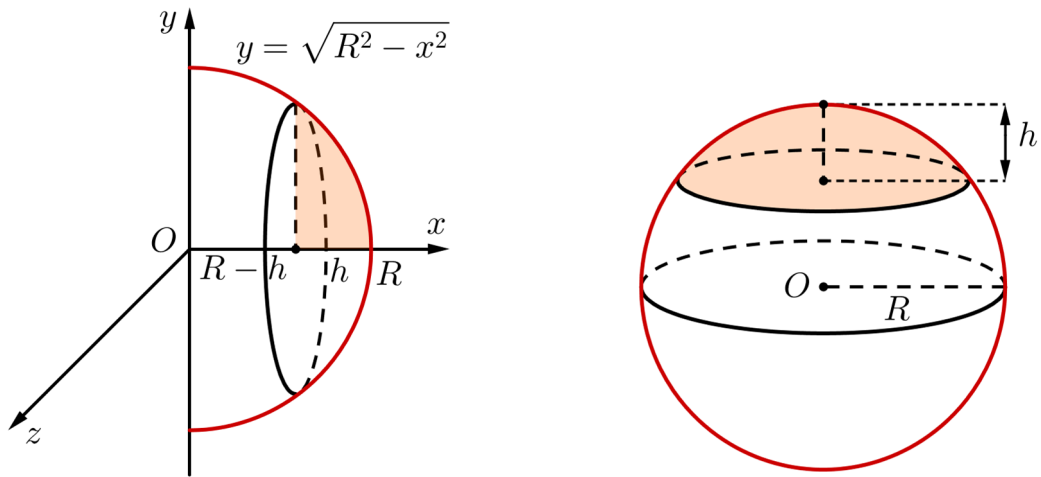
**Câu 32:** Các nhà kinh tế sử dụng đường cong Lorenz để minh họa sự phân phối thu nhập trong một quốc gia. Gọi  $x$  là đại diện cho phần trăm số gia đình trong một quốc gia và  $y$  là phần trăm tổng thu nhập, mô hình  $y = x$  sẽ đại diện cho một quốc gia mà các gia đình có thu nhập như nhau. Đường cong Lorenz  $y = f(x)$ , biểu thị phân phối thu nhập thực tế. Diện tích giữa hai mô hình này, với  $0 \leq x \leq 100$ , biểu thị “sự bất bình đẳng về thu nhập” của một quốc gia. Năm 2005, đường cong Lorenz của Hoa Kỳ có thể được mô hình hoá bởi hàm số

$$y = (0,00061x^2 + 0,0218x + 1723)^2, \quad 0 \leq x \leq 100,$$

trong đó  $x$  được tính từ các gia đình nghèo nhất đến giàu có nhất (Theo R. Larson, *Brief Calculus: An Applied Approach, 8th edition, Cengage Learning, 2009*)

Tìm sự bất bình đẳng thu nhập của Hoa Kỳ vào năm 2005.

**Câu 33:** Khối chỏm cầu có bán kính  $R$  và chiều cao  $h$  ( $0 < h \leq R$ ) sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi cung tròn có phương trình  $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = R - h$ ,  $x = R$  xung quanh trục  $Ox$ . Tính thể tích của khối chỏm cầu này.

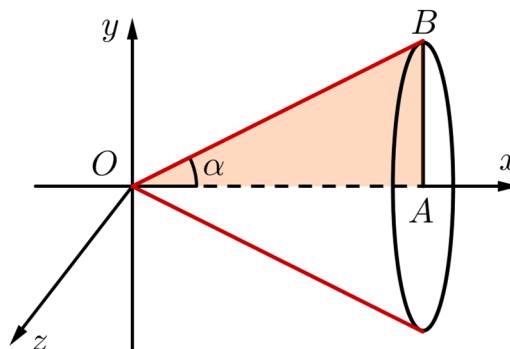


**Câu 34:** Cho tam giác vuông  $OAB$  có cạnh  $OA = a$  nằm trên trục  $Ox$  và  $\widehat{AOB} = \alpha$  ( $0 < \alpha \leq \frac{\pi}{4}$ ).

Gọi  $(X)$  là khối tròn xoay sinh ra khi quay miền tam giác  $OAB$  xung quanh trục  $Ox$ .

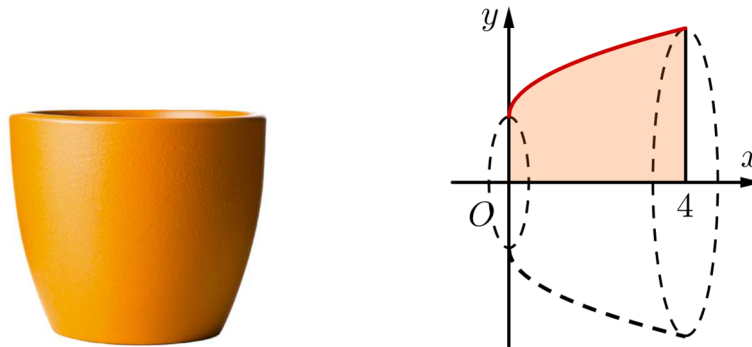
a) Tính thể tích  $V$  của  $(X)$  theo  $a$  và  $\alpha$ .

b) Tìm  $\alpha$  sao cho thể tích  $V$  lớn nhất.

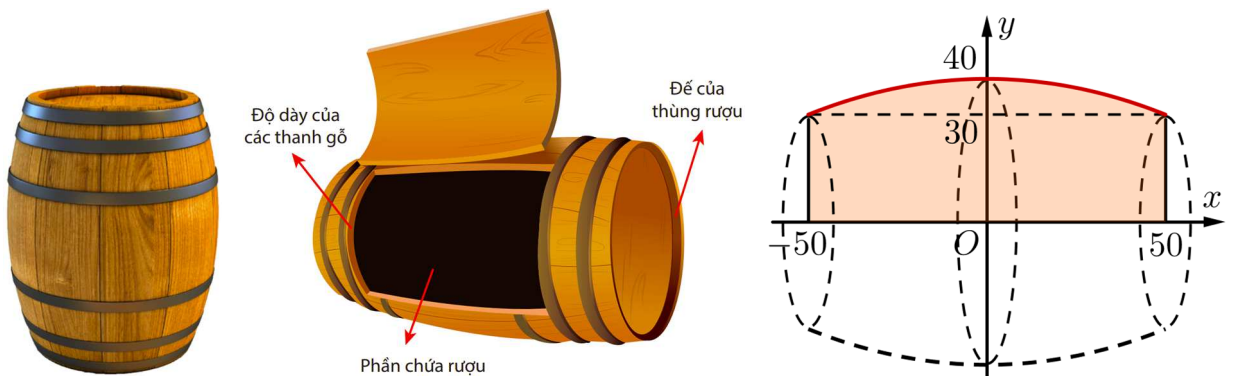


**Câu 35:** Nghệ thuật làm gốm có lịch sử phát triển lâu đời và vẫn còn tồn tại cho đến ngày nay. Giả sử một bình gốm có mặt trong của bình là một mặt tròn xoay sinh ra khi cho phần đồ thị của hàm số  $y = \frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 5$  ( $0 \leq x \leq 30$ ) ( $x, y$  tính theo cm) quay tròn quanh trục hoành  $Ox$ . Hỏi để hoàn thành bình gốm đó ta cần sử dụng bao nhiêu  $\text{cm}^3$  đất sét, biết rằng bình gốm đó có độ dày không đổi là 1 cm.

**Câu 36:** Hình sau mô phỏng phần bên trong của một chậu cây có dạng khối tròn xoay tạo thành khi quay một phần của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x} + \frac{3}{2}$  với  $0 \leq x \leq 4$  quanh trục hoành. Tính thể tích phần bên trong (dung tích) của chậu cây, biết đơn vị trên các trục  $Ox, Oy$  là decimét.



**Câu 37:** Một thùng rượu vang có dạng khối tròn xoay với bán kính mặt đáy và mặt ở trên là 33 cm, bán kính mặt cắt ở chính giữa thùng là 43 cm. Chiều cao của thùng rượu là 112 cm, bao gồm phần thân thùng rượu, hai đế đỡ thùng rượu (mỗi đế cao 3 cm) và thùng rượu được ghép từ các thanh gỗ sồi với độ dày mỗi thanh gỗ là 3 cm. Phần bên trong thùng rượu có dạng một khối tròn xoay tạo thành khi quay một phần của parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$  quanh trục hoành.



- a) Tìm  $a, b, c$ .
- b) Hỏi thùng rượu đó chứa được tối đa bao nhiêu lít rượu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Câu 38:** Người ta tạo ra mô hình một quả trứng ngỗng bằng cách quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{30}\sqrt{7569 - 400x^2}$  và trục hoành với  $-4,35 \leq x \leq 4,35$  quanh trục hoành. Tính thể tích quả trứng, biết thể tích mô hình này xem như bằng thể tích quả trứng ngỗng và  $x, y$  tính theo centimét.

## C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

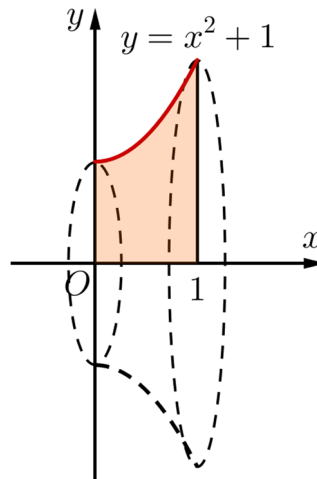
**Câu 1:** Thể tích  $V$  của khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ) khi quay quanh trục  $Ox$  là:

A.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .    B.  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$ .    C.  $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$ .    D.  $V = \int_a^b f^2(x) dx$ .

**Câu 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x^3 + 1, y = 2x^2 + 1$  và hai đường thẳng  $x = 1, x = 2$  là:

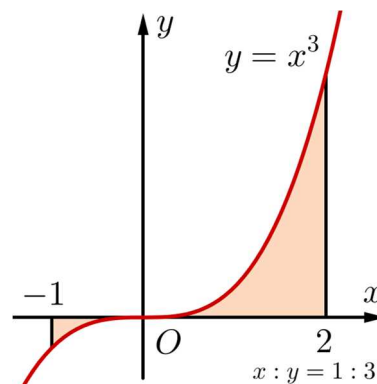
A.  $\frac{11}{12}$ .    B.  $\frac{125}{12}$ .    C.  $\frac{94}{12}$ .    D.  $\frac{37}{12}$ .

**Câu 3:** Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 1, x = 0, x = 1, y = 0$  quay quanh trục  $Ox$  là:



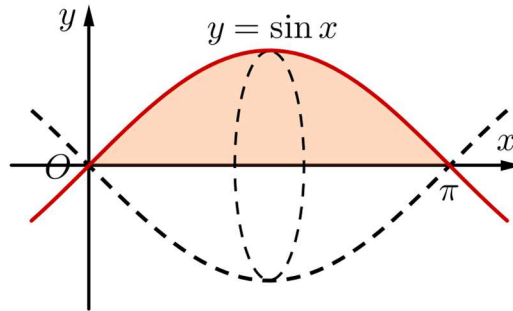
A.  $\frac{4\pi}{3}$ .    B.  $\frac{28}{15}$ .    C.  $\frac{28\pi}{15}$ .    D.  $\frac{4}{3}$ .

**Câu 4:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3, y = 0, x = -1, x = 2$  là:



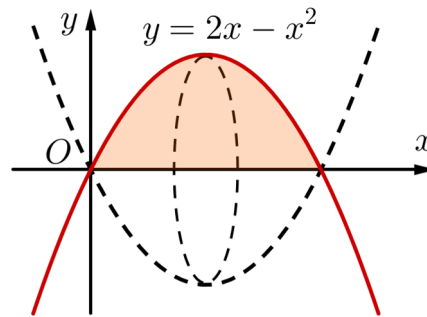
A.  $\frac{1}{4}$ .    B.  $\frac{17}{4}$ .    C.  $\frac{15}{4}$ .    D.  $\frac{19}{4}$ .

**Câu 5:** Biết một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin^2 x$  là  $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$ . Thể tích của khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sin x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = \pi$  khi quay quanh trục  $Ox$  là:



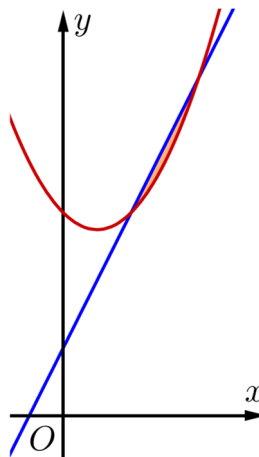
- A.  $\frac{\pi^2}{4}$ .      B.  $\frac{\pi^2}{2}$ .      C.  $\frac{\pi}{2}$ .      D.  $\frac{\pi}{4}$ .

**Câu 6:** Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi các đường  $y = 2x - x^2, y = 0$  khi quay quanh trục  $Ox$  là:



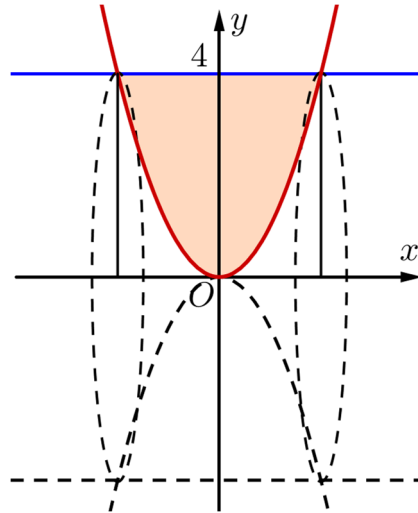
- A.  $\frac{4\pi}{3}$ .      B.  $\frac{13\pi}{15}$ .      C.  $\frac{14\pi}{15}$ .      D.  $\frac{16\pi}{15}$ .

**Câu 7:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - x + 3$  và đường thẳng  $y = 2x + 1$ . Diện tích của hình  $(H)$  là:



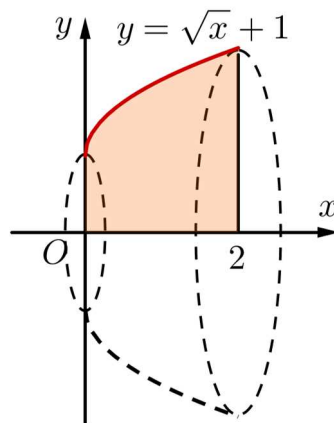
- A.  $\frac{23}{6}$ .      B. 4.      C.  $\frac{5}{6}$ .      D.  $\frac{1}{6}$ .

**Câu 8:** Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2$  và đường thẳng  $y = 4$  quay quanh trục  $Ox$ . Thể tích khối tròn xoay sinh ra bằng:



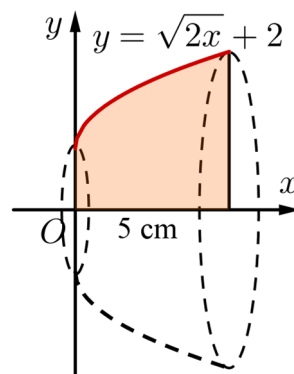
- A.  $\frac{64\pi}{5}$ .                      B.  $\frac{128\pi}{5}$ .                      C.  $\frac{256\pi}{5}$ .                      D.  $\frac{152\pi}{5}$ .

**Câu 9:** Tính thể tích chứa được của một cái chậu inox to mà khách hàng đặt theo kích thước yêu cầu, biết phần trong của nó có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = \sqrt{x} + 1$ , trục  $Ox$  và các đường thẳng  $x = 0, x = 2$  quanh trục  $Ox$ , đơn vị trên trục là decimet (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



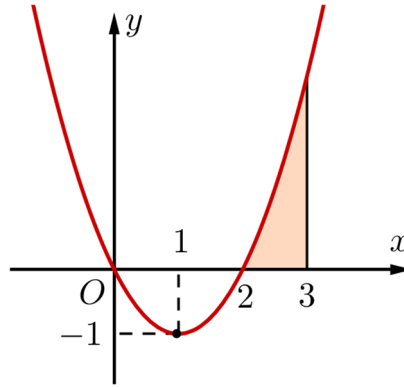
- A. 12,12 lít.                      B. 12,21 lít.                      C. 24,14 lít.                      D. 24,41 lít.

**Câu 10:** Tính thể tích chứa được (dung tích) của một cái chén (bát), biết phần trong của nó có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = \sqrt{2x} + 2$  và trục  $Ox$  (như hình vẽ), bát có độ sâu 5 cm, đơn vị trên trục là centimet (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



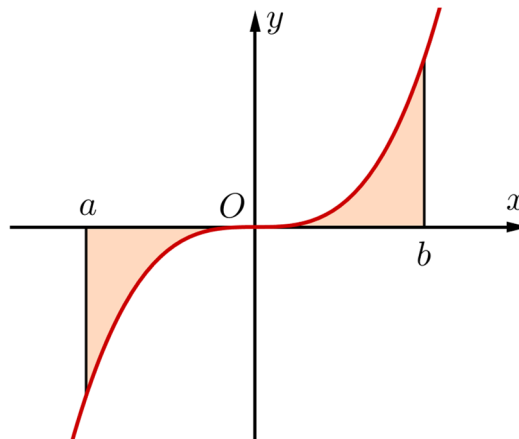
- A.  $78 \text{ cm}^3$ .                      B.  $274 \text{ cm}^3$ .                      C.  $87 \text{ cm}^3$ .                      D.  $247 \text{ cm}^3$ .

**Câu 11:** Miền tô đậm ở trong hình vẽ bên được giới hạn bởi các đường cong nào dưới đây và diện tích  $S$  của miền đó là bao nhiêu?



- A.  $y = x^2 - 2x, Ox, x = 2, x = 3; S = \frac{4}{3}$ .      B.  $y = x^2 - 2x, Ox, x = 2, x = 3; S = \frac{2}{3}$ .
- C.  $y = x^2 + 2x, Ox, x = 2, x = 3; S = \frac{34}{3}$ .      D.  $y = x^2 + 2x, Ox, x = 1, x = 3; S = \frac{50}{3}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(C): y = f(x)$ , trục hoành, hai đường thẳng  $x = a, x = b$  (như hình vẽ dưới đây).

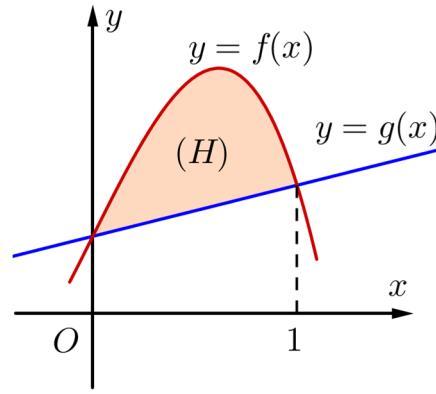


Giả sử  $S_D$  là diện tích hình phẳng  $D$ . Công thức nào sau đây đúng?

- A.  $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$ .      B.  $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$ .
- C.  $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$ .      D.  $S_D = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$ .

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1:** Cho các hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  và có đồ thị như hình sau. Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = 0, x = 1$ .



a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng

$$x = 0, x = 1 \text{ là } S = \int_0^1 f(x) dx.$$

b) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số

$$y = f(x), \text{ trục hoành và hai đường thẳng } x = 0, x = 1 \text{ quanh trục hoành là } V = \int_0^1 f^2(x) dx.$$

c) Diện tích hình phẳng (H) là  $S = \int_0^1 [f(x) - g(x)] dx.$

d) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục  $Ox$  là

$$V = \pi \int_0^1 [f^2(x) - g^2(x)] dx.$$

**Câu 2:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{x+1}{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 2, x = 6$ . Khi đó:

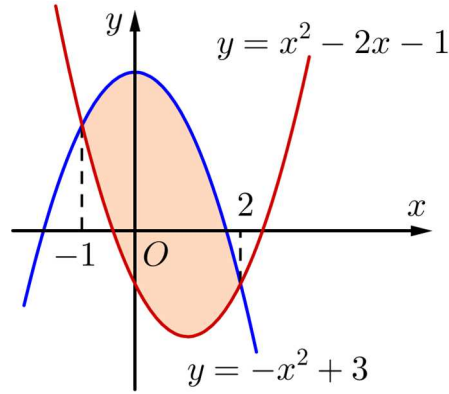
a) Diện tích hình phẳng (H) là  $S = 4 + \ln 3$ .

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) - 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 2, x = 6$  là  $S = 2 \ln 3$ .

c) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục  $Ox$  là  $V = \frac{(13 + 6 \ln 3)\pi}{3}$ .

d) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và các đường thẳng  $y = 1, x = 2, x = 6$  quanh trục  $Ox$  là  $V = \frac{1 + 6 \ln 3}{3}$ .

**Câu 3:** Cho hình phẳng (H) là phần tô đậm trong hình sau. Khi đó:



a) Hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x^2 - 2x - 1$ ,  $y = -x^2 + 3$  và hai đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = 2$ .

b) Diện tích hình phẳng ( $H$ ) là  $S = \int_{-1}^2 \left| (-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1) \right| dx$ .

c) Diện tích hình phẳng ( $H$ ) là  $S = 2 \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx$ .

d) Nếu  $\ln S = a \ln b$  (với  $a, b$  là các số nguyên tố) thì  $a^2 + b^2 = 29$ .

**Câu 4:** Cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi các đường  $y = 2x^2$  ( $C_1$ ),  $y^2 = 4x$  ( $C_2$ ). Khi đó:

a) Các đường ( $C_1$ ) và ( $C_2$ ) đều đi qua hai điểm  $O(0;0)$  và  $M(1;2)$ .

b) Diện tích của hình phẳng ( $H$ ) là  $S = \int_0^2 |2x^2 - 2\sqrt{x}| dx$ .

c) Thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay ( $H$ ) quanh trục hoành là

$$V = \pi \int_0^1 (4x - 4x^4) dx.$$

d) Nếu  $\frac{V}{S} = \frac{a}{b} \cdot \pi$  (với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản) thì  $2a - b = 17$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

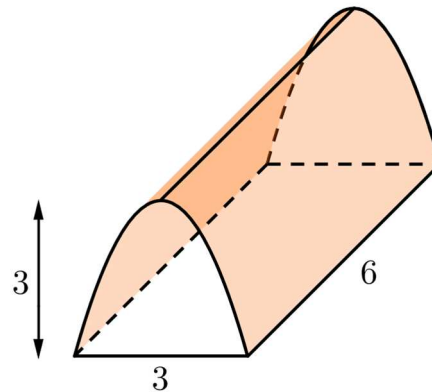
**Câu 1:** Xét phần bên trong của một thùng rượu: là một khối tròn xoay có 2 đáy là hình tròn bằng nhau và có chiều cao là 60 cm, đường cong (bên trong) của thùng là một cung tròn của đường tròn bán kính là 36 cm. Thùng rượu này chứa được tối đa bao nhiêu lít rượu?





ĐS:

**Câu 2:** Một Chi đoàn thanh niên đi dự trại ở một đơn vị bạn, họ dự định dựng một lều trại có dạng parabol (nhìn từ mặt trước, lều trại được căng thẳng từ trước ra sau, mặt sau trại cũng là parabol có kích thước giống như mặt trước) với kích thước: nền trại là một hình chữ nhật có chiều rộng là 3 mét, chiều sâu là 6 mét, đỉnh của parabol cách mặt đất là 3 mét. Hãy tính thể tích (đơn vị:  $m^3$ ) phần không gian phía trong trại để cử số lượng người tham dự trại cho phù hợp.

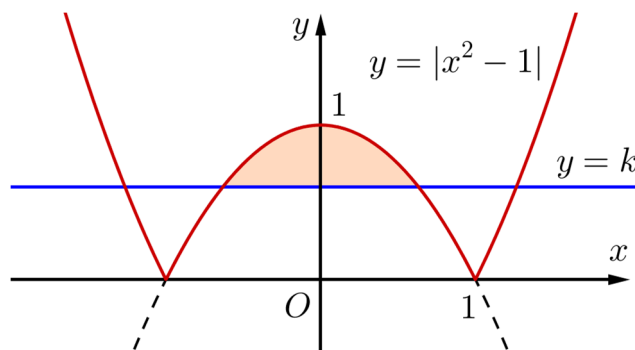


ĐS:

**Câu 3:** Người ta cần làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thi công trọn gói mỗi mét vuông là 1.500.000 đồng. Vậy số tiền làm cửa phải trả là bao nhiêu (đơn vị: triệu đồng)?

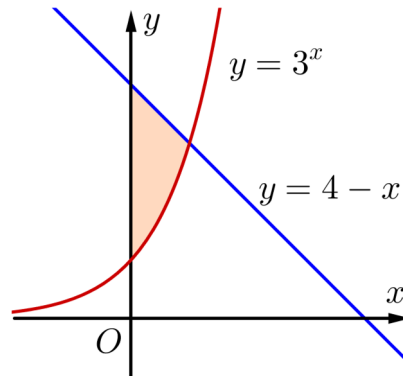
ĐS:

**Câu 4:** Cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi các đường  $y = |x^2 - 1|$  và  $y = k$  ( $0 < k < 1$ ). Tìm  $k$  để diện tích của hình phẳng ( $H$ ) gấp hai lần diện tích hình phẳng được tô màu trong hình vẽ bên.



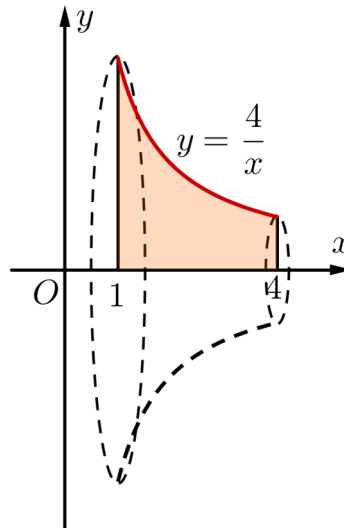
ĐS:

**Câu 5:** Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng  $y = 3^x$ ,  $y = 4 - x$  và trục tung có dạng  $\frac{a}{b} + \frac{c}{\ln 3}$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính tích  $T = abc$ .



ĐS:

**Câu 6:** Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{4}{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$  quanh trục  $Ox$  là bao nhiêu?

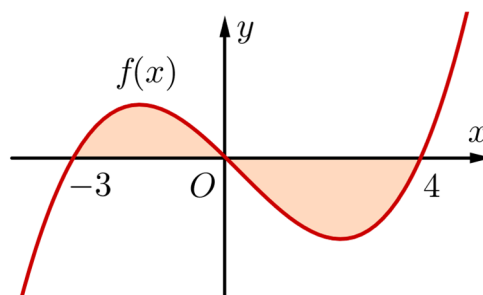


ĐS:

### D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

#### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình sau. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) được tính bởi công thức:



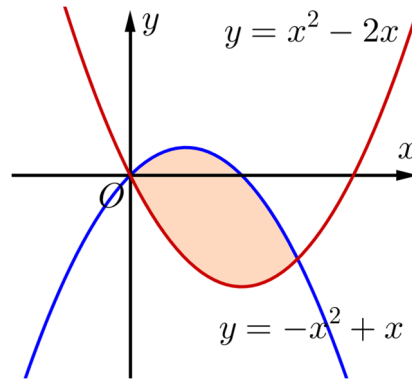
A.  $\int_{-3}^0 f(x) dx + \int_4^0 f(x) dx.$

B.  $\int_{-3}^0 f(x) dx - \int_4^0 f(x) dx.$

C.  $\int_0^{-3} f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx.$

D.  $\int_{-3}^4 f(x) dx.$

**Câu 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số  $y = x^2 - 2x$  và  $y = -x^2 + x$  là:



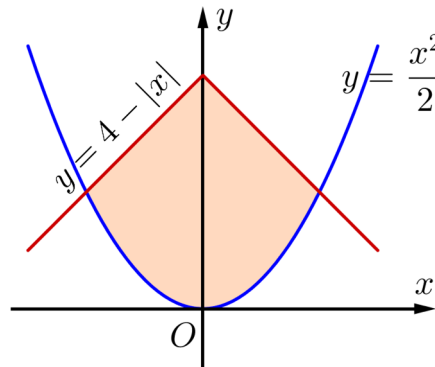
A.  $\frac{9}{8}.$

B.  $\frac{9}{2}.$

C.  $\frac{29}{24}.$

D.  $\frac{27}{8}.$

**Câu 3:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 4 - |x|$  và parabol  $y = \frac{x^2}{2}$  bằng:



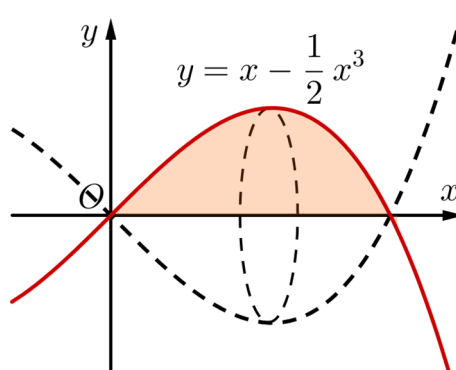
A.  $\frac{22}{3}.$

B.  $\frac{25}{3}.$

C.  $\frac{28}{3}.$

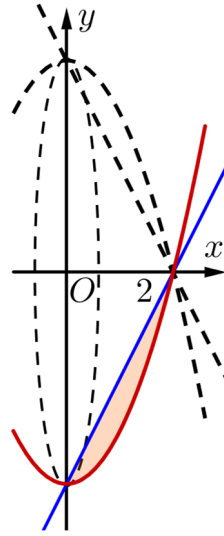
D.  $\frac{26}{3}.$

**Câu 4:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x - \frac{1}{2}x^3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \sqrt{2}$ . Thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra bởi hình phẳng đó khi quay quanh trục  $Ox$  có giá trị thuộc khoảng nào sau đây?



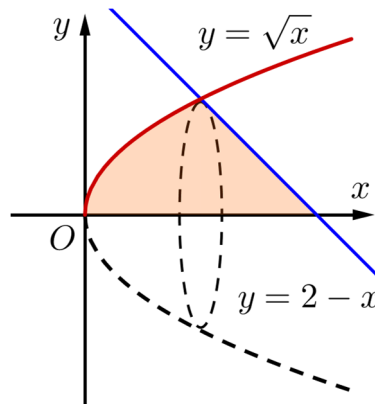
- A.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .      B.  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .      C.  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ .      D.  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .

**Câu 5:** Thể tích hình khối do hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - 4$ ,  $y = 2x - 4$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  quay quanh trục  $Ox$  bằng:



- A.  $\frac{416\pi}{15}$ .      B.  $\frac{752\pi}{5}$ .      C.  $\frac{16\pi}{15}$ .      D.  $\frac{32\pi}{5}$ .

**Câu 6:** Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $y = 2 - x$  quanh trục  $Ox$  là:



- A.  $\pi$ .      B.  $6\pi$ .      C.  $\frac{5\pi}{6}$ .      D.  $\frac{6\pi}{5}$ .

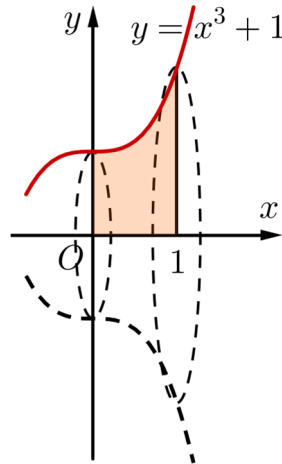
**Câu 7:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số  $y = f_1(x)$ ,  $y = f_2(x)$  liên tục và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức:

- A.  $S = \left| \int_a^b f_1(x) - f_2(x) dx \right|$ .      B.  $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$ .  
 C.  $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$ .      D.  $S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx$ .

**Câu 8:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y^2 = x$ ,  $x = a$ ,  $x = b$  ( $0 < a < b$ ) quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức:

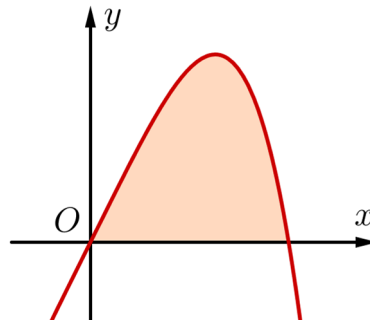
A.  $V = \pi \int_a^b x \, dx$ .      B.  $V = \pi \int_a^b \sqrt{x} \, dx$ .      C.  $V = \pi^2 \int_a^b x \, dx$ .      D.  $V = \pi^2 \int_a^b \sqrt{x} \, dx$ .

**Câu 9:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$  quay quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



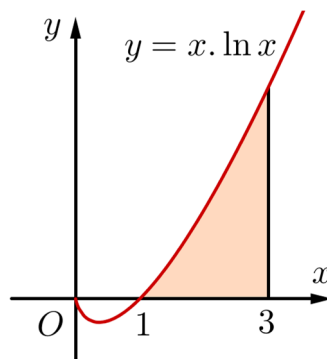
A.  $\frac{\pi}{3}$ .      B.  $\frac{\pi}{9}$ .      C.  $\frac{23\pi}{14}$ .      D.  $\frac{13\pi}{7}$ .

**Câu 10:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 2x - x^4$  và trục hoành có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. 0,95.      B. 0,96.      C. 0,94.      D. 0,93.

**Câu 11:** Diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình sau có dạng  $S = \frac{a}{b} \ln 3 + c$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức  $T = abc$ , biết một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x \ln x$  là  $F(x) = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4}$ .



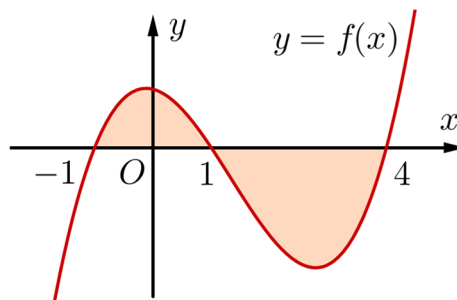
A.  $T = -18$ .      B.  $T = -36$ .      C.  $T = 36$ .      D.  $T = 18$ .

**Câu 12:** Biết khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ) quay quanh trục  $Ox$  có thể tích là  $V_1$ ; khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = -3f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ) quay quanh trục  $Ox$  có thể tích  $V_2$ . Chọn phương án đúng?

- A.  $V_1 = 9V_2$ .                      B.  $6V_1 = V_2$ .                      C.  $V_1 = 3V_2$ .                      D.  $9V_1 = V_2$ .

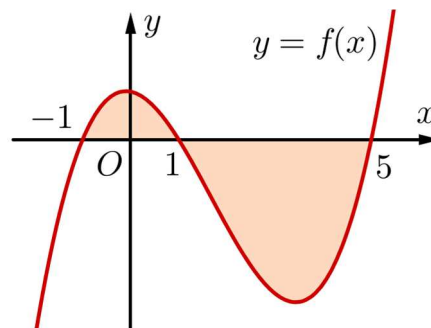
**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = 4$ . Khi đó:



- a) Diện tích  $S$  của hình phẳng  $(H)$  là  $S = \int_{-1}^4 |f(x)| dx$ .
- b) Diện tích  $S$  của hình phẳng  $(H)$  là  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$ .
- c) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thì  $F(1) > F(-1) > F(4)$ .
- d) Thể tích vật thể được tạo thành khi quay  $(H)$  quanh trục hoành là  $V = \int_{-1}^4 [f(x)]^2 dx$ .

**Câu 2:** Cho hình phẳng được tô màu như hình sau. Diện tích hình phẳng được kí hiệu là  $S$ .

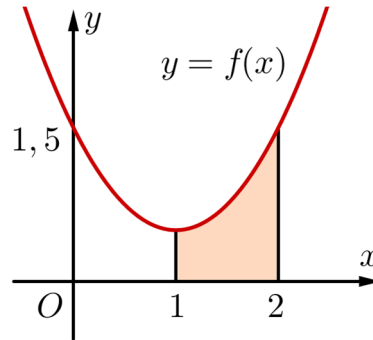


- a) Hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = 5$ .
- b)  $S = \int_{-1}^5 |f(x)| dx$ .

$$\text{c) } S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx.$$

$$\text{d) } S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$$

**Câu 3:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và gọi  $S$  là diện tích hình phẳng được tô màu như hình sau:



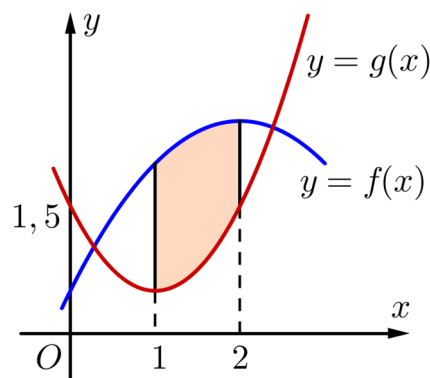
$$\text{a) } S = \int_1^2 f(x) dx.$$

$$\text{b) } S = \int_0^{1,5} |f(x)| dx.$$

$$\text{c) } S = \int_0^{1,5} f(x) dx.$$

$$\text{d) } S = \int_1^2 |f(x)| dx.$$

**Câu 4:** Cho đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và gọi  $S$  là diện tích hình phẳng được tô màu như hình sau.



$$\text{a) } S = \int_1^2 [f(x) - g(x)] dx.$$

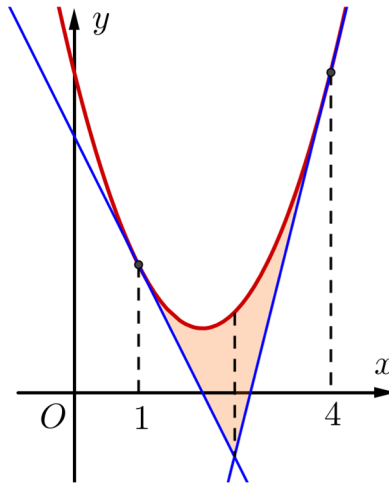
$$\text{b) } S = \int_0^2 [f(x) - g(x)] dx.$$

$$\text{c) } S = \int_1^2 [g(x) - f(x)] dx.$$

$$d) S = \int_1^2 |g(x) - f(x)| dx.$$

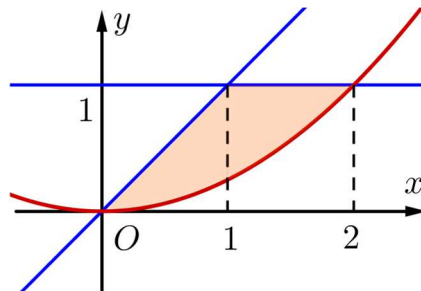
### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x + 5$  và hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số này tại các điểm  $A(1;2)$  và  $B(4;5)$  có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức  $S = a + b$ .



ĐS:

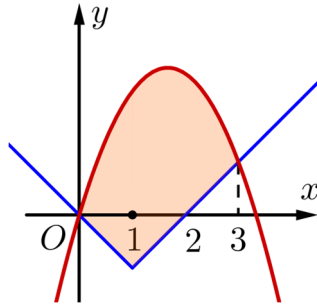
**Câu 2:** Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng  $y = 1$ ,  $y = x$  và đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{4}$  trong miền  $x \geq 0$ ,  $y \leq 1$  có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó  $T = a^2 + b^2$  bằng bao nhiêu?



ĐS:

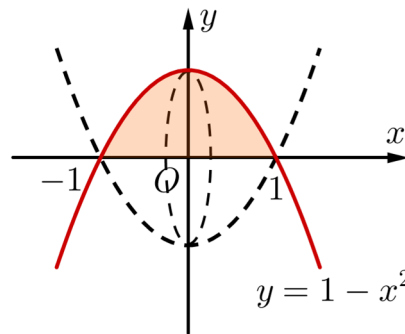
**Câu 3:** Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = \begin{cases} -x & \text{khi } x \leq 1 \\ x-2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$  và  $y = \frac{10}{3}x - x^2$  có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó  $P = a + 2b$  bằng bao nhiêu?





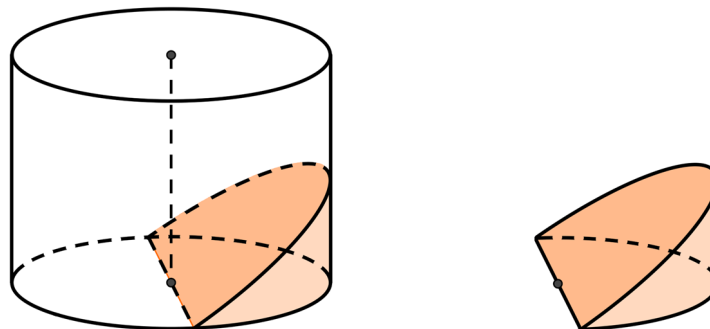
ĐS:

**Câu 4:** Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 1 - x^2$ ,  $y = 0$  quanh trục  $Ox$  có kết quả dạng  $\frac{a\pi}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó  $S = a + b$  bằng bao nhiêu?



ĐS:

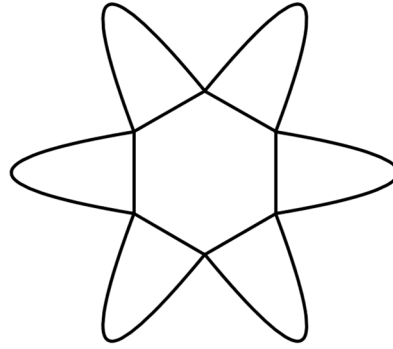
**Câu 5:** Từ một khúc gỗ hình trụ có đường kính 30 cm, người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua đường kính đáy và nghiêng với đáy một góc  $45^\circ$  để lấy một hình nêm (xem hình minh họa dưới đây)



Kí hiệu  $V$  là thể tích của hình nêm. Tính  $V$  ( $\text{cm}^3$ ).

ĐS:

**Câu 6:** Để trang trí cho một phòng trong một tòa nhà, người ta vẽ lên tường một hình như sau: trên mỗi cạnh của hình lục giác đều có cạnh bằng 2 dm có một cánh hoa hình parabol, đỉnh của parabol cách cạnh 3 dm và nằm phía ngoài hình lục giác, đường parabol đó đi qua hai đầu mút của mỗi cạnh (xem hình sau). Hãy tính diện tích của hình nói trên (kể cả hình lục giác đều) để mua sơn trang trí cho phù hợp.

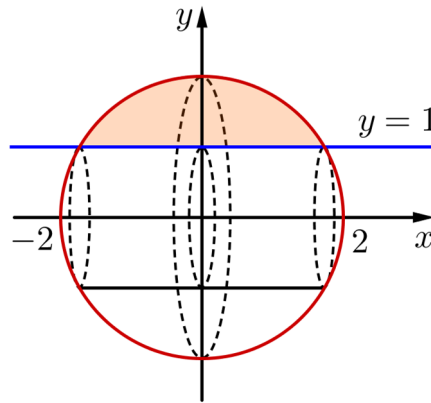


ĐS:

**E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3**

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

**Câu 1:** Cho hình phẳng ( $H$ ) được tô đậm trong hình vẽ bên quay quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:

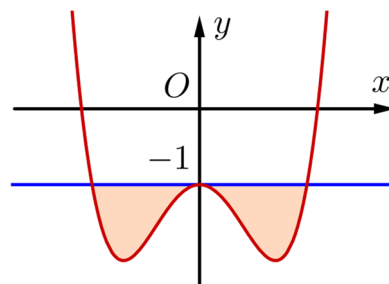


- A.  $V = 4\sqrt{3}\pi$ .      B.  $V = 6\sqrt{3}\pi$ .      C.  $V = 5\sqrt{3}\pi$ .      D.  $V = 2\sqrt{3}\pi$ .

**Câu 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 + 3x$ ,  $y = -x$  và đường thẳng  $x = -2$  là:

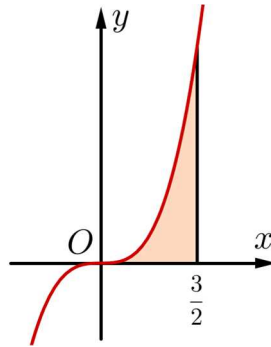
- A. 24.      B. 12.      C. 8.      D. 16.

**Câu 3:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = -1$ ,  $y = x^4 - 2x^2 - 1$  có dạng  $\frac{a\sqrt{2}}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $S = a^2 + b^2$ .



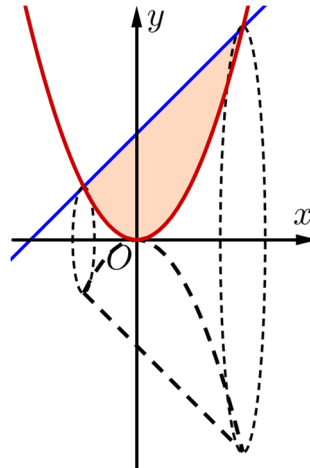
- A.  $S = 61$ .      B.  $S = 793$ .      C.  $S = 481$ .      D.  $S = 745$ .

**Câu 4:** Cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3$ , trục  $Ox$  và đường thẳng  $x = \frac{3}{2}$ . Diện tích của hình phẳng ( $H$ ) là:



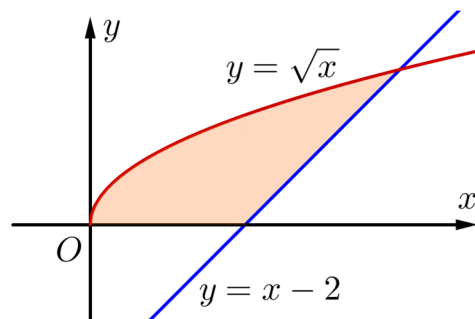
- A.  $\frac{65}{64}$ .                      B.  $\frac{81}{64}$ .                      C.  $\frac{81}{4}$ .                      D. 4.

**Câu 5:** Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x^2$  và  $y = x + 2$  quanh trục  $Ox$  là:



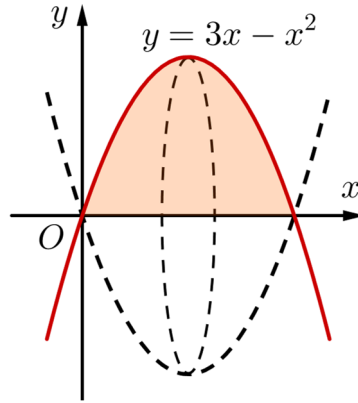
- A.  $\frac{72\pi}{5}$ .                      B.  $\frac{81\pi}{10}$ .                      C.  $\frac{81\pi}{5}$ .                      D.  $\frac{72\pi}{10}$ .

**Câu 6:** Diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ sau là bao nhiêu?



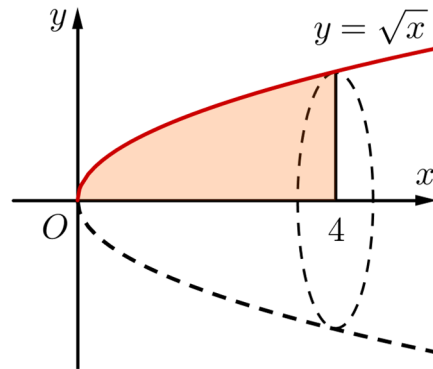
- A.  $\frac{11}{3}$ .                      B.  $\frac{10}{3}$ .                      C.  $\frac{7}{3}$ .                      D.  $\frac{8}{3}$ .

**Câu 7:** Gọi ( $H$ ) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 3x - x^2$  và trục  $Ox$ . Quay ( $H$ ) xung quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:



- A.  $\frac{9}{2}\pi$ .                      B.  $\frac{83}{11}\pi$ .                      C.  $\frac{83}{10}\pi$ .                      D.  $\frac{81}{10}\pi$ .

**Câu 8:** Cho hình (H) giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ,  $x = 4$  và trục hoành  $Ox$ . Quay hình (H) quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:

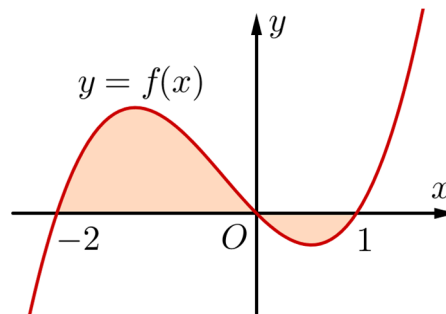


- A.  $\frac{15\pi}{2}$ .                      B.  $\frac{14\pi}{3}$ .                      C.  $8\pi$ .                      D.  $\frac{16\pi}{3}$ .

**Câu 9:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường  $y = x + 1$ ,  $y = \frac{6}{x}$ ,  $x = 1$ . Quay hình (H) quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A.  $\frac{13\pi}{6}$ .                      B.  $\frac{125\pi}{6}$ .                      C.  $\frac{35\pi}{3}$ .                      D.  $18\pi$ .

**Câu 10:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình sau. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm) được tính bởi công thức:

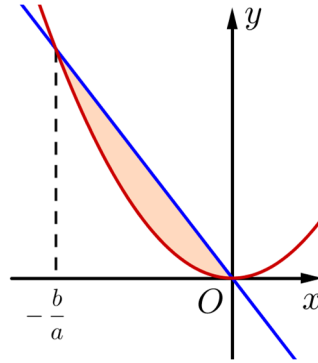


- A.  $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$ .                      B.  $S = \int_{-2}^1 f(x) dx$ .

C.  $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx.$

D.  $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx.$

**Câu 11:** Cho  $a, b$  là hai số thực dương. Gọi  $(H)$  là hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ hai, giới hạn bởi parabol  $y = ax^2$  và đường thẳng  $y = -bx$ . Thể tích khối tròn xoay tạo được khi quay  $(H)$  quanh trục hoành là một số không phụ thuộc vào giá trị của  $a, b$  nếu  $a, b$  thỏa điều kiện nào sau đây?



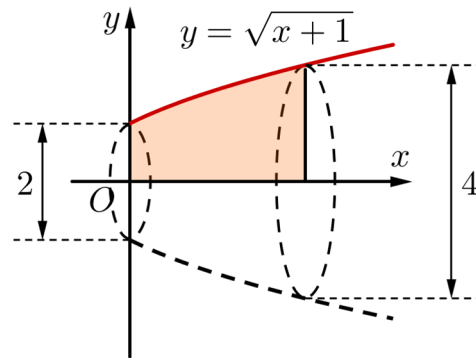
A.  $b^4 = 2a^5.$

B.  $b^4 = 2a^2.$

C.  $b^3 = 2a^5.$

D.  $b^5 = 2a^3.$

**Câu 12:** Một bác thợ gốm làm một cái chậu trồng cây, phần trong chậu cây có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng được tô đậm như hình sau quanh trục  $Ox$  (đơn vị trên trục là decimet), biết đường cong trong hình là đồ thị của hàm số  $y = \sqrt{x+1}$ , đáy chậu và miệng chậu có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm. Dung tích của chậu là bao nhiêu (làm tròn kết quả nếu cần thiết)?



A. 25,13 lít.

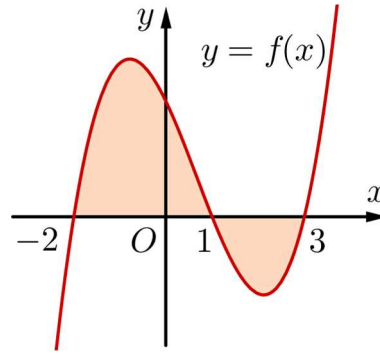
B. 23,56 lít.

C. 14,66 lít.

D. 7,5 lít.

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x), y = 0, x = -2, x = 3$  (như hình vẽ) và  $V$  là thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng đó quanh trục  $Ox$ .



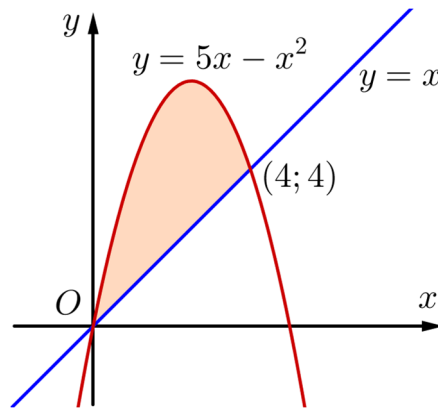
a)  $S = \int_{-2}^3 f(x) dx.$

b)  $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$

c)  $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 |f(x)| dx.$

d)  $V = \pi \int_{-2}^1 f^2(x) dx - \pi \int_1^3 f^2(x) dx.$

**Câu 2:** Cho hình phẳng ( $H$ ) được tô đậm trong hình dưới đây.



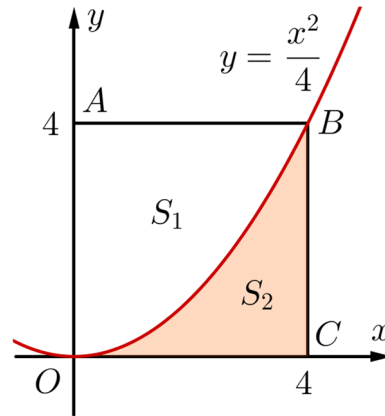
a) Hình phẳng ( $H$ ) được giới hạn bởi các đường  $y = 5x - x^2$ ,  $y = x$ ,  $x = 0$ ,  $x = 4$ .

b) Hình phẳng ( $H$ ) được giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = 5x - x^2$ ,  $y = x$ .

c) Diện tích hình phẳng ( $H$ ) là  $\int_0^4 (-x^2 + 4x) dx$ .

d) Thể tích khối tròn xoay khi quay ( $H$ ) quanh trục  $Ox$  là 241 (làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 3:** Hình vuông  $OABC$  có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong ( $C$ ) có phương trình  $y = \frac{1}{4}x^2$ . Gọi  $S_1$ ,  $S_2$  lần lượt là diện tích của phần không tô đậm và tô đậm như hình vẽ sau.



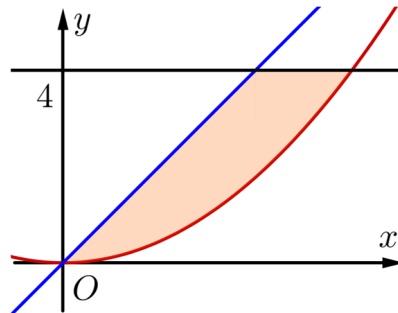
a)  $S_2 = \frac{x^3}{12} \Big|_0^4$ .

b)  $S_1 = \int_0^4 \left( \frac{x^2}{4} - 4 \right) dx$ .

c)  $0 < S_1 < 2S_2$ .

d) Tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  là một số nguyên.

**Câu 4:** Xét một phần hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi các đường thẳng  $y = x$ ,  $y = 4$  và đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{9}$  như phần tô đậm trong hình sau.



a)  $S_{(H)} = \int_0^4 \left| x - 4 - \frac{x^2}{9} \right| dx$ .

b)  $S_{(H)} = \int_0^6 \left| x - 4 - \frac{x^2}{9} \right| dx$ .

c)  $S_{(H)} = \int_0^4 \left( \frac{x^2}{9} - x \right) dx + \int_4^6 \left( \frac{x^2}{9} - 4 \right) dx$ .

d)  $S_{(H)} = 16$ .

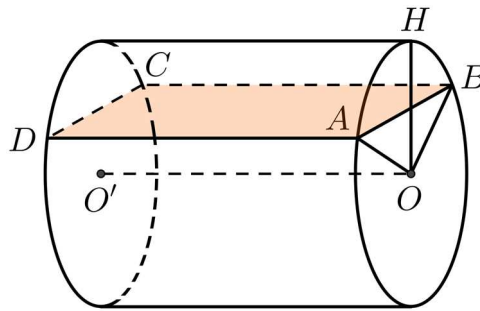
### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Một thùng rượu (xét phần bên trong) có 2 đáy là các hình tròn với bán kính là 30 cm, thiết diện  $(P)$  vuông góc với trục nối tâm của 2 đáy và cách đều 2 đáy có bán kính là 40 cm (bên trong), chiều cao thùng rượu là 1 m (hình vẽ). Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh (bên trong) thùng rượu theo các đường parabol có đỉnh nằm trên mặt phẳng  $(P)$ , hỏi dung tích của thùng rượu (đơn vị: lít) là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



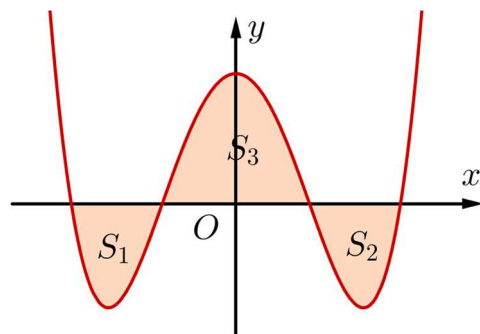
ĐS:

**Câu 2:** Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là 5m, có bán kính đáy 1m. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với 0,5m của đường kính đáy. Tính thể tích của lượng dầu còn lại trong bồn (theo đơn vị  $m^3$ ).



ĐS:

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + m$  có đồ thị  $(C)$  với  $m$  là tham số. Giả sử  $(C)$  cắt trục  $Ox$  tại 4 điểm phân biệt như hình vẽ:

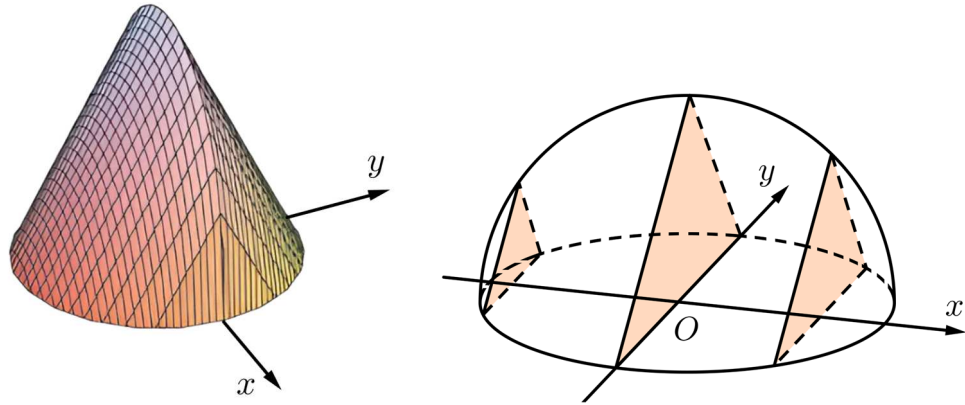


Gọi  $S_1, S_2$  và  $S_3$  là diện tích các miền được tô đậm trên hình vẽ. Tìm  $m$  để  $S_1 + S_2 = S_3$ .

ĐS:

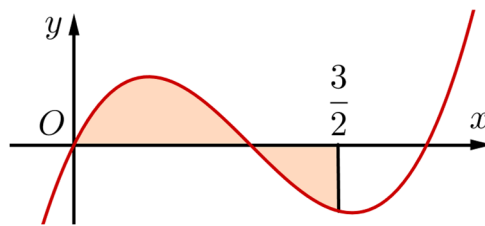
**Câu 4:** Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn  $x^2 + y^2 = 16$ , cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  ta được thiết diện là tam giác đều. Khi đó thể tích của vật thể có dạng  $\frac{a\sqrt{3}}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $S = a + b$ .





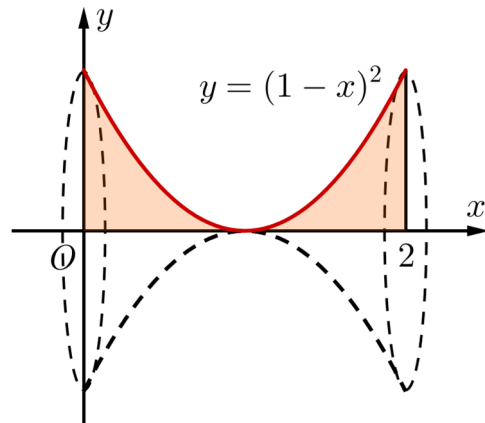
ĐS:

**Câu 5:** Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ , trục tung, trục hoành, đường thẳng  $x = \frac{3}{2}$  có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $T = ab$ .



ĐS:

**Câu 6:** Biết thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay xung quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = (1-x)^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  có dạng  $\frac{a\pi}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức  $S = 24a + 12b$ .

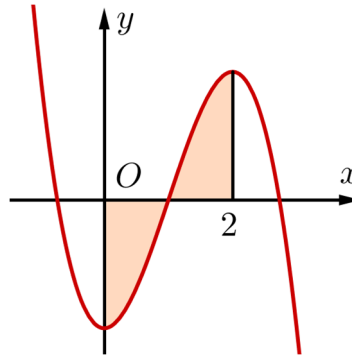


ĐS:

## F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4

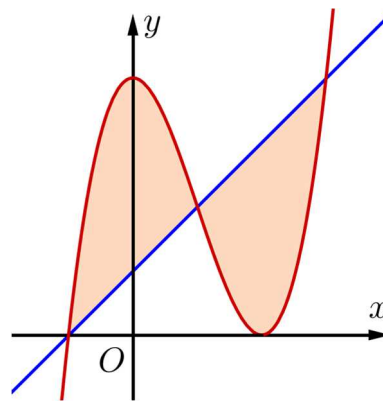
### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Diện tích  $S$  của hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ , hai trục tọa độ và đường thẳng  $x = 2$  là:



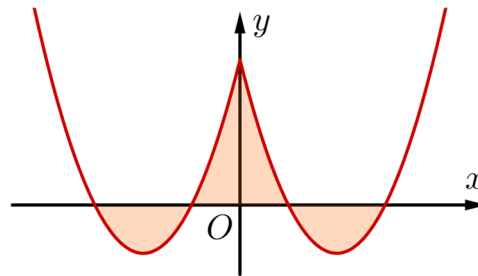
- A.  $\frac{19}{2}$ .                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D.  $\frac{9}{2}$ .

**Câu 2:** Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4$  và đường thẳng  $x - y + 1 = 0$ .



- A. 8.                      B. 4.                      C. 6.                      D. 0.

**Câu 3:** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4|x| + 3$  và trục hoành bằng:

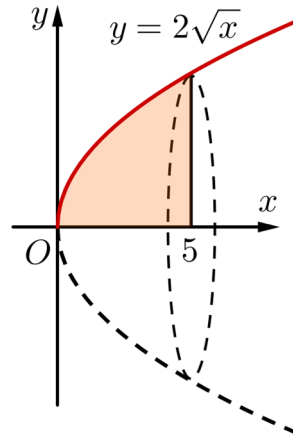


- A.  $\frac{16}{3}$ .                      B.  $\frac{14}{3}$ .                      C.  $\frac{13}{3}$ .                      D.  $\frac{17}{3}$ .

**Câu 4:** Cho đồ thị (C):  $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 2x - 2m - \frac{1}{3}$ . Giá trị  $m \in \left(0; \frac{5}{6}\right)$  sao cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành  $y = 0$  và các đường thẳng  $x = 0, x = 2$  có diện tích bằng 4 là:

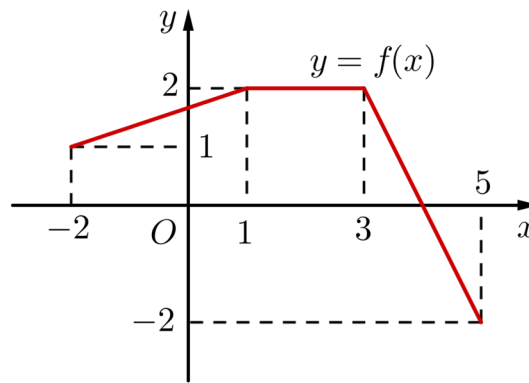
- A.  $m = \frac{3}{4}$ .                      B.  $m = \frac{1}{2}$ .                      C.  $m = \frac{2}{3}$ .                      D.  $m = \frac{1}{4}$ .

**Câu 5:** Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 2\sqrt{x}$ , đường thẳng  $x = 5$  và trục hoành. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:



- A.  $\frac{20\pi}{3}$ .      B.  $\frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$ .      C.  $25\pi$ .      D.  $50\pi$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đồ thị trên đoạn  $[-2; 5]$  như hình sau. Tính giá trị của tích phân  $\int_{-2}^5 |f(x)| dx$ .

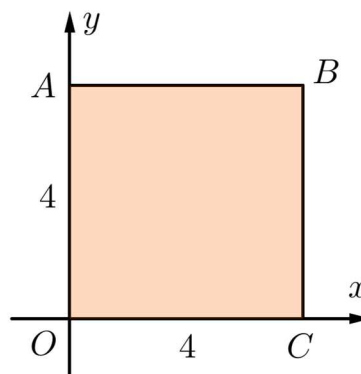


- A.  $\frac{21}{2}$ .      B.  $\frac{17}{2}$ .      C.  $\frac{19}{2}$ .      D.  $\frac{15}{2}$ .

**Câu 7:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ) được tính bởi công thức:

- A.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .      B.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .      C.  $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$ .      D.  $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

**Câu 8:** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho hình vuông  $OABC$  có cạnh bằng 4 như hình sau. Đồ thị hàm số nào sau đây chia hình vuông thành 2 phần có diện tích một phần gấp đôi phần còn lại?



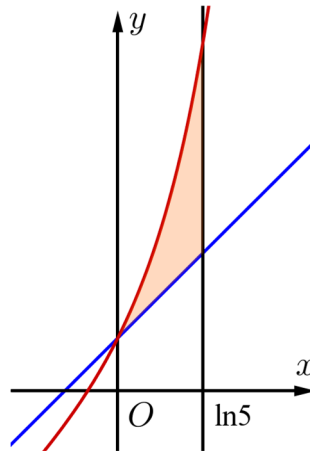
A.  $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ .

B.  $y = 2^x$ .

C.  $y = \frac{x^2}{4}$ .

D.  $y = \frac{x^2}{2}$ .

**Câu 9:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường (C):  $y = e^x + x$ ,  $\Delta: x - y + 1 = 0$  và đường thẳng  $x = \ln 5$  là:



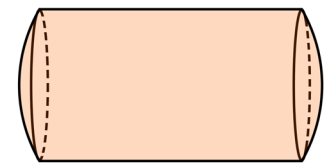
A.  $S = 5 + \ln 4$ .

B.  $S = 5 - \ln 4$ .

C.  $S = 4 + \ln 5$ .

D.  $S = 4 - \ln 5$ .

**Câu 10:** Từ một quả cầu bằng đá trắng sứ bán kính bằng 1 dm, người ta khoan rút lõi ngay “chính giữa” quả cầu (trục đối xứng của lõi và quả cầu trùng nhau) như hình sau với đường kính mũi khoan là 1 dm được một vật thể có thể tích  $V$  là bao nhiêu (bỏ qua độ dày mũi khoan)?



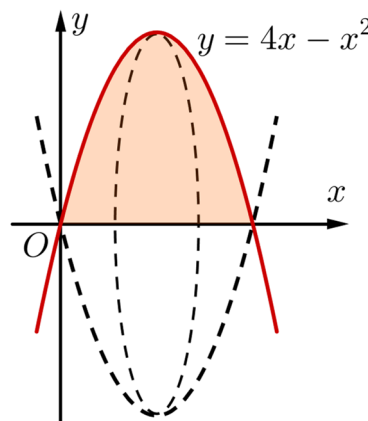
A.  $V = \frac{\sqrt{3}}{2} \pi \text{ dm}^3$ .

B.  $V = \frac{8 - 3\sqrt{3}}{6} \pi \text{ dm}^3$ .

C.  $V = \frac{8 + 3\sqrt{3}}{6} \pi \text{ dm}^3$ .

D.  $V = \frac{3\sqrt{3}}{2} \pi \text{ dm}^3$ .

**Câu 11:** Thể tích khối tròn xoay nhận được khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = 4x - x^2$  và trục hoành quanh trục hoành bằng:



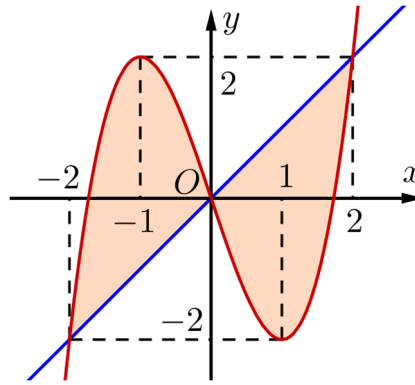
A.  $\frac{512\pi}{15}$ .

B.  $\frac{256\pi}{15}$ .

C.  $\frac{32\pi}{3}$ .

D.  $\frac{16\pi}{3}$ .

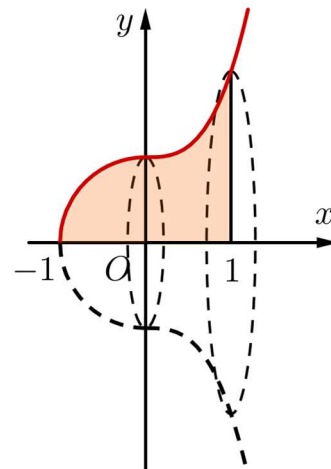
**Câu 12:** Miền tô đậm ở trong hình vẽ bên được giới hạn bởi các đường nào dưới đây và diện tích của miền đó là bao nhiêu?



- A.  $y = x^3 + 3x, y = x; S = 16.$
- B.  $y = x^3 - 3x, y = x; S = 4.$
- C.  $y = x^3 - 3x, y = 2x; S = 12.$
- D.  $y = x^3 - 3x, y = x; S = 8.$

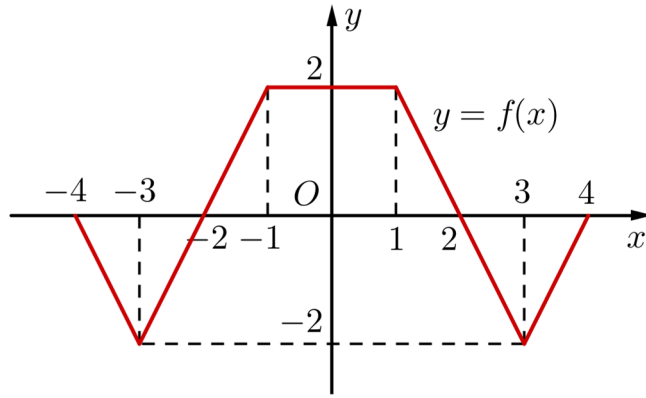
**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1:** Giả sử chiếc nón rộng vành sau có thể mô hình hóa bằng cách cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \begin{cases} x^3 + 1 & \text{khi } 0 < x \leq 1 \\ \sqrt{1-x^2} & \text{khi } -1 \leq x \leq 0 \end{cases}$ , trục  $Ox$  và các đường thẳng  $x = -1$  và  $x = 1$  quay quanh trục  $Ox$  (đơn vị trên trục là dm).



- a) Diện tích hình phẳng ( $H$ ) được tính theo công thức  $S = \int_{-1}^1 |\sqrt{1-x^2} + x^3 + 1| dx.$
- b) Diện tích thiết diện qua trục đối xứng của khối tròn xoay trên là  $\frac{\pi + 5}{2} \text{ dm}^2.$
- c) Công thức tính thể tích khối tròn xoay trên là  $V = \pi \int_0^{-1} (x^2 - 1) dx + \pi \int_0^1 (x^6 + 2x^3 + 1) dx.$
- d) Nếu thể tích của khối tròn xoay có dạng  $\frac{a\pi}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản thì  $a + b = 139.$

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đồ thị trên đoạn  $[-4; 4]$  như hình sau:



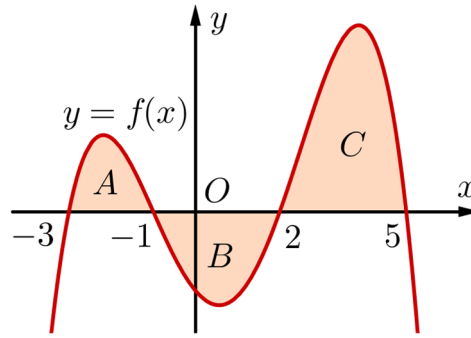
- a)  $\int_0^4 |f(x)| dx = 5.$
- b)  $\int_{-4}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx = 0.$
- c)  $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-4}^{-2} |f(x)| dx + \int_2^4 |f(x)| dx.$
- d)  $\int_{-3}^3 |f(x)| dx = 8.$

**Câu 3:** Một cái trứng khủng long đồ chơi là một khối tròn xoay được tạo thành từ 2 mảnh ghép lại. Biết mảnh trên được tạo thành khi xoay một phần tư đường elip với trục lớn là 8 và trục nhỏ là 4 quanh trục  $Ox$  và mảnh dưới được tạo thành khi xoay một phần tư đường tròn bán kính 2 quanh trục  $Ox$  như hình sau (bỏ qua độ dày của vỏ trứng).



- a) Thể tích phần trong của mảnh trên được tính bởi  $V_1 = \frac{\pi}{4} \int_{-4}^0 (16 - x^2) dx.$
- b) Thể tích phần trong của mảnh trên gấp 2 lần thể tích phần trong của mảnh dưới.
- c) Thể tích phần trong của quả trứng đồ chơi này là  $16\pi.$
- d) Diện tích thiết diện khi cắt bởi mặt phẳng qua trục của quả trứng là  $3\pi.$

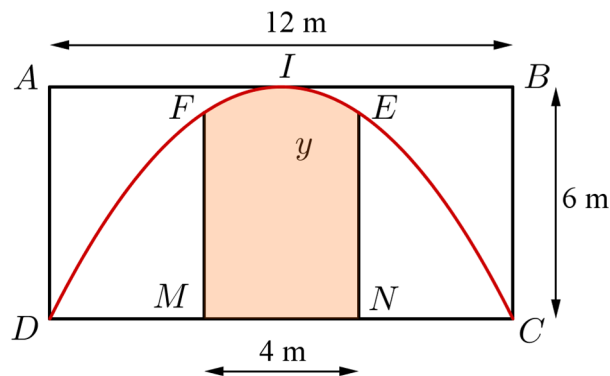
**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đồ thị như hình sau. Biết diện tích các miền  $A, B, C$  lần lượt là  $S_A = 2,35; S_B = 4,3; S_C = 8,35.$



- a)  $\int_{-3}^2 f(x) dx = 6,65$ .
- b)  $\int_{-1}^5 |f(x)| dx = 12,65$ .
- c)  $\int_{-3}^5 [f(x) + 1] dx = 7,4$ .
- d)  $\int_{-1}^5 [2x + f(x)] dx = 16,05$ .

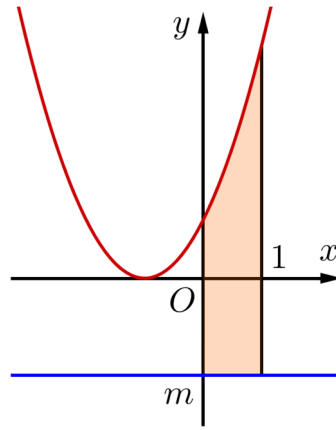
### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Một công ty quảng cáo muốn làm một bức tranh trang trí hình  $MNEIF$  ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật  $ABCD$  có chiều cao  $BC = 6$  m, chiều dài  $CD = 12$  m (hình vẽ bên). Cho biết  $MNEIF$  là hình chữ nhật có  $MN = 4$  m; cung  $EIF$  có hình dạng là một phần của parabol có đỉnh  $I$  là trung điểm của cạnh  $AB$  và đi qua 2 điểm  $C, D$ . Đơn giá làm bức tranh là 900.000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi công ty đó cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh đó (đơn vị: triệu đồng)?



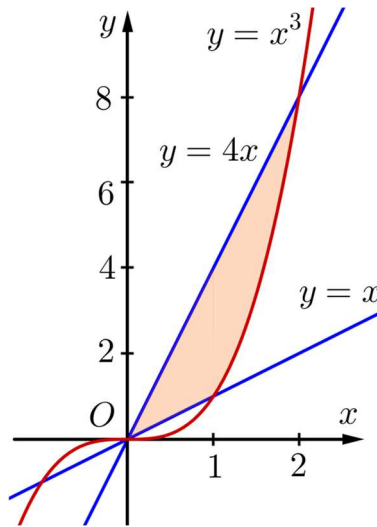
ĐS:

**Câu 2:** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x^2 + 2x + 1$ ,  $y = m$  ( $m < 0$ ) và 2 đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 1$ . Khi  $S = 4$  thì giá trị của  $m$  có dạng  $-\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức  $T = ab$ .



ĐS:

**Câu 3:** Biết hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng  $y = 4x$ ,  $y = x$  và đồ thị hàm số  $y = x^3$  có diện tích là  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó giá trị biểu thức  $S = a + b$  bằng bao nhiêu?



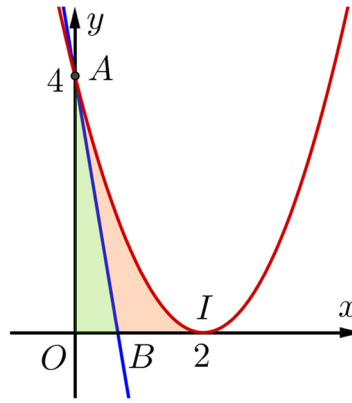
ĐS:

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = x^3$  có đồ thị  $(C)$ . Tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $M(a; b)$  (với  $a > 0$ ) tạo với  $(C)$  một hình phẳng có diện tích bằng 27. Khi đó  $S = a^2 + b^2$  bằng bao nhiêu?

ĐS:

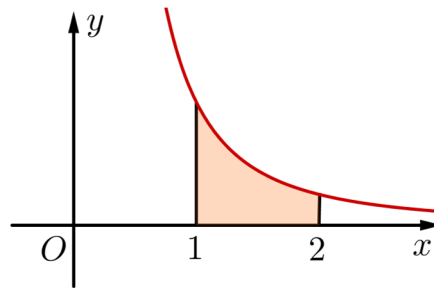
**Câu 5:** Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x + 4$ , trục tung và trục hoành. Xác định  $k$  để đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(0; 4)$  có hệ số góc  $k$  chia  $(H)$  thành hai phần có diện tích bằng nhau.





ĐS:

**Câu 6:** Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{x^2}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = 2$  bằng bao nhiêu?

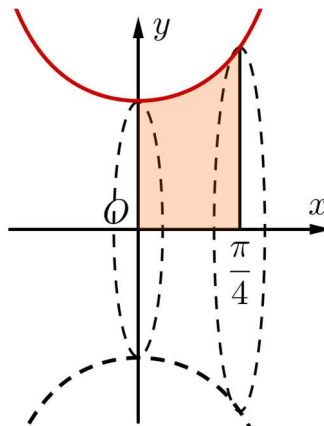


ĐS:

### G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5

#### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Tính thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{\cos x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = \frac{\pi}{4}$ .



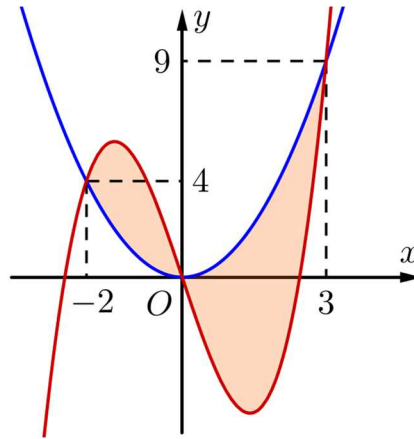
A.  $\frac{\pi}{2}$ .

B.  $\frac{\pi}{3}$ .

C.  $\pi$ .

D.  $2\pi$ .

**Câu 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x^3 - 6x, y = x^2$  (phần tô đậm trong hình sau) bằng:



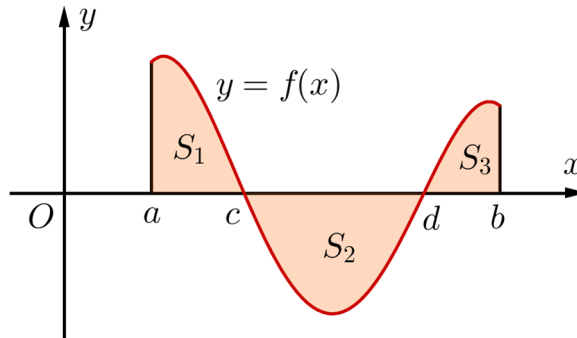
A.  $S = \int_{-2}^0 (x^3 - 6x - x^2) dx$ .

B.  $S = \int_{-2}^3 (x^3 - 6x - x^2) dx$ .

C.  $S = \int_{-2}^9 (x^2 - x^3 + 6x) dx$ .

D.  $S = \int_{-2}^0 (x^3 - 6x - x^2) dx - \int_0^3 (x^3 - 6x - x^2) dx$ .

**Câu 3:** Diện tích của hình phẳng (phần tô đậm) trong hình dưới được tính bởi công thức:



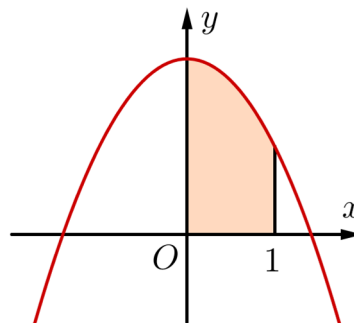
A.  $\int_a^c f(x) dx - \int_c^d f(x) dx + \int_d^b f(x) dx$ .

B.  $\int_a^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx + \int_d^b f(x) dx$ .

C.  $-\int_a^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx - \int_d^b f(x) dx$ .

D.  $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$ .

**Câu 4:** Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 1$  là:



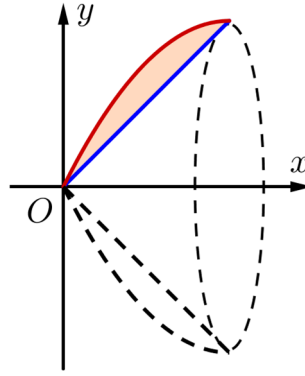
A.  $\int_0^2 (-x^2 + 2) dx$ .

B.  $\int_1^0 (-x^2 + 2) dx$ .

C.  $\int_0^1 (-x^2 + 2) dx$ .

D.  $\int_2^0 (-x^2 + 2) dx$ .

**Câu 5:** Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = 2x - x^2$ ,  $y = x$  khi quay quanh trục  $Ox$  tạo thành khối tròn xoay có thể tích được tính bởi công thức:



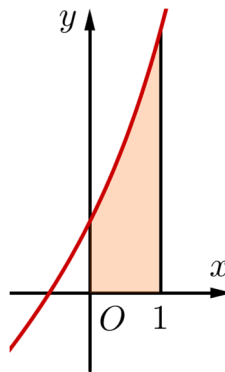
A.  $\pi \int_0^1 x^2 dx$ .

B.  $\pi \int_0^1 (2x - x^2)^2 dx$ .

C.  $\pi \int_0^1 (x - x^2)^2 dx$ .

D.  $\pi \int_0^1 (2x - x^2)^2 dx - \pi \int_0^1 x^2 dx$ .

**Câu 6:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = e^x + x$ , trục hoành, trục tung và đường thẳng  $x = 1$  là:



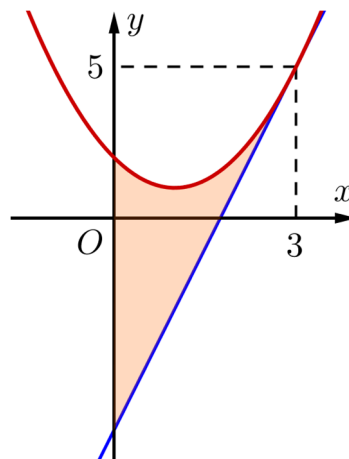
A.  $S = e + \frac{1}{2}$ .

B.  $S = e - \frac{1}{2}$ .

C.  $S = e + 1$ .

D.  $S = e - 1$ .

**Câu 7:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = x^2 - 2x + 2$ , tiếp tuyến với nó tại điểm  $M(3;5)$  và trục  $Oy$  bằng:



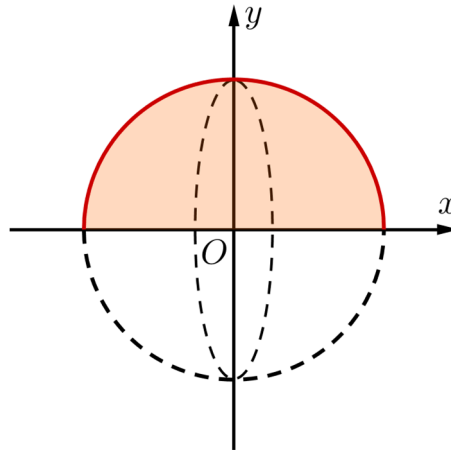
A. 4.

B. 27.

C. 9.

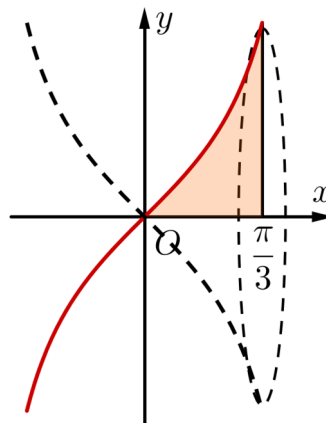
D. 12.

**Câu 8:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{1-x^2}$ ,  $y = 0$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



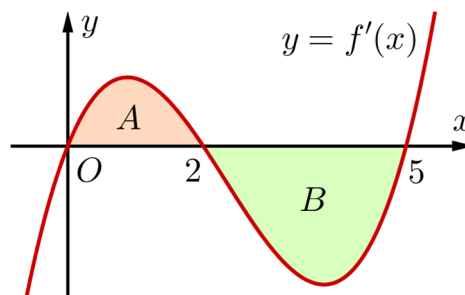
- A.  $\frac{3\pi}{2}$ .      B.  $\frac{2\pi}{3}$ .      C.  $\frac{\pi}{2}$ .      D.  $\frac{4\pi}{3}$ .

**Câu 9:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \tan x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{3}$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



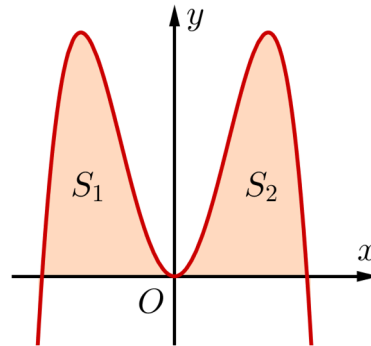
- A.  $V = \pi \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ .      B.  $V = \pi^2 \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ .      C.  $V = \pi \left( \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$ .      D.  $V = \pi^2 \left( \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị của đạo hàm  $y = f'(x)$  là đường cong trong hình sau. Biết rằng diện tích của các phần hình phẳng  $A$  và  $B$  lần lượt là  $S_A = 2$  và  $S_B = 3$ . Nếu  $f(0) = 4$  thì giá trị của  $f(5)$  bằng:



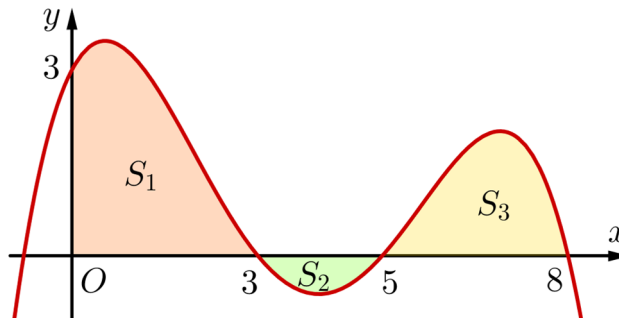
- A. 3.      B. 5.      C. 9.      D. -1.

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = -x^4 + mx^2$  ( $m > 0$ ) có đồ thị  $(C)$ . Biết  $(C)$  cắt trục  $Ox$  tại 3 điểm phân biệt và gọi  $S_1, S_2$  là diện tích các phần hình phẳng như hình sau. Khi  $m = m_0$  thì  $S_1 + S_2 = \frac{10\sqrt{5}}{3}$ , hỏi giá trị  $m_0$  thuộc khoảng nào sau đây?



- A. (2;3).                      B. (4;5).                      C. (5;6).                      D. (3;4).

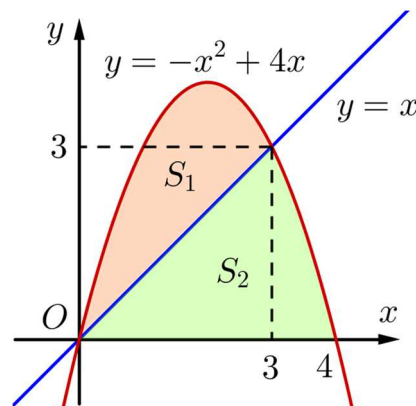
**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0;8]$  và có đồ thị như hình vẽ sau. Trong các giá trị sau, giá trị nào lớn nhất?



- A.  $\int_3^8 f(x) dx$ .                      B.  $\int_0^8 f(x) dx$ .                      C.  $\int_0^3 f(x) dx$ .                      D.  $\int_0^5 f(x) dx$ .

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1:** Cho  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích các hình phẳng  $(H_1), (H_2)$  được mô tả trong hình sau:



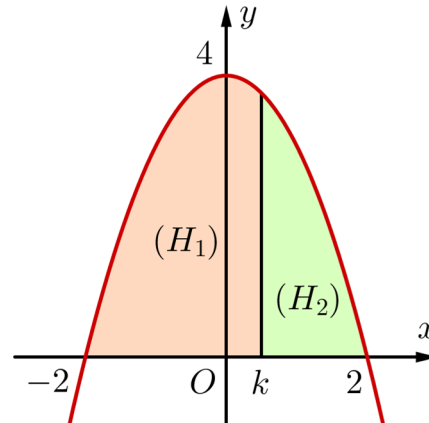
a)  $S_1 = \int_0^3 |-x^2 + 4x| dx$ .

b)  $S_2 = \int_0^4 |x^2 - 4x| dx - S_1$ .

c)  $S_2 = \int_3^4 (-x^2 + 4x) dx + \frac{9}{2}$ .

d) Thể tích khối tròn xoay khi quay  $(H_2)$  quanh trục  $Ox$  nhỏ hơn 30.

**Câu 2:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi parabol  $y = 4 - x^2$  và trục hoành. Đường thẳng  $x = k$  ( $-2 < k < 2$ ) chia  $(H)$  thành 2 phần  $(H_1)$ ,  $(H_2)$  lần lượt có diện tích  $S_1, S_2$  như hình vẽ sau:



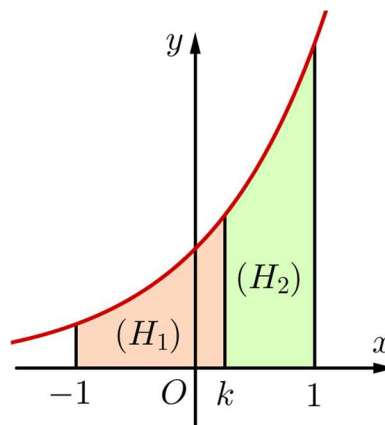
a) Khi  $k = 1$  thì  $S_1 = 9$ .

b) Biết với  $k = \frac{a}{b}$  (với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản) thì  $S_2 = \frac{27}{8}$ . Khi đó  $P = 24a + 12b = 84$ .

c) Không có giá trị thực nào của  $k$  để các diện tích  $S_1, S_2$  đồng thời là các số nguyên.

d) Nếu  $S_1 = \frac{20}{7} S_2$  thì giá trị  $k$  thuộc khoảng  $(0; 1)$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = e^x$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = -1, x = 1$ . Đường thẳng  $x = k$  ( $-1 < k < 1$ ) chia hình  $(H)$  thành 2 phần  $(H_1)$ ,  $(H_2)$  với diện tích lần lượt là  $S_1, S_2$  như hình sau:



a) Diện tích hình phẳng  $(H)$  là  $S = e + \frac{1}{e}$ .

b) Nếu  $S_1 = S_2$  thì  $k < \frac{1}{2}$ .

c) Để thể tích khối tròn xoay khi quay  $(H_1)$  quanh trục  $Ox$  nhỏ hơn  $e^2$  thì  $k < \frac{1}{2} \ln \left( \frac{2e^2}{\pi} + \frac{1}{e^2} \right)$ .

d) Nếu  $S_1 > S_2$  thì  $V_1 > V_2$  (với  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích khối tròn xoay khi quay  $(H_1), (H_2)$  quay trục  $Ox$ ).

**Câu 4:** Cho các hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x), y = g(x), x = a, x = b$ ;  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x) - 2, y = g(x) - 2, x = a, x = b$ ;  $S_3$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 3f(x), y = 3g(x), x = a, x = b$ .

a)  $S_3 = 3S_1$ .

b)  $S_3 = 3S_2$ .

c)  $S_1 = S_2 - 2$ .

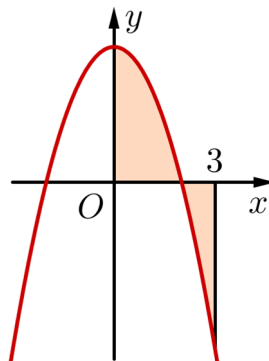
d)  $4S_3^2 = 9(S_1 + S_2)^2$ .

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$  và  $y = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$  có dạng  $\frac{a}{b}$  (với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Tích  $T = ab$  bằng bao nhiêu?

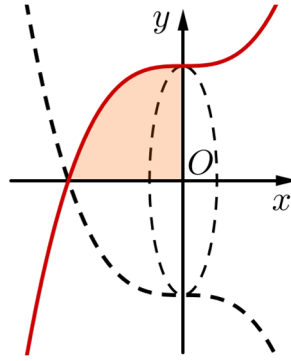
ĐS:

**Câu 2:** Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 4$ , đường thẳng  $x = 3$ , trục tung và trục hoành có dạng  $\frac{a}{b}$  (với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Giá trị biểu thức  $P = a^2 + b^2$  bằng bao nhiêu?



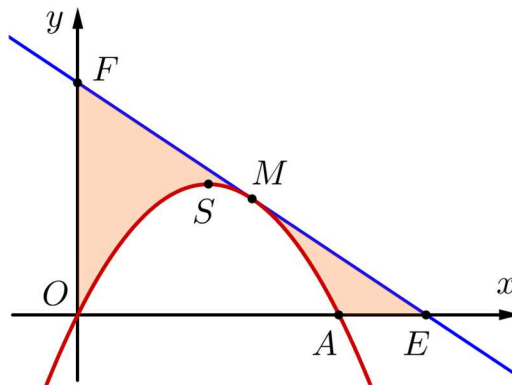
ĐS:

**Câu 3:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 + 1$  và hai trục  $Ox, Oy$ . Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$  bằng bao nhiêu?



ĐS:

**Câu 4:** Cho parabol  $(P)$ :  $y = -x^2 + 2x$  có đỉnh  $S$ ,  $A$  là giao điểm khác  $O$  của  $(P)$  và trục hoành.  $M$  là điểm di động trên  $(P)$  từ  $S$  đến  $A$ , tiếp tuyến của  $(P)$  tại  $M$  cắt  $Ox$ ,  $Oy$  lần lượt tại  $E$ ,  $F$ . Biết giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích 2 tam giác cong  $MOF$  và  $MAE$  có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính tổng  $a + b$ .



ĐS:

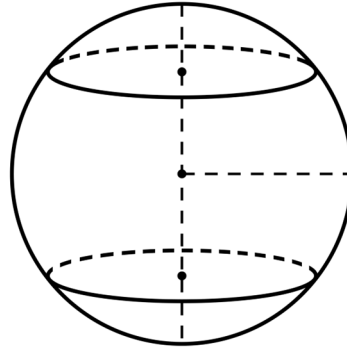
**Câu 5:** Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hoá có dạng hình parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cường lực cho vòm cửa này. Hãy tính diện tích (mét vuông) mặt kính cần lắp vào biết rằng vòm cửa cao 8 m và rộng 8m (như hình vẽ).



ĐS:

**Câu 6:** Một khối cầu có bán kính là 5 dm, người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng 3 dm. Tính thể tích (đơn vị: lít) của khối cầu sau khi cắt bỏ hai phần đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



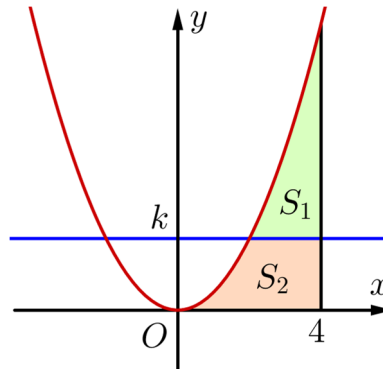


ĐS:

## H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6

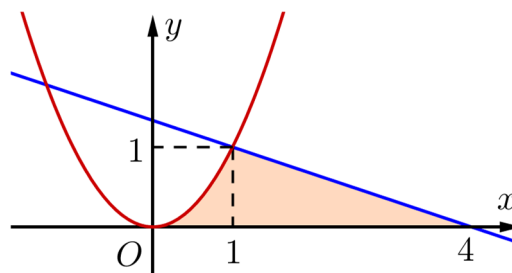
### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi các đường  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 4$ . Đường thẳng  $y = k$  ( $0 < k < 16$ ) chia hình ( $H$ ) thành hai phần có diện tích  $S_1, S_2$  (hình vẽ). Tìm  $k$  để  $S_1 = S_2$ .



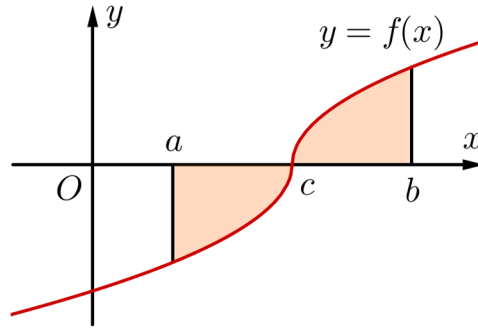
- A.  $k = 3$ .                      B.  $k = 8$ .                      C.  $k = 4$ .                      D.  $k = 5$ .

**Câu 2:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2$ ,  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$  và trục hoành như hình vẽ sau:



- A.  $\frac{7}{3}$ .                      B.  $\frac{56}{3}$ .                      C.  $\frac{39}{2}$ .                      D.  $\frac{11}{6}$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và có đồ thị cắt trục hoành tại điểm  $x = c$  (như hình vẽ). Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .

B.  $S = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$ .

C.  $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ .

D.  $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ .

**Câu 4:** Tính thể tích  $V$  của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x = 1$  và  $x = 3$ , biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $1 \leq x \leq 3$ ) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là  $3x$  và  $\sqrt{3x^2}$ .

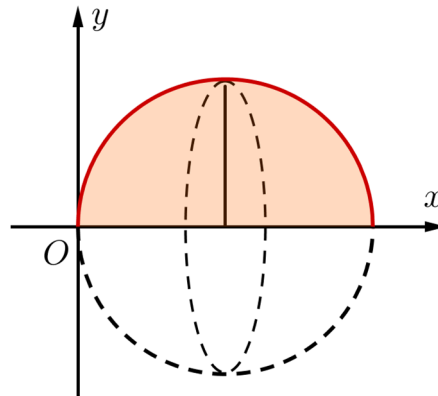
A.  $V \approx 1307$ .

B.  $V \approx 141$ .

C.  $V \approx 45$ .

D.  $V \approx 4105$ .

**Câu 5:** Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình  $(H)$  quanh trục  $Ox$  với  $(H)$  được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{4x - x^2}$  và trục hoành.



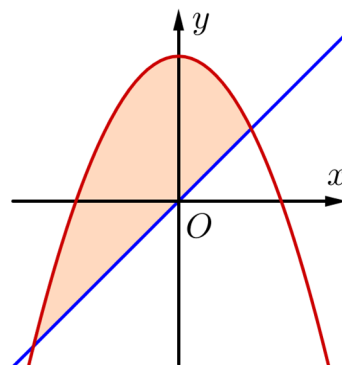
A.  $\frac{35\pi}{3}$ .

B.  $\frac{31\pi}{3}$ .

C.  $\frac{32\pi}{3}$ .

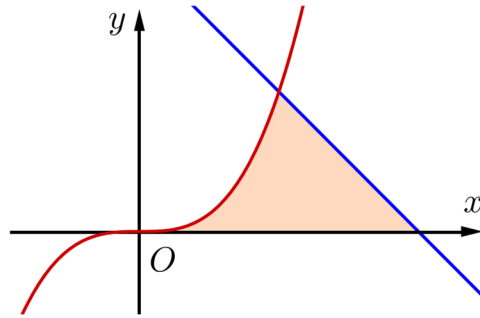
D.  $\frac{34\pi}{3}$ .

**Câu 6:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 2 - x^2$  và đường thẳng  $y = x$ .



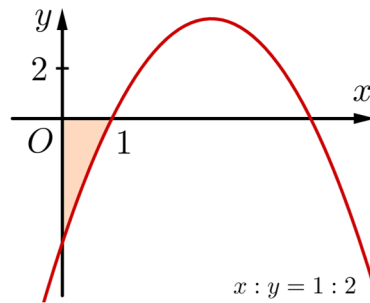
- A. 5.                      B. 7.                      C.  $\frac{9}{2}$ .                      D.  $\frac{11}{2}$ .

**Câu 7:** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3$ ,  $y = 2 - x$  và  $y = 0$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?



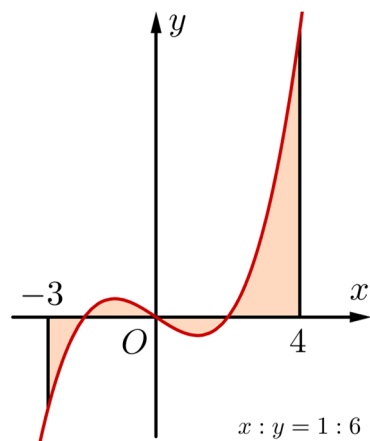
- A.  $S = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x-2) dx$ .                      B.  $S = \int_0^1 |x^3 - (2-x)| dx$ .
- C.  $S = \frac{1}{2} + \int_0^1 x^3 dx$ .                      D.  $S = \left| \int_0^2 (x^3 + x - 2) dx \right|$ .

**Câu 8:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 6x - 5$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 1$  là:



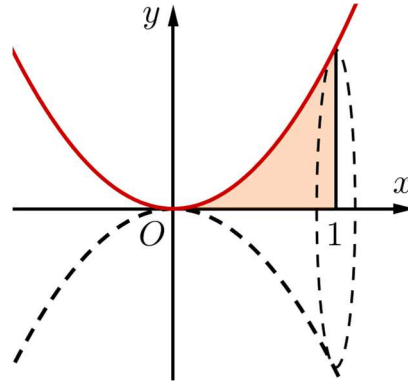
- A.  $\frac{5}{2}$ .                      B.  $\frac{7}{3}$ .                      C.  $\frac{7}{6}$ .                      D.  $\frac{5}{4}$ .

**Câu 9:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - 4x$ , trục  $Ox$  và các đường thẳng  $x = -3$ ,  $x = 4$  bằng:



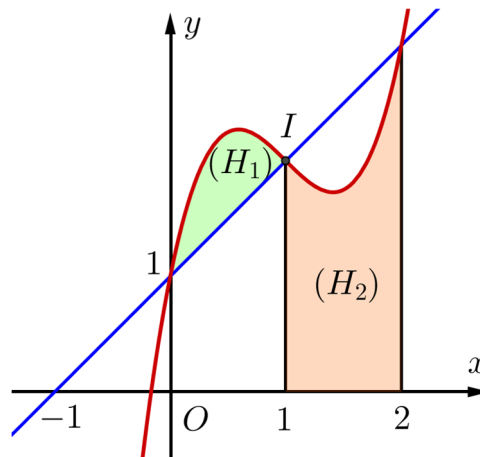
- A.  $\frac{119}{4}$ .                      B. 44.                      C. 36.                      D.  $\frac{201}{4}$ .

**Câu 10:** Cho hình  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2$ ,  $x = 1$  và trục hoành. Quay hình  $(H)$  quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:



- A.  $\frac{\pi}{5}$ .                      B.  $\frac{\pi}{3}$ .                      C.  $\frac{2\pi}{3}$ .                      D.  $\frac{2\pi}{5}$ .

**Câu 11:** Cho hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d : y = mx + n$  như hình sau. Biết  $d$  đi qua tâm đối xứng  $I$  của  $(C)$ . Gọi  $(H_1)$  là hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ ,  $d$  và các đường thẳng  $x = 0, x = 1$ ;  $(H_2)$  là hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1, x = 2$ . Nếu diện tích của  $(H_1)$  bằng  $\frac{1}{2}$  thì diện tích của  $(H_2)$  bằng:



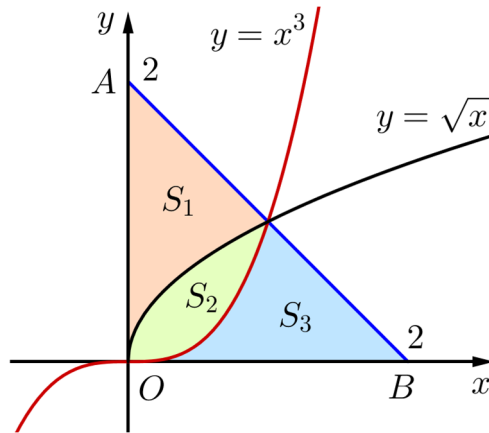
- A.  $\frac{5}{2}$ .                      B. 1.                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D. 2.

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa  $f(-1) > 0 > f(0)$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .                      B.  $\int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 |f(x)| dx$ .  
 C.  $S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$ .                      D.  $\left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right|$ .

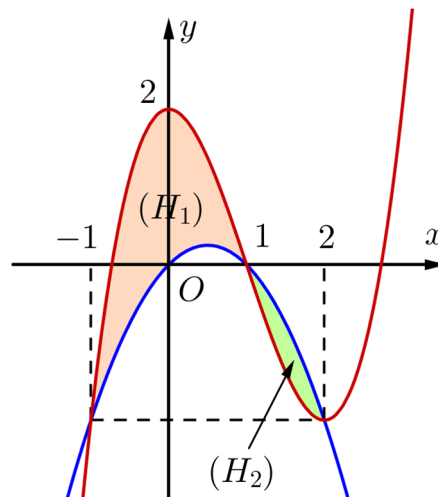
**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $OAB$  với  $A(0;2)$ ,  $B(2;0)$ . Đồ thị các hàm số  $y = x^3$  và  $y = \sqrt{x}$  chia tam giác  $OAB$  thành 3 phần với diện tích  $S_1, S_2, S_3$  như mô tả ở hình sau.



- a)  $S_1 = \frac{5}{6}$ .
- b)  $S_2 = \frac{1}{2}S_1$ .
- c)  $S_3 = \frac{1}{2} - \int_0^1 x^3 dx$ .
- d)  $S_1 - S_3 = \frac{4}{5}S_2$ .

**Câu 2:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị  $(C)$  của một hàm số bậc ba và một parabol  $(P)$  (như mô tả trong hình sau). Gọi  $(H_1)$  là phần hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ ,  $(P)$  và 2 đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = 1$ ;  $(H_2)$  là phần hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ ,  $(P)$  và 2 đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 2$ .



- a) Phương trình của parabol  $(P)$ :  $y = -x^2 + x$ .
- b) Diện tích hình phẳng  $(H_1)$  là  $S_1 = \frac{8}{3}$ .
- c) Diện tích hình phẳng  $(H)$  được tính bởi công thức:  $S = \int_{-1}^2 |(x+1)(x-1)(x-2)| dx$ .

d) Thể tích của khối tròn xoay khi quay ( $H_2$ ) quanh trục  $Ox$  lớn hơn 3.

**Câu 3:** Cho hình phẳng ( $H$ ) có diện tích  $S$ , giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - 2x$ ,  $y = 0$ ,  $x = -10$ ,  $x = 10$ .

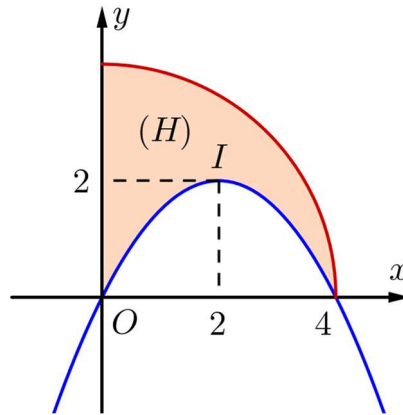
a)  $S = \int_{-10}^{10} |x^2 - 2x| dx.$

b)  $S = \int_{-10}^0 (x^2 - 2x) dx + \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^{10} (x^2 - 2x) dx.$

c) Diện tích hình phẳng ( $H$ ) là  $\frac{2000}{3}.$

d) Khi quay ( $H$ ) quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích lớn hơn thể tích khối cầu có bán kính  $R = 32.$

**Câu 4:** Cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi cung tròn của đường tròn tâm  $O$  và bán kính bằng 4, parabol ( $P$ ) có đỉnh  $I(2;2)$  và đi qua điểm  $O(0;0)$ , các đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 4$  như hình vẽ sau.



a) Parabol có phương trình là ( $P$ ):  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x.$

b) Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi ( $P$ ) và trục hoành được tính theo công thức:  $V = \pi \left( \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 4x^2 \right) \Big|_0^4.$

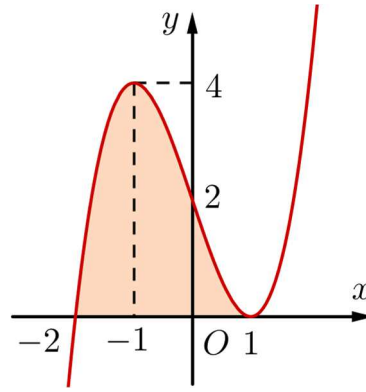
c) Diện tích hình phẳng ( $H$ ) là  $S = 2\pi - \frac{16}{3}.$

d) Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục hoành hình phẳng ( $H$ ) được tính theo công thức:

$$V_{(H)} = \pi \int_0^4 \left| \sqrt{16 - x^2} - \left( -\frac{1}{2}x^2 + 2x \right) \right|^2 dx.$$

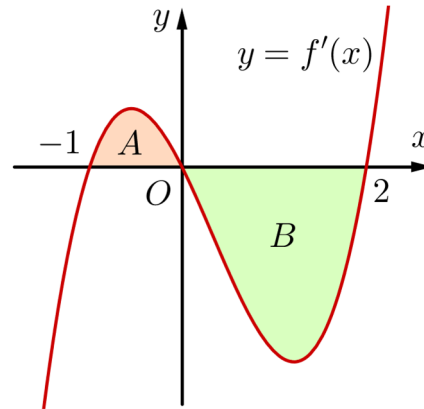
### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Tính diện tích  $S$  của phần hình phẳng tô đậm (hình bên dưới) giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  và trục hoành.



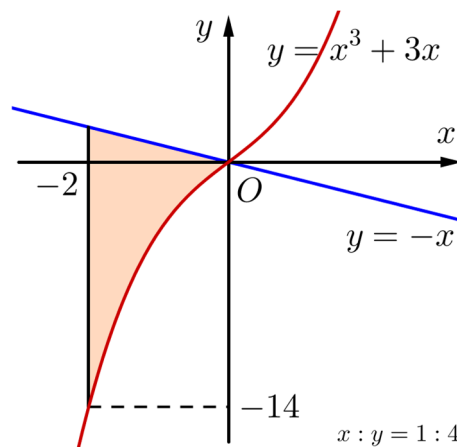
ĐS:

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ sau. Biết diện tích các hình phẳng  $A, B$  lần lượt là  $\frac{5}{12}, \frac{8}{3}$  và  $f(-1) = \frac{19}{12}$ . Khi đó giá trị  $f(2)$  có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a < 0$ . Tính  $P = 36a - 12b$ .



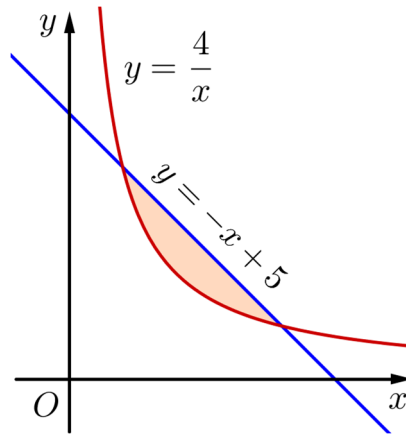
ĐS:

**Câu 3:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 + 3x, y = -x$  và đường thẳng  $x = -2$  là bao nhiêu?



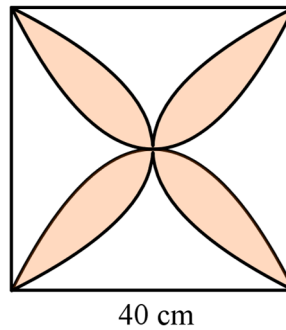
ĐS:

**Câu 4:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = \frac{4}{x}$  và  $y = -x + 5$ . Quay hình  $(H)$  quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là bao nhiêu?



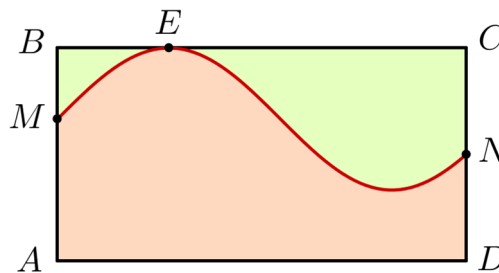
ĐS:

**Câu 5:** Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế sử dụng 4 đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra 4 cánh hoa (phần tô đậm trong hình sau). Tính tổng diện tích của 4 cánh hoa này (đơn vị  $\text{cm}^2$ , làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



ĐS:

**Câu 6:** Từ một tấm tôn hình chữ nhật  $ABCD$  với  $AB = 30$  cm,  $AD = \frac{55\pi}{3}$  cm. Người ta cắt tấm tôn theo đường hình sin như hình vẽ bên để được hai miếng tôn. Biết  $AM = 20$  cm,  $CN = 15$  cm,  $BE = 5\pi$  cm. Tính thể tích  $V$  (đơn vị: lít) của khối tròn xoay được tạo thành khi xoay miếng tôn lớn quanh trục  $AD$ .



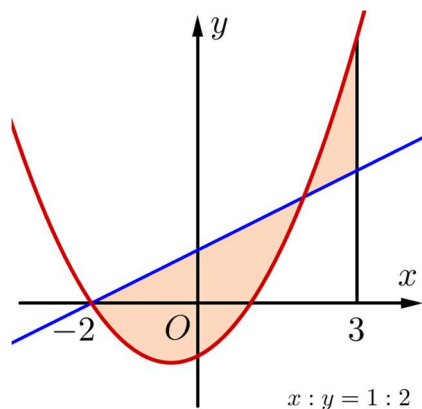
ĐS:

### I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 7

#### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

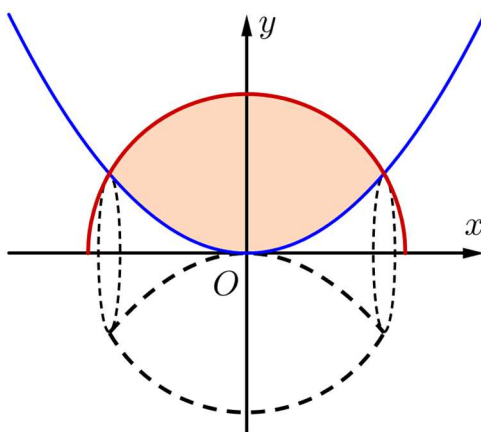
**Câu 1:** Hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x^2 + x - 2$ ,  $y = x + 2$  và hai đường thẳng  $x = -2$ ,  $x = 3$ . Diện tích của hình ( $H$ ) bằng:





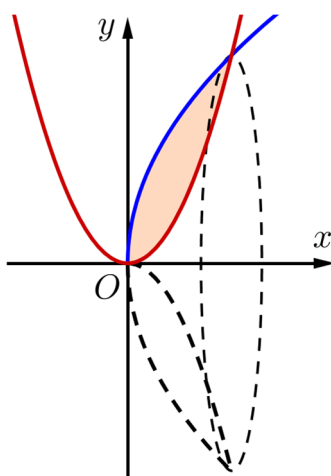
- A.  $\frac{58}{3}$ .                      B. 13.                      C.  $\frac{25}{3}$ .                      D.  $\frac{50}{3}$ .

**Câu 2:** Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = \sqrt{4 - x^2}$ ,  $y = \frac{1}{3}x^2$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



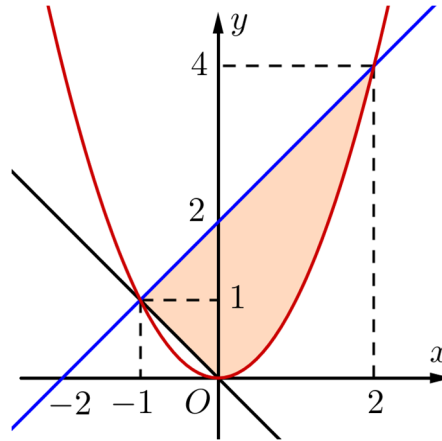
- A.  $V = \frac{28\pi\sqrt{3}}{5}$ .                      B.  $V = \frac{24\pi\sqrt{3}}{5}$ .                      C.  $V = \frac{28\pi\sqrt{2}}{5}$ .                      D.  $V = \frac{24\pi\sqrt{2}}{5}$ .

**Câu 3:** Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = 2x^2$ ,  $y^2 = 4x$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành là:



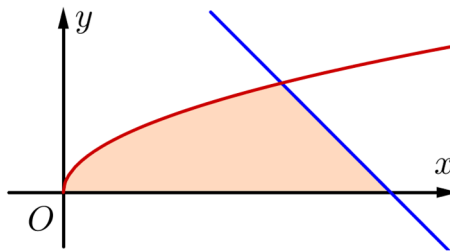
- A.  $V = \frac{88\pi}{5}$ .                      B.  $V = \frac{9\pi}{70}$ .                      C.  $V = \frac{4\pi}{3}$ .                      D.  $V = \frac{6\pi}{5}$ .

**Câu 4:** Miền tô đậm ở trong hình vẽ bên được giới hạn bởi đồ thị các hàm số nào dưới đây và diện tích của miền đó là bao nhiêu?



- A.  $y = x^2, y = x - 2, y = x; S = \frac{8}{3}$ .      B.  $y = x^2, y = x + 2, y = -x; S = \frac{8}{3}$ .
- C.  $y = x^2, y = x + 2, y = -x; S = \frac{13}{3}$ .      D.  $y = x^2, y = x - 2, y = x; S = \frac{11}{3}$ .

**Câu 5:** Hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = \sqrt{x}, y = 6 - x$  và trục hoành có diện tích là:

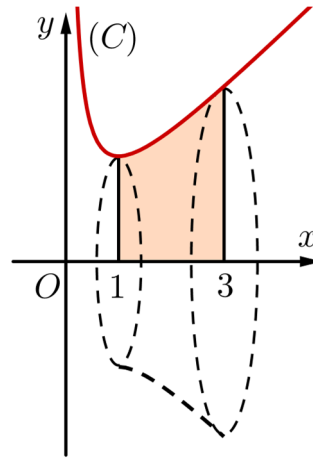


- A.  $\frac{20}{3}$ .      B.  $\frac{25}{3}$ .      C.  $\frac{16}{3}$ .      D.  $\frac{22}{3}$ .

**Câu 6:** Giả sử hình phẳng tạo bởi các đường  $y = f(x), y = 0, x = a, x = b$  có diện tích là  $S_1$ , hình phẳng tạo bởi các đường  $y = |f(x)|, y = 0, x = a, x = b$  có diện tích là  $S_2$  và hình phẳng tạo bởi các đường  $y = -f(x), y = 0, x = a, x = b$  có diện tích là  $S_3$ . Khi đó:

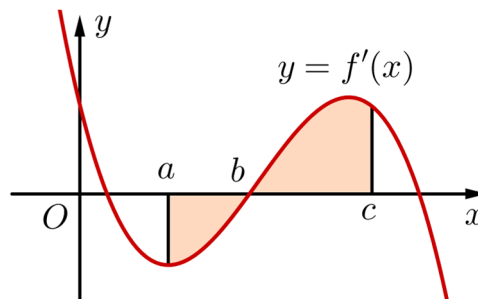
- A.  $S_2 > S_1$ .      B.  $S_1 = -S_3$ .      C.  $S_1 > S_2$ .      D.  $S_1 = S_3$ .

**Câu 7:** Gọi ( $H$ ) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị ( $C$ ):  $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = 1, x = 3$ . Thể tích  $V$  của vật thể tròn xoay khi ( $H$ ) quay quanh trục  $Ox$  thỏa:



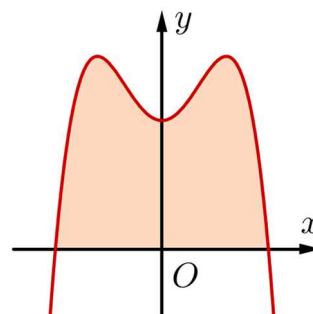
- A.  $16 < V < 17$ .      B.  $41 < V < 42$ .      C.  $13 < V < 14$ .      D.  $5 < V < 6$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục và  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình sau. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm) trong hình được tính theo công thức:



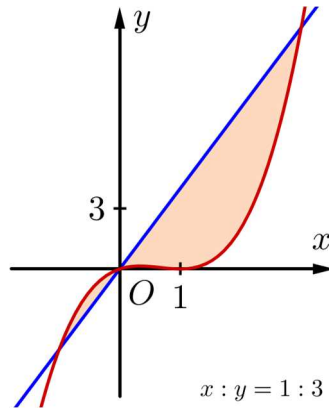
- A.  $S = f(a) - 2f(b) + f(c)$ .      B.  $S = |f(c)| - |f(a)|$ .  
 C.  $S = \int_a^b f'(x) dx + \int_b^c f'(x) dx$ .      D.  $S = \left| \int_a^c f'(x) dx \right|$ .

**Câu 9:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 + 2$  và trục  $Ox$  là:



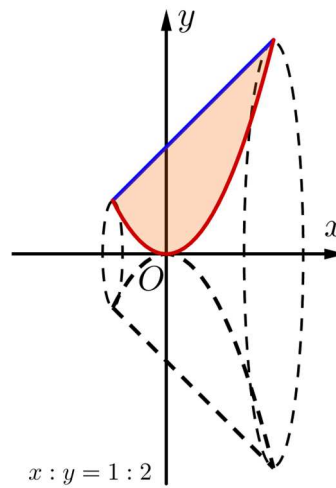
- A.  $2 < S < 3$ .      B.  $7 < S < 8$ .      C.  $13 < S < 14$ .      D.  $20 < S < 21$ .

**Câu 10:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + x$  và  $y = 4x$ .



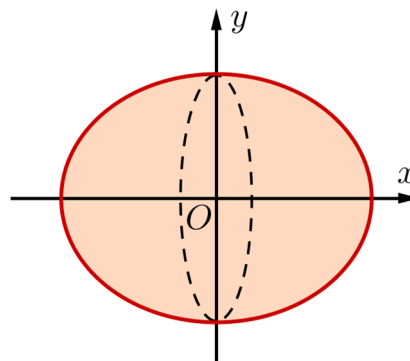
- A.  $\frac{71}{6}$ .                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C. 24.                      D.  $\frac{53}{7}$ .

**Câu 11:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = 2x^2$  và  $y = 2x + 4$ . Khi quay  $(H)$  xung quanh trục hoành thì thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng:



- A.  $\frac{288\pi}{5}$ .                      B.  $9\pi$ .                      C.  $72\pi$ .                      D.  $\frac{4\pi}{5}$ .

**Câu 12:** Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay elip  $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  quanh trục lớn của nó. Khi đó  $V$  có giá trị bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



- A. 400.                      B. 550.                      C. 670.                      D. 335.

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{m^2 - x^2}$  ( $m \neq 0$ ) và trục hoành.

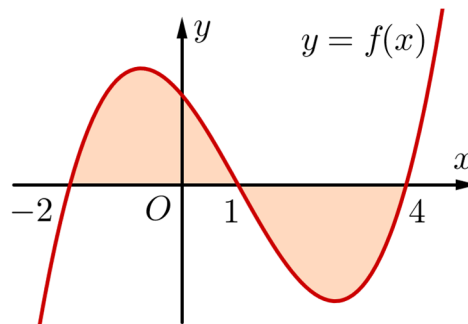
a) Khi  $m \neq 0$ , hình phẳng  $(H)$  là nửa đường tròn tâm  $O(0;0)$ , bán kính  $R = m$ .

b) Khi  $m = 1$ , diện tích hình phẳng  $(H)$  là  $\frac{\pi}{2}$ .

c) Công thức tính thể tích khối tròn xoay khi quay  $(H)$  quay trục hoành là  $V = \pi \cdot \int_{-m}^m (m^2 - x^2) dx$ .

d) Khi quay  $(H)$  quanh trục hoành ta được khối tròn xoay có thể tích  $V$ . Có 19 giá trị nguyên của  $m$  để  $V < 1000\pi$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $(H)$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(C): y = f(x)$ , trục hoành, hai đường thẳng  $x = -2$ ,  $x = 4$  (như hình vẽ sau). Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng  $(H)$ .



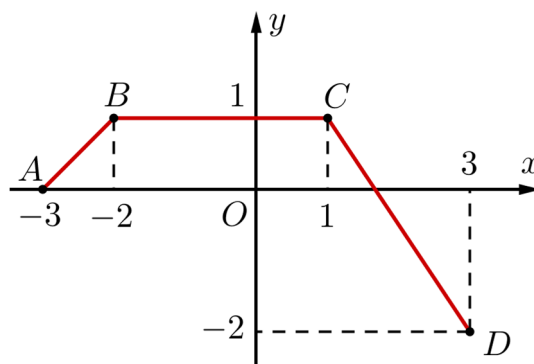
a)  $S = \int_{-2}^4 |f(x)| dx$ .

b)  $S = \left| \int_{-2}^4 f(x) dx \right|$ .

c)  $S = \left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^4 -f(x) dx \right|$ .

d)  $S = \left| \int_{-2}^0 f(x) dx \right| + \int_0^4 |f(x)| dx$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đồ thị trên đoạn  $[-3; 3]$  là đường gấp khúc  $ABCD$  như hình vẽ sau:



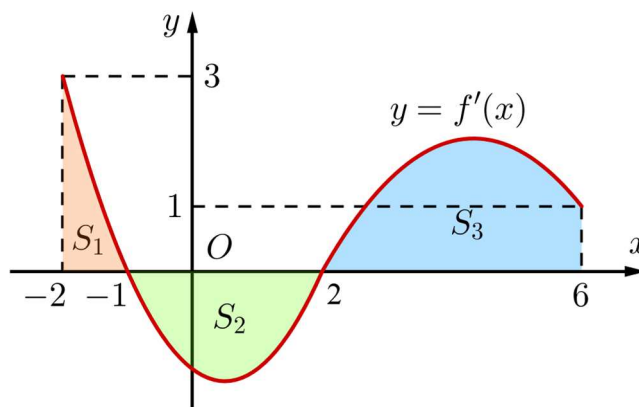
a)  $\int_0^3 f(x) dx = 0.$

b)  $\int_{-3}^0 f(x) dx = \frac{5}{2}.$

c)  $\int_{-3}^3 f(x) dx = \frac{5}{2}.$

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số trên, trục hoành và các đường thẳng  $x = -3$ ,  $x = 3$  là  $\frac{31}{6}.$

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị của  $f'(x)$  trên đoạn  $[-2; 6]$  như hình sau:



a)  $f(-1) < f(-2).$

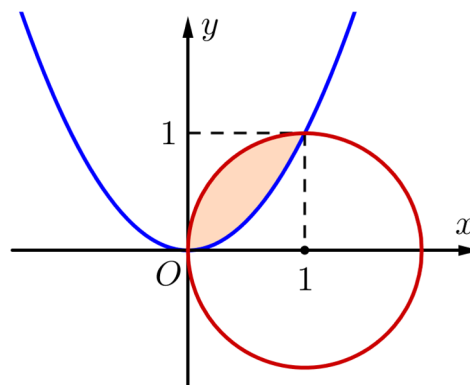
b)  $f(-1) < f(2).$

c)  $f(-1) > f(6).$

d)  $f(-2) > f(2).$

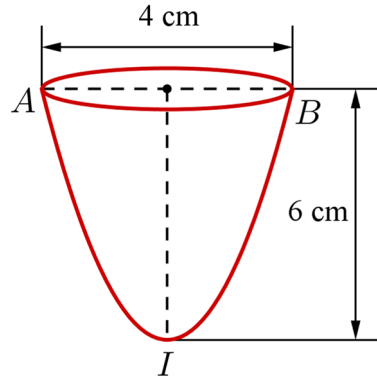
**Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1:** Cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đường tròn ( $C$ ) và parabol ( $P$ ) như hình sau. Diện tích hình phẳng ( $H$ ) bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



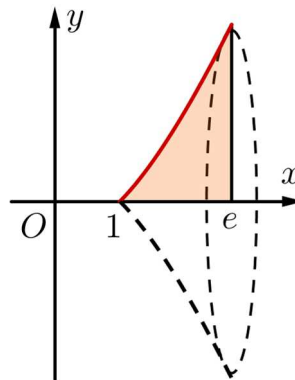
ĐS:

**Câu 2:** Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây. Người ta đo được đường kính của miệng ly là 4 cm và chiều cao là 6 cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích  $V$  (cm<sup>3</sup>) của vật thể đã cho.



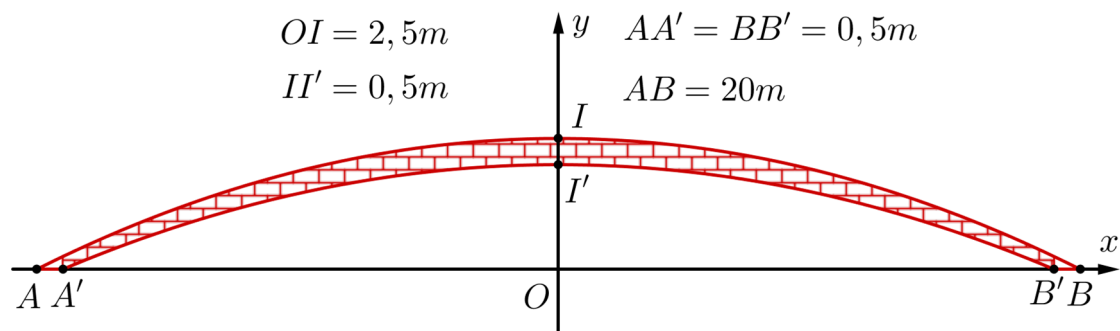
ĐS:

**Câu 3:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = e$  quay xung quanh trục  $Ox$  tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng  $\frac{\pi}{a}(be^3 - 2)$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính  $P = a^2 - b^2$ , biết một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x \ln x)^2$  là  $F(x) = \frac{x^3}{27}(9 \ln^2 x - 6 \ln x + 2)$ .



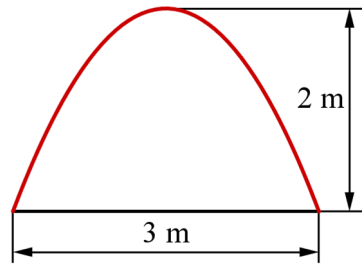
ĐS:

**Câu 4:** Người ta định xây một cây cầu bằng bê tông với khoảng cách giữa hai chân cầu là 20 m, các kích thước mặt cắt cụ thể như hình vẽ sau (đường cong trong hình vẽ là các đường parabol) với chiều rộng cây cầu là 5 m. Tính thể tích khối bê tông (mét khối) để đổ đủ cây cầu (bỏ qua thể tích cốt thép bên trong).



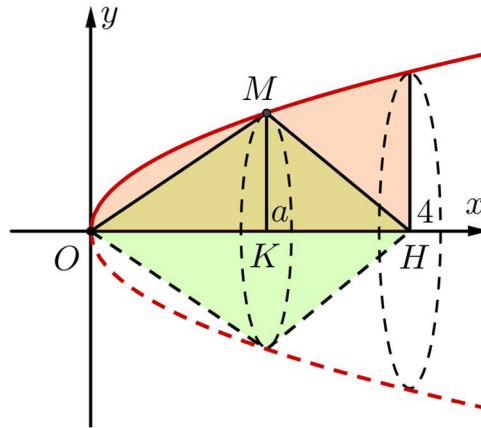
ĐS:

**Câu 5:** Người ta muốn xây một cổng hình parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là 3 m và chiều cao của cổng là 2 m như hình vẽ sau. Người ta muốn tính diện tích (mét vuông) của cổng để dự tính chi phí thi công. Diện tích của cổng là bao nhiêu mét vuông?



ĐS:

**Câu 6:** Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$  và  $x = 4$  quanh trục  $Ox$ . Đường thẳng  $x = a$  ( $0 < a < 4$ ) cắt đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$  tại  $M$  (xem hình vẽ sau). Gọi  $V_1$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác  $OMH$  quanh trục  $Ox$ . Biết rằng  $V = 2V_1$ . Khi đó giá trị của  $a$  là bao nhiêu?

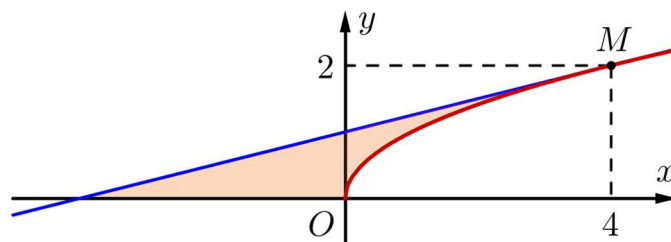


ĐS:

## J. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 8

### Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$ , tiếp tuyến với đồ thị tại điểm  $M(4;2)$  và trục hoành là:



A.  $\frac{8}{3}$ .

B.  $\frac{3}{8}$ .

C.  $\frac{1}{3}$ .

D.  $\frac{2}{3}$ .



**Câu 2:** Xét vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x = 0$  và  $x = 3$ , có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $0 \leq x \leq 3$ ) là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng  $x$  và  $2\sqrt{9-x^2}$ . Thể tích của vật thể đó được tính bởi công thức:

A.  $V = \pi \int_0^3 (2x\sqrt{9-x^2})^2 dx.$

B.  $V = \int_0^3 2x\sqrt{9-x^2} dx.$

C.  $V = \pi \int_0^3 2x\sqrt{9-x^2} dx.$

D.  $V = \int_0^3 (2x\sqrt{9-x^2})^2 dx.$

**Câu 3:** Xét vật thể nằm giữa hai mặt phẳng  $x = 0$  và  $x = 2$ , biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x \in [0; 2]$  là một phần tư đường tròn bán kính  $\sqrt{2}x^2$ . Thể tích của vật thể đó là:

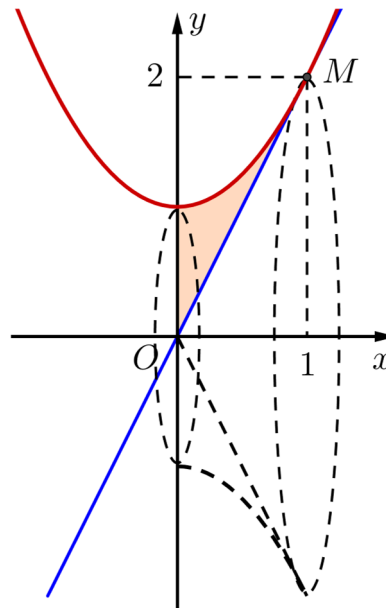
A.  $V = 32\pi.$

B.  $V = 64\pi.$

C.  $V = \frac{16\pi}{5}.$

D.  $V = 8\pi.$

**Câu 4:** Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(C): y = x^2 + 1$ , trục tung và tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $M(1; 2)$ , khi quay quanh trục  $Ox$  tạo thành khối tròn xoay có thể tích là:



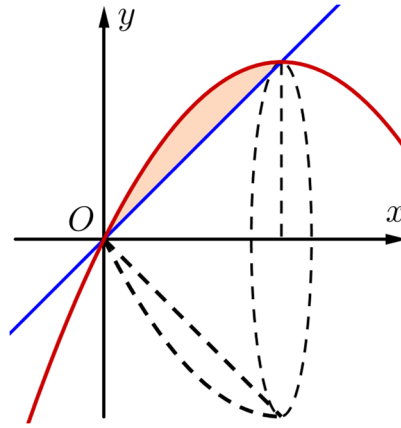
A.  $V = \frac{4}{5}\pi.$

B.  $V = \frac{28}{15}\pi.$

C.  $V = \frac{8}{15}\pi.$

D.  $V = \pi.$

**Câu 5:** Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 2x - x^2$  và đường thẳng  $y = x$  khi quay quanh trục  $Ox$  tạo thành khối tròn xoay có thể tích là:



- A.  $V = \frac{\pi}{3}$ .                      B.  $V = \frac{\pi}{4}$ .                      C.  $V = \frac{\pi}{5}$ .                      D.  $V = \pi$ .

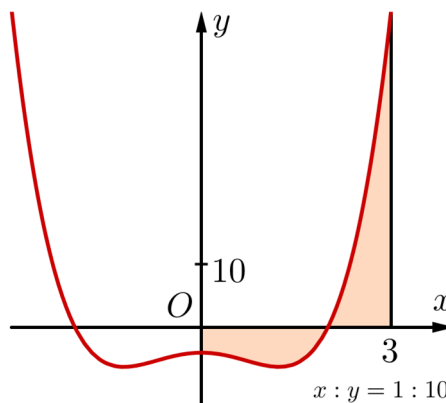
**Câu 6:** Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ) là:

- A.  $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .                      B.  $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .  
 C.  $S = \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$ .                      D.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

**Câu 7:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x^3 + 11x - 6, y = 6x^2$  và các đường thẳng  $x = 0, x = 2$  là:

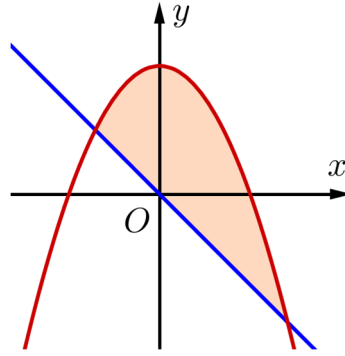
- A.  $\frac{4}{3}$ .                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C.  $\frac{8}{3}$ .                      D.  $\frac{18}{23}$ .

**Câu 8:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 - 4$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 3$  là:



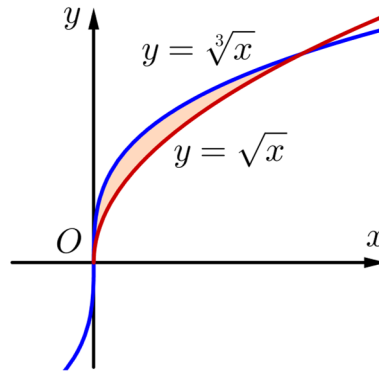
- A.  $\frac{142}{5}$ .                      B.  $\frac{143}{5}$ .                      C.  $\frac{144}{5}$ .                      D.  $\frac{141}{5}$ .

**Câu 9:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = 2 - x^2$  và đường thẳng  $y = -x$  là:



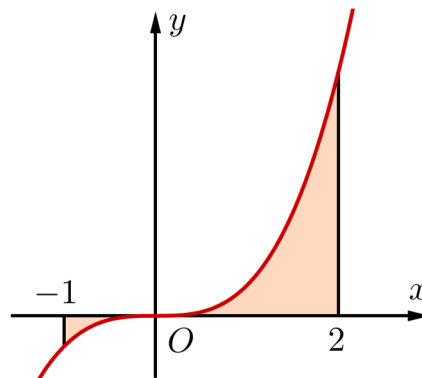
- A.  $\frac{9}{2}$ .                      B.  $\frac{9}{4}$ .                      C. 3.                      D.  $\frac{7}{2}$ .

**Câu 10:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = \sqrt{x}$  và  $y = \sqrt[3]{x}$  là:



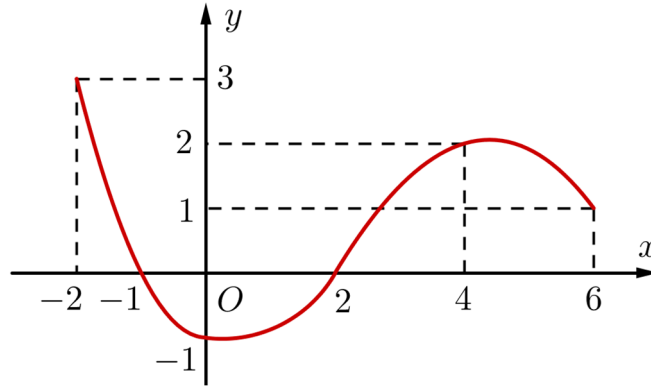
- A.  $\frac{1}{12}$ .                      B.  $\frac{1}{13}$ .                      C.  $\frac{1}{14}$ .                      D.  $\frac{1}{15}$ .

**Câu 11:** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1, x = 2$  (như hình vẽ). Đặt  $a = \int_{-1}^0 f(x) dx$ ,  $b = \int_0^2 f(x) dx$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.  $S = b - a$ .                      B.  $S = b + a$ .                      C.  $S = -b + a$ .                      D.  $S = -b - a$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị của hàm số  $f'(x)$  trên đoạn  $[-2; 6]$  như hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.



A.  $\max_{[-2;6]} f(x) = f(-2)$ .

B.  $\max_{[-2;6]} f(x) = f(2)$ .

C.  $\max_{[-2;6]} f(x) = f(6)$ .

D.  $\max_{[-2;6]} f(x) = f(-1)$ .

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Xét vật thể nằm giữa hai mặt phẳng  $x = -3$  và  $x = 3$ , biết rằng thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $-3 \leq x \leq 3$ ) là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng  $\sqrt{81 - x^4}$ .

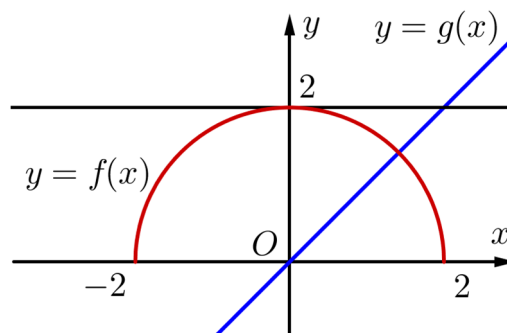
a) Độ dài cạnh góc vuông của tam giác vuông cân đó là  $\sqrt{\frac{81 - x^4}{2}}$ .

b) Diện tích thiết diện là  $S(x) = 81 - x^4$ .

c) Công thức tính thể tích vật thể đã cho là  $V = \pi \int_{-3}^3 \left( \frac{81 - x^4}{4} \right)^2 dx$ .

d) Thể tích vật thể đã cho có giá trị lớn hơn 162.

**Câu 2:** Cho các hàm số  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ,  $g(x) = x$ .



a) Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành là

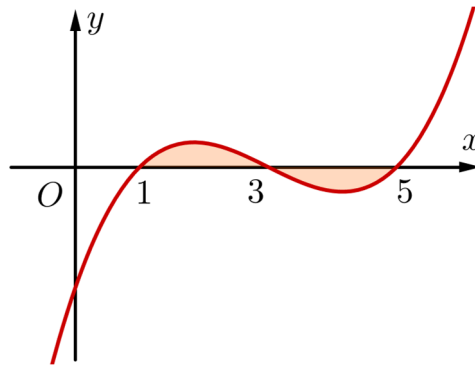
$$S = \int_{-2}^2 \sqrt{4 - x^2} dx.$$

b) Khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $x = 0$  quanh trục hoành ta được khối tròn xoay có thể tích bằng  $\frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$ .

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -\sqrt{2}$ ,  $x = \sqrt{2}$  có giá trị bằng  $\pi + 1$ .

d) Biết hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $y = 2$  có diện tích là  $a + b\pi$  với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Khi đó  $a + b < 1$ .

**Câu 3:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ sau. Biết diện tích hình phẳng tô đậm bằng 1 và điểm  $I(3;0)$  là tâm đối xứng của đồ thị hàm số này.



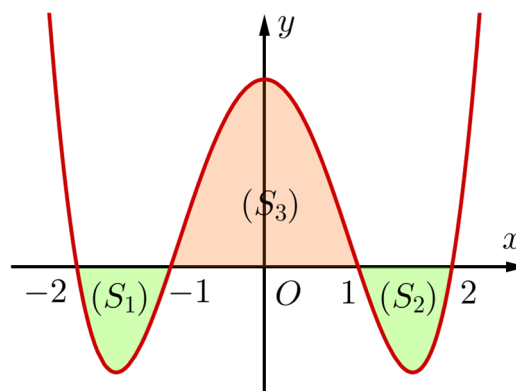
a)  $\int_1^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = 1$ .

b)  $\int_1^5 f(x) dx = 0$ .

c)  $a + b = -1$ .

d) Khi xoay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số trên và trục hoành quanh trục hoành ta được khối tròn xoay có thể tích bằng  $\frac{32\pi}{105}$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số đa thức  $y = f(x)$ , biết đồ thị hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-2; 2]$  như hình vẽ sau và có diện tích  $S_1 = S_2 = \frac{22}{15}$ ,  $S_3 = \frac{76}{15}$ .



a)  $F(2) - F(1) = \frac{22}{15}$ .

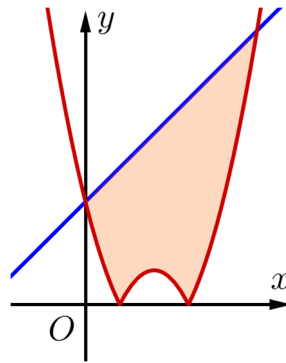
b)  $F(2) + F(1) - F(-1) - F(-2) = \frac{36}{5}$ .

c)  $\int_{-2}^2 f(x) dx = S_1 + S_2 + S_3$ .

d) Biết  $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ . Khi đó  $f(0) = 4$ .

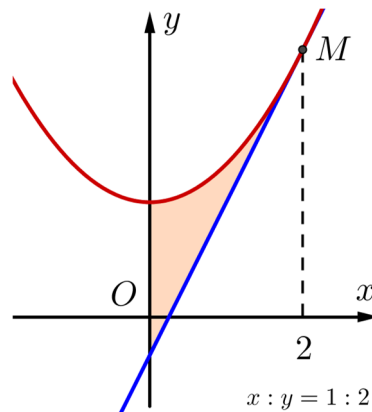
### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = |x^2 - 4x + 3|$ ,  $y = x + 3$ . Diện tích của  $(H)$  có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $P = 2a - b$ .



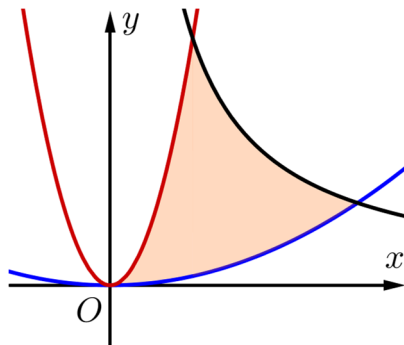
ĐS:

**Câu 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = x^2 + 3$ , tiếp tuyến của  $(P)$  tại điểm có hoành độ  $x = 2$  và trục tung bằng bao nhiêu?



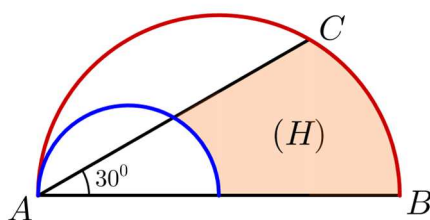
ĐS:

**Câu 3:** Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x^2$ ;  $y = \frac{1}{27}x^2$ ;  $y = \frac{27}{x}$  có dạng  $a \ln b$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $b < 25$ . Tính  $P = a^2 + b^2$ .



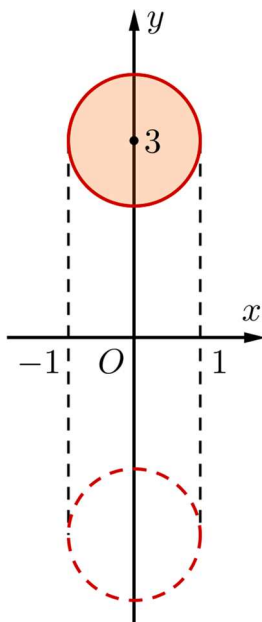
ĐS:

**Câu 4:** Cho các nửa đường tròn như hình vẽ sau, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính  $AB$  có diện tích là  $32\pi$  và góc  $\widehat{BAC} = 30^\circ$ . Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng  $(H)$  (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng  $AB$ .



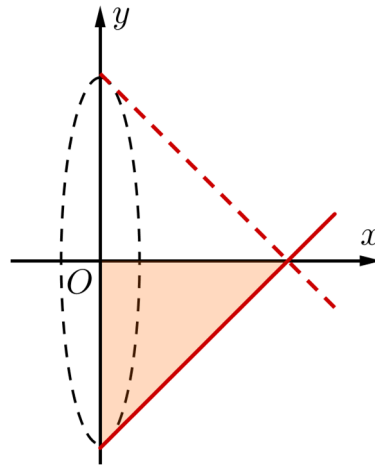
ĐS:

**Câu 5:** Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình tròn  $(C): x^2 + (y - 3)^2 = 1$  quanh trục hoành.



ĐS:

**Câu 6:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x - 2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay khi quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$ .

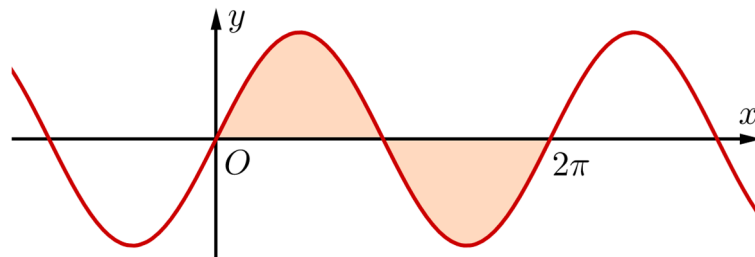


ĐS:

**K. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 9**

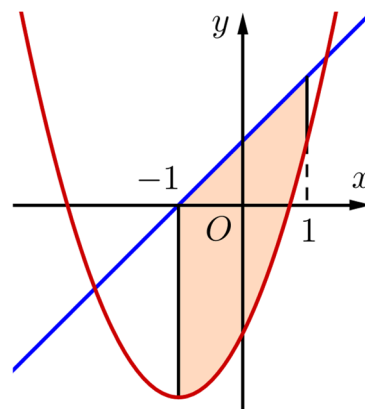
**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

**Câu 1:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 2 \sin x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 2\pi$  là:



- A. 2.                      B. 4.                      C. 6.                      D. 8.

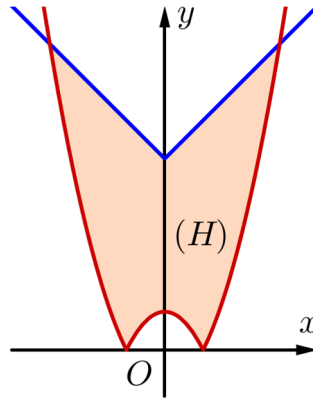
**Câu 2:** Hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x^2 + 2x + 2$ ,  $y = x + 1$  và hai đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = 1$  có diện tích bằng:



- A.  $\frac{8}{3}$ .                      B.  $\frac{4}{3}$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{16}{3}$ .

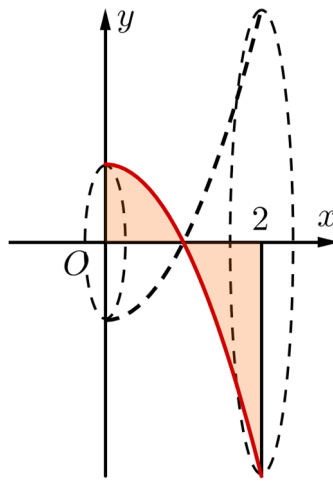
**Câu 3:** Cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = |x^2 - 1|$ ,  $y = |x| + 5$ . Diện tích của ( $H$ ) bằng:





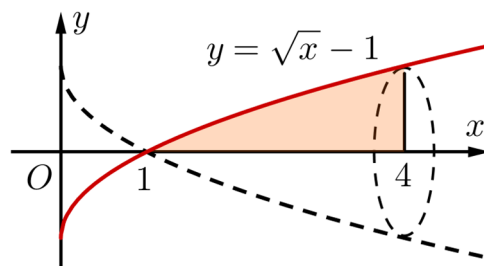
- A.  $\frac{71}{3}$ .                      B.  $\frac{73}{3}$ .                      C.  $\frac{70}{3}$ .                      D.  $\frac{74}{3}$ .

**Câu 4:** Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 1 - x^2$ , trục hoành  $y = 0$  và các đường thẳng  $x = 0$  và  $x = 2$  khi quay quanh trục  $Ox$  bằng:



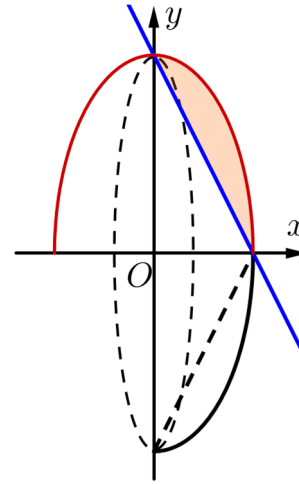
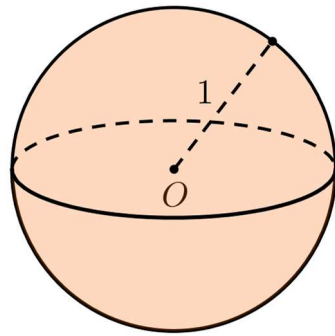
- A.  $\frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$ .                      B.  $2\pi$ .                      C.  $\frac{46\pi}{15}$ .                      D.  $\frac{5\pi}{2}$ .

**Câu 5:** Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x} - 1$ , trục  $Ox$  và đường thẳng  $x = 4$ . Quay hình  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:



- A.  $\frac{7\pi}{6}$ .                      B.  $\frac{5\pi}{6}$ .                      C.  $\frac{7\pi^2}{6}$ .                      D.  $\frac{5\pi^2}{6}$ .

**Câu 6:** Kí hiệu  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích khối cầu bán kính đơn vị và thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng  $y = -2x + 2$  và đồ thị hàm số  $y = 2\sqrt{1 - x^2}$  xung quanh trục  $Ox$ . Hãy so sánh  $V_1, V_2$ .



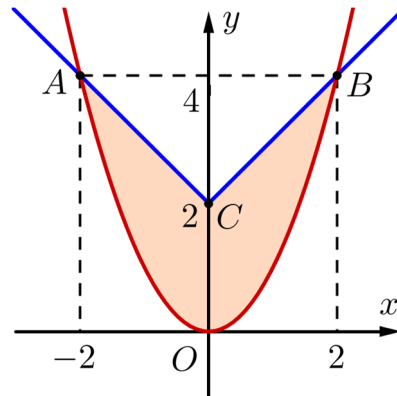
A.  $2V_1 = V_2$ .

B.  $V_1 = V_2$ .

C.  $V_1 = 3V_2$ .

D.  $V_1 = 2V_2$ .

**Câu 7:** Tính diện tích  $S$  của phần hình phẳng giới hạn bởi đường parabol và hai đoạn thẳng  $AC$  và  $BC$  (như hình vẽ).



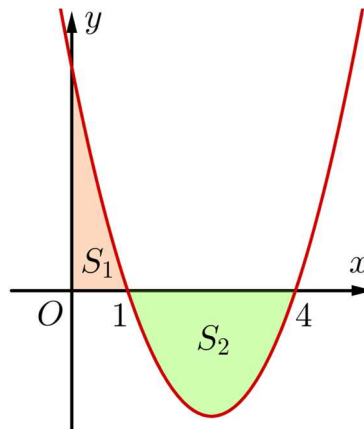
A.  $S = 9$ .

B.  $S = \frac{10}{3}$ .

C.  $S = \frac{20}{3}$ .

D.  $S = \frac{25}{6}$ .

**Câu 8:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 4]$  như hình vẽ với diện tích  $S_1 = \frac{11}{6}$  và  $S_2 = \frac{9}{2}$ . Tính tích phân  $I = \int_0^4 f(x) dx$ .



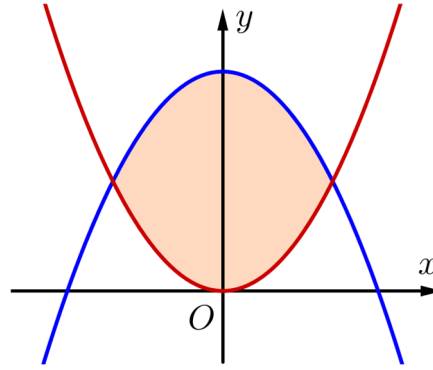
A.  $I = -\frac{8}{3}$ .

B.  $I = \frac{19}{3}$ .

C.  $I = \frac{8}{3}$ .

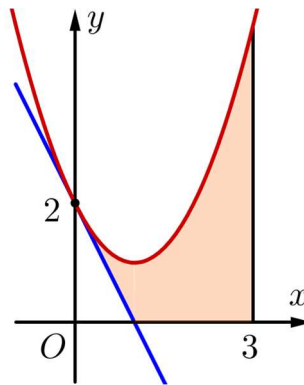
D.  $I = -\frac{19}{3}$ .

**Câu 9:** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x^2$  và  $y = 2 - x^2$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



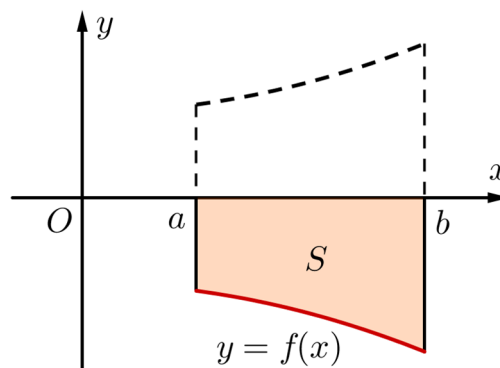
- A.  $S = 2 \int_0^1 (x^2 - 1) dx$ .    B.  $S = 2 \int_0^1 (1 - x^2) dx$ .    C.  $S = 2 \int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx$ .    D.  $S = 2 \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx$ .

**Câu 10:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = x^2 - 2x + 2$ , tiếp tuyến của  $(P)$  tại giao điểm của  $(P)$  với trục tung và các đường thẳng  $x = 3, y = 0$  (phần tô đậm trong hình sau) bằng bao nhiêu?



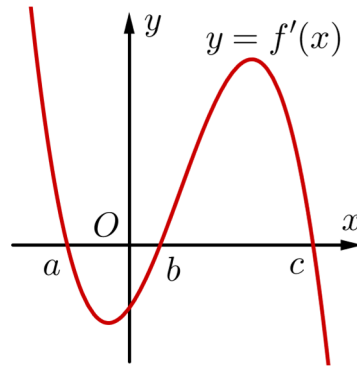
- A. 3.                                      B. 6.                                      C. 9.                                      D. 5.

**Câu 11:** Kí hiệu  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của một hàm số liên tục  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  như hình sau. Khẳng định nào sau đây là sai?



- A.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .    B.  $S = \int_a^b [-f(x)] dx$ .    C.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .    D.  $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ .

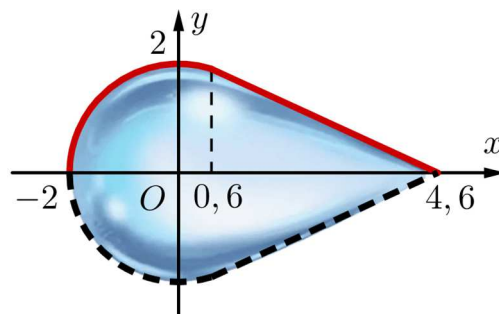
**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $y = f'(x)$  cắt trục  $Ox$  tại ba điểm có hoành độ  $a < b < c$  như hình sau. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A.  $f(c) > f(a) > f(b)$ .
- B.  $f(c) > f(b) > f(a)$ .
- C.  $f(a) > f(b) > f(c)$ .
- D.  $f(a) > f(c) > f(b)$ .

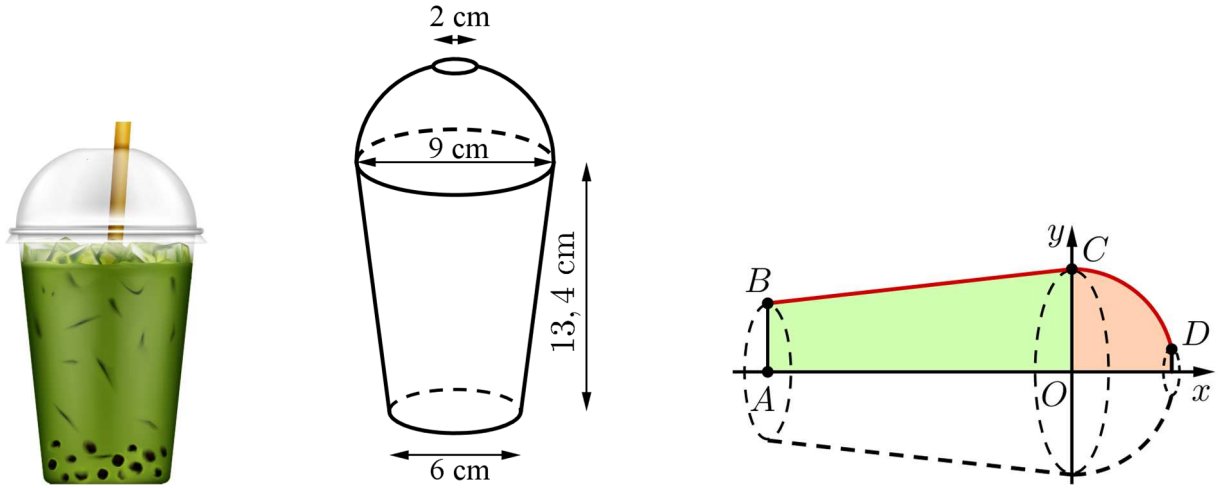
**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1:** Người ta chế tác một giọt nước bằng thủy tinh. Biết giọt nước thủy tinh này là vật thể tròn xoay khi xoay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4-x^2} & (-2 \leq x \leq 0,6) \\ -\frac{\sqrt{91}}{20}x + \frac{23\sqrt{91}}{100} & (0,6 < x \leq 4,6) \end{cases}$  và trục  $Ox$  quanh trục  $Ox$  (đơn vị trên trục là centimet).



- a) Hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại  $x = 0,6$ .
- b) Diện tích mặt cắt của giọt nước thủy tinh khi cắt bởi mặt phẳng qua trục được tính bởi công thức  $S = 2 \int_{-2}^{4,6} f(x) dx \text{ cm}^2$ .
- c) Thể tích của giọt nước thủy tinh này lớn hơn  $40 \text{ cm}^3$ .
- d) Biết khối lượng riêng của thủy tinh là  $\rho = 2,6 \text{ g/cm}^3$ , khối lượng của giọt nước thủy tinh này là  $102,22 \text{ g}$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Câu 2:** Một ly trà sữa dạng hình nón cụt, có đường kính đáy ly 6 cm, đường kính miệng ly 9 cm, chiều cao 13,4 cm, ở miệng ly có sử dụng một nắp đậy có hình dạng nửa mặt cầu và ở đỉnh của nửa mặt cầu này có một hình tròn có đường kính 2 cm để cắm ống hút, mặt phẳng chứa hình tròn này song song với mặt phẳng chứa miệng ly (tham khảo hình vẽ sau).



Chọn hệ trục  $Oxy$  (đơn vị trên trục là centimet) với trục  $Ox$  đi qua tâm của 2 đáy hình nón cụt và gốc tọa độ  $O$  trùng với tâm của đáy lớn như hình vẽ trên.

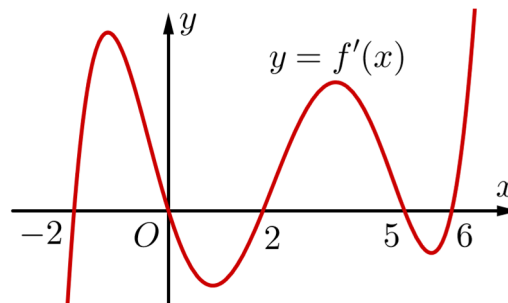
a) Phương trình đường thẳng  $BC$  là:  $1,5x - 13,4y + 60,3 = 0$ .

b) Tọa độ điểm  $D$  là  $D\left(\frac{\sqrt{77}}{2}; 1\right)$ .

c) Thể tích bên trong của ly không bao gồm nắp là 600 ml (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

d) Thể tích bên trong của ly bao gồm cả thể tích của nắp là 780 ml (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

**Câu 3:** Cho hàm số đa thức  $y = f(x)$  có đồ thị  $y = f'(x)$  như hình vẽ sau.



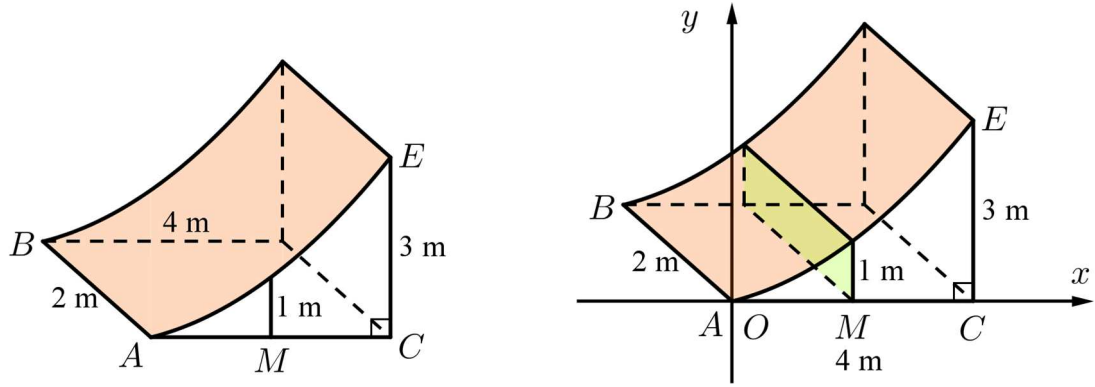
a)  $f'(1) > f'(0)$ .

b)  $f(1) < f(0)$ .

c)  $\max_{[-2;6]} f(x) = f(0)$ .

d)  $\min_{[-2;6]} f(x) = f(-2)$ .

**Câu 4:** Chương ngại vật “tường cong” trong một sân thi đấu thể thao là một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là 3 m. Bề mặt tiếp xúc với mặt đất là một hình chữ nhật, giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng  $AB = 2$  m. Thiết diện của tường cong khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với  $AB$  tại  $A$  là một tam giác cong  $ACE$  vuông tại  $C$  với  $AC = 4$  m,  $CE = 3$  m, cạnh cong  $AE$  nằm trên một đường parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí  $M$  là trung điểm  $AC$  thì đường cong có độ cao 1 m (xem hình vẽ sau).



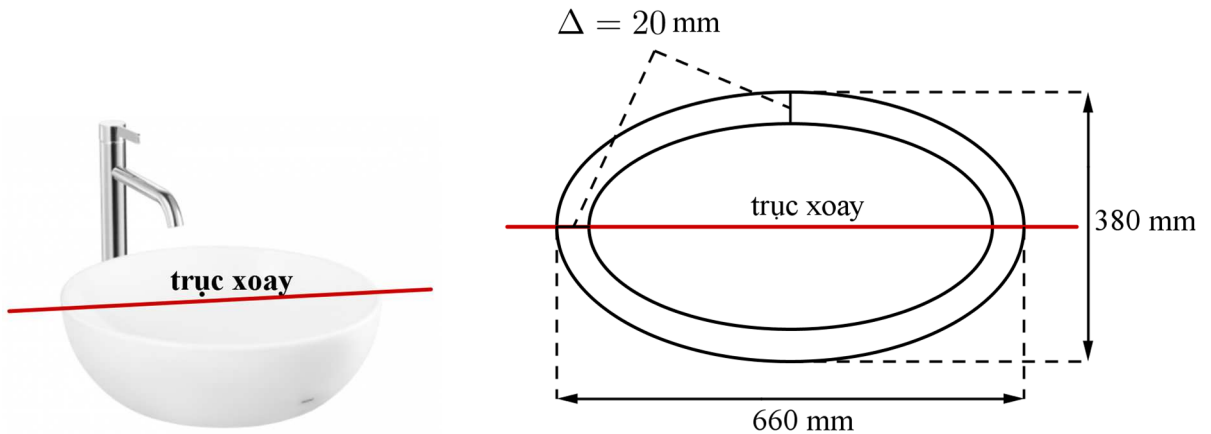
- a) Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho  $O$  trùng  $A$ , điểm  $C$  thuộc tia  $Ox$  và  $Oy$  vuông góc với mặt đất (như hình trên). Khi đó cạnh cong  $AE$  nằm trên parabol  $(P)$  có đỉnh  $O$ .
- b) Diện tích tam giác cong  $ACE$  là  $S = \frac{14}{3} \text{ m}^2$ .
- c) Cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $0 < x \leq 4$ ) ta được thiết diện là hình chữ nhật với diện tích  $S(x) = \frac{1}{2}x(x+2)$ .
- d) Thể tích của khối bê tông này lớn hơn  $9 \text{ m}^3$ .

**Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1:** Biết thể tích vật thể tạo được khi lấy giao vuông góc hai vật thể hình trụ có cùng bán kính đáy bằng 2 có dạng  $V = \frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $P = 2a + 3b$ .

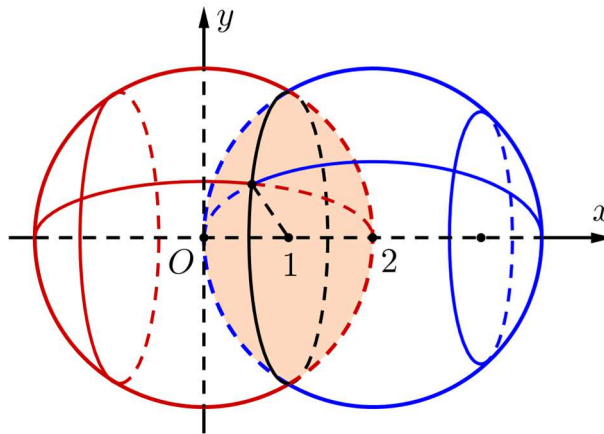
ĐS:

**Câu 2:** Hình elip được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, đặc biệt là kiến trúc, xây dựng, thiết bị nội thất, ... Mặt trong (lọt lòng) và ngoài (phủ bì) của một bồn rửa (lavabo) bằng sứ có hình dạng là một nửa khối tròn xoay khi quay quanh một trục của 2 elip có chung các trục đối xứng (hình minh họa). Thông số kỹ thuật mặt trên của bồn rửa: dài  $\times$  rộng là  $660 \times 380 \text{ mm}$  (phủ bì) và elip (lọt lòng) có trục lớn, trục nhỏ ít hơn elip phủ bì một khoảng  $40 \text{ mm}$ . Tính thể tích chứa nước của bồn rửa (đơn vị: lít) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



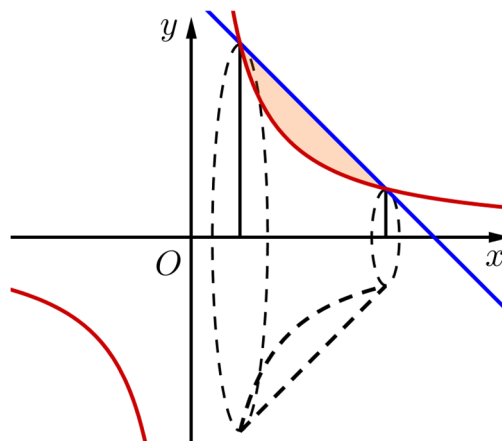
ĐS:

**Câu 3:** Cho hai mặt cầu  $(S_1)$ ,  $(S_2)$  có cùng bán kính bằng 2, thỏa tâm của  $(S_1)$  nằm trên  $(S_2)$  và ngược lại. Tính thể tích phần chung  $V$  của hai khối cầu tạo bởi  $(S_1)$  và  $(S_2)$ .



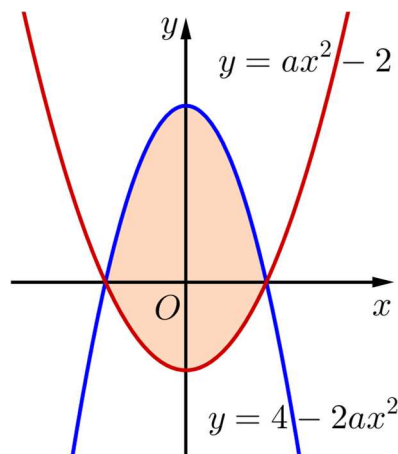
ĐS:

**Câu 4:** Cho hình  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = \frac{4}{x}$  và  $y = -x + 5$ . Quay hình  $(H)$  quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là bao nhiêu?



ĐS:

**Câu 5:** Cho số dương  $a$  thỏa mãn hình phẳng giới hạn bởi các đường parabol  $y = ax^2 - 2$  và  $y = 4 - 2ax^2$  có diện tích bằng 16. Giá trị của  $a$  bằng bao nhiêu?



ĐS:

**Câu 6:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^3 + 11x - 6$  và  $y = 6x^2$  là bao nhiêu?

ĐS:

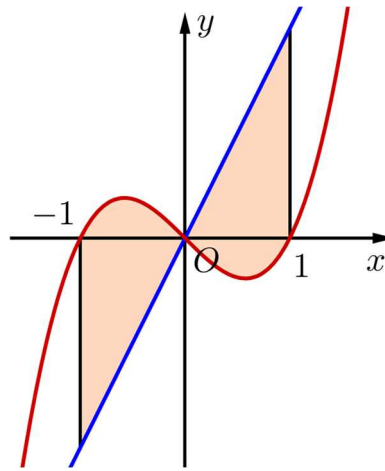
## L. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 10

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = a, x = b$  là:

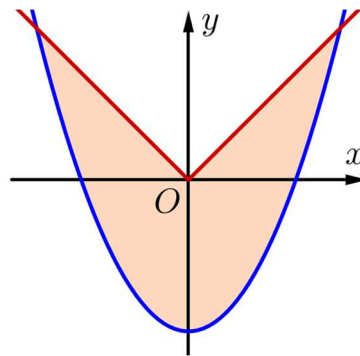
- A.  $\int_a^b f(x) dx$ .      B.  $\int_a^b |f(x)| dx$ .      C.  $\pi \int_a^b |f(x)| dx$ .      D.  $\pi^2 \int_a^b |f^2(x)| dx$ .

**Câu 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = x^3 - x, y = 2x$  và các đường thẳng  $x = -1, x = 1$  được xác định bởi công thức:



- A.  $S = \left| \int_{-1}^1 (3x - x^3) dx \right|$ .      B.  $S = \int_{-1}^1 (3x - x^3) dx$ .
- C.  $S = \int_{-1}^0 (3x - x^3) dx + \int_0^1 (x^3 - 3x) dx$ .      D.  $S = \int_{-1}^0 (x^3 - 3x) dx + \int_0^1 (3x - x^3) dx$ .

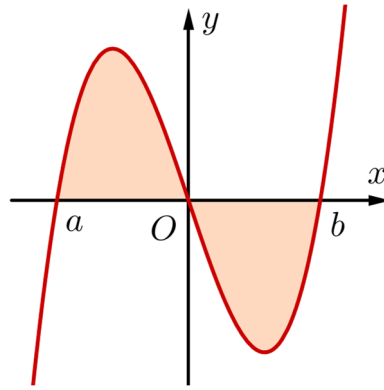
**Câu 3:** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = |x|, y = x^2 - 2$ .



- A.  $S = \frac{11}{2}$ .      B.  $S = \frac{20}{3}$ .      C.  $S = \frac{13}{3}$ .      D.  $S = 3$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm) được tính bằng công thức nào sau đây?





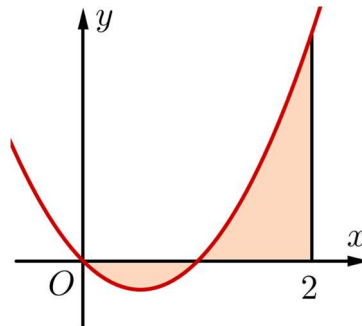
A.  $S = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$ .

B.  $S = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$ .

C.  $S = 2 \int_0^b f(x) dx$ .

D.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .

**Câu 5:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  được tính bởi công thức:



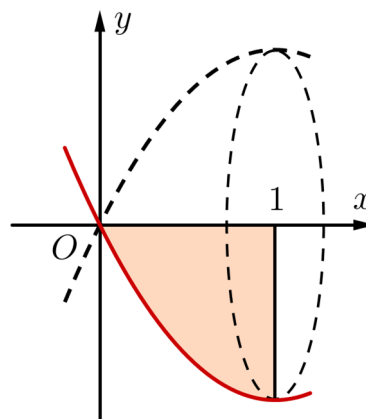
A.  $\int_0^2 (x - x^2) dx$ .

B.  $\int_1^2 (x^2 - x) dx - \int_0^1 (x^2 - x) dx$ .

C.  $\int_0^1 (x^2 - x) dx + \int_1^2 (x^2 - x) dx$ .

D.  $\int_0^2 (x^2 - x) dx$ .

**Câu 6:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - 2x$ , trục hoành, trục tung và đường thẳng  $x = 1$ . Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay khi quay (H) quanh trục  $Ox$ .



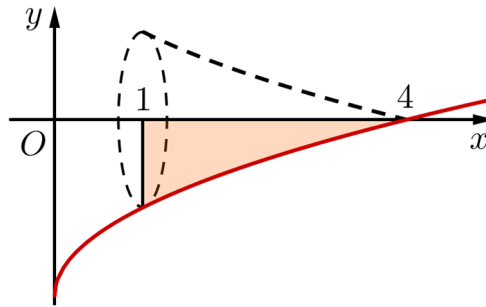
A.  $V = \frac{8\pi}{15}$ .

B.  $V = \frac{4\pi}{3}$ .

C.  $V = \frac{15\pi}{8}$ .

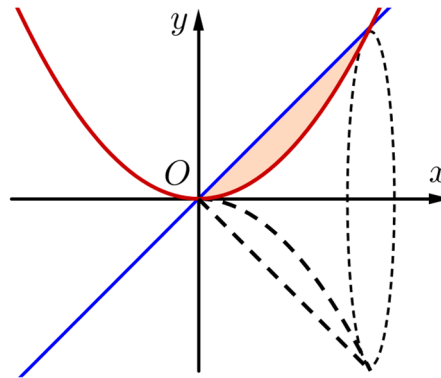
D.  $V = \frac{7\pi}{8}$ .

**Câu 7:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = -2 + \sqrt{x}$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = 1, x = 4$  quay quanh trục  $Ox$  tạo thành khối tròn xoay. Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay đó.



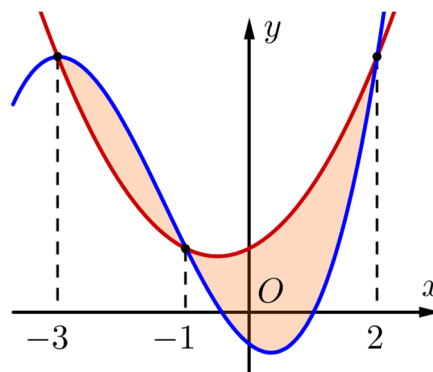
- A.  $V = \frac{32\pi}{3}$ .      B.  $V = \frac{4\pi}{3}$ .      C.  $V = \frac{229\pi}{6}$ .      D.  $V = \frac{5\pi}{6}$ .

**Câu 8:** Thể tích  $V$  của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $d: y = x$  quay xung quanh trục  $Ox$  được xác định bởi:



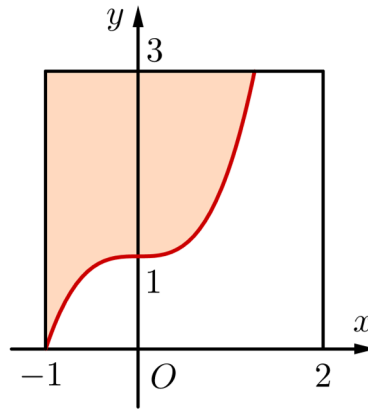
- A.  $V = \pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx$ .      B.  $V = \pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_0^1 x^4 dx$ .  
 C.  $V = \pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx$ .      D.  $V = \pi \int_0^1 (x - x^2) dx$ .

**Câu 9:** Người ta dự định trồng hoa Lan Ý để trang trí vào phần tô đậm. Biết rằng phần tô đậm là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$  và  $y = g(x) = dx^2 + ex + 1$  trong đó  $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ . Biết rằng hai đồ thị đó cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng  $-3, -1, 2$ , chi phí trồng hoa là 800000 đồng/m<sup>2</sup> và đơn vị trên các trục được tính là 1 mét. Số tiền trồng hoa gần nhất với số nào sau đây?



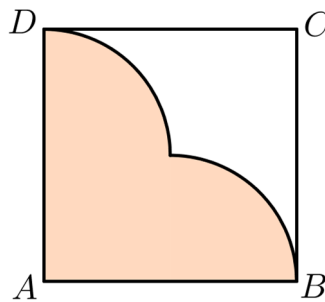
- A. 4220000 đồng.      B. 2083000 đồng.      C. 422000 đồng.      D. 4217000 đồng.

**Câu 10:** Tỉ số diện tích giữa phần tô đậm và hình vuông cạnh 3 thuộc khoảng nào sau đây, biết phần tô đậm là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 3$ ,  $y = x^3 + 1$ ,  $x = -1$ .



- A. (0,4;0,5).      B. (0,8;0,9).      C. (0,5;0,6).      D. (0,6;0,7).

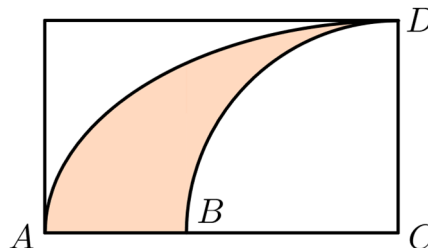
**Câu 11:** Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền ( $H$ ) (phần tô đậm trong hình vẽ sau) quanh trục  $AB$ . Miền ( $H$ ) được giới hạn bởi các cạnh  $AB$ ,  $AD$  của hình vuông  $ABCD$  và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AD$ ,  $AB$ .



Tính thể tích của vật thể trang trí đó, làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

- A. 10,6 cm<sup>3</sup>.      B. 21,4 cm<sup>3</sup>.      C. 23,4 cm<sup>3</sup>.      D. 12,3 cm<sup>3</sup>.

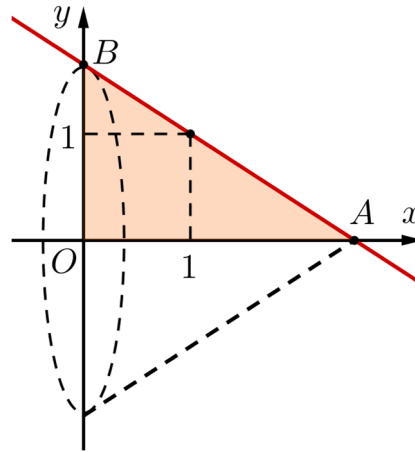
**Câu 12:** Một vật trang trí có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền ( $H$ ) (phần tô đậm trong hình vẽ bên sau) quanh trục  $AC$ . Biết rằng  $AC = 5$  cm,  $BC = 3$  cm, miền ( $H$ ) được giới hạn bởi đoạn thẳng  $AB$ , cung tròn  $BD$  có tâm  $C$ , đường cong elip  $AD$  có trục  $AC$  và  $CD$ . Thể tích của vật thể trang trí này bằng:



- A. 60π cm<sup>3</sup>.      B. 30π cm<sup>3</sup>.      C. 12 cm<sup>3</sup>.      D. 12π cm<sup>3</sup>.

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

**Câu 1:** Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua  $M(1;1)$  có hệ số góc âm. Giả sử  $d$  cắt trục  $Ox$ ,  $Oy$  lần lượt tại  $A(a;0)$ ,  $B(0;b)$ . Quay tam giác  $OAB$  quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích  $V$ .



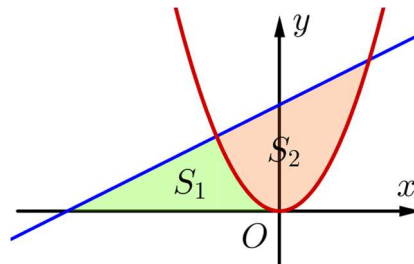
a) Phương trình đường thẳng  $d : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  với  $a, b > 1$ .

b)  $a = \frac{b}{b-1}$ .

c)  $V = \frac{\pi b^3}{b-1}$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của  $V$  bằng  $\frac{9\pi}{4}$ .

**Câu 2:** Cho đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + a$  ( $a > 0$ ) và parabol  $y = x^2$ . Gọi  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được mô tả như hình sau:



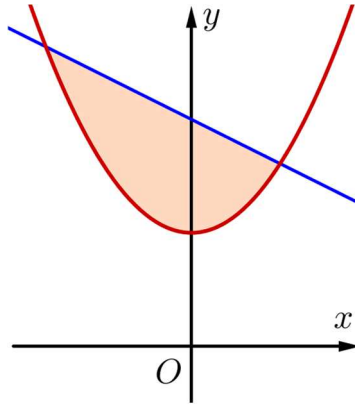
a) Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị trên là:  $2x^2 - x - 2a = 0$ .

b) Khi  $a = \frac{3}{2}$  thì diện tích  $S_1 = \int_{-3}^{-1} \left| \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \right| dx$ .

c) Khi  $a = \frac{3}{2}$  thì diện tích  $S_2 = \frac{125}{48}$ .

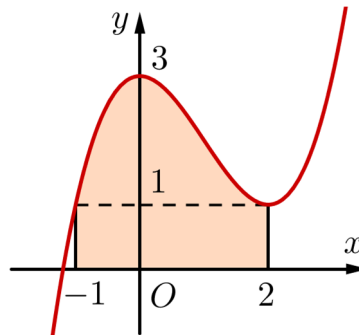
d) Khi  $S_1 = S_2$  thì  $a \in \left( \frac{7}{2}; 4 \right)$ .

**Câu 3:** Cho đường thẳng  $d : y = mx + 2$  ( $m \in \mathbb{R}$ ) và parabol  $(P) : y = x^2 + 1$ .



- a) Với mọi giá trị của tham số  $m$  thì  $d$  và  $(P)$  luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt.
- b) Khi  $m = 4$ , diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $d$  và  $(P)$  lớn hơn 15.
- c) Khi đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $N(-3; -4)$  thì diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $d$  và  $(P)$  bằng  $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ .
- d) Với  $m = 0$  thì diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $d$  và  $(P)$  là nhỏ nhất.

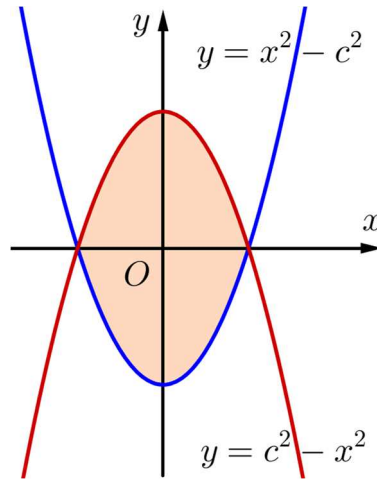
**Câu 4:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + c$  (với  $a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$ ) có đồ thị như hình sau và gọi  $(H)$  là hình phẳng được tô đậm như trong hình.



- a) Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $x = 0$ ,  $y = -1$ ,  $y = 2$ .
- b) Hệ số  $b = -3$ .
- c) Diện tích hình phẳng  $(H)$  là  $S = \frac{51}{8}$ .
- d) Thể tích khối tròn xoay khi quay  $(H)$  quanh trục  $Ox$  nhỏ hơn 46.

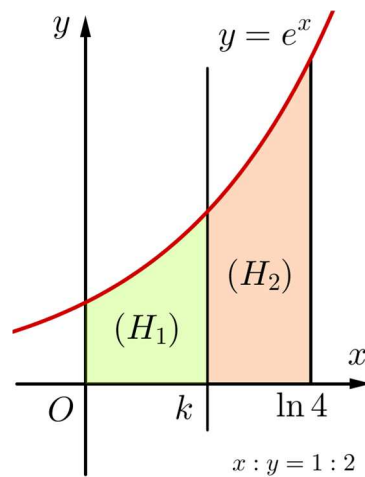
### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Xét hình phẳng giới hạn bởi hai parabol  $y = x^2 - c^2$  và  $y = c^2 - x^2$ . Tìm hằng số dương  $c$  sao cho diện tích hình phẳng đó bằng 10 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



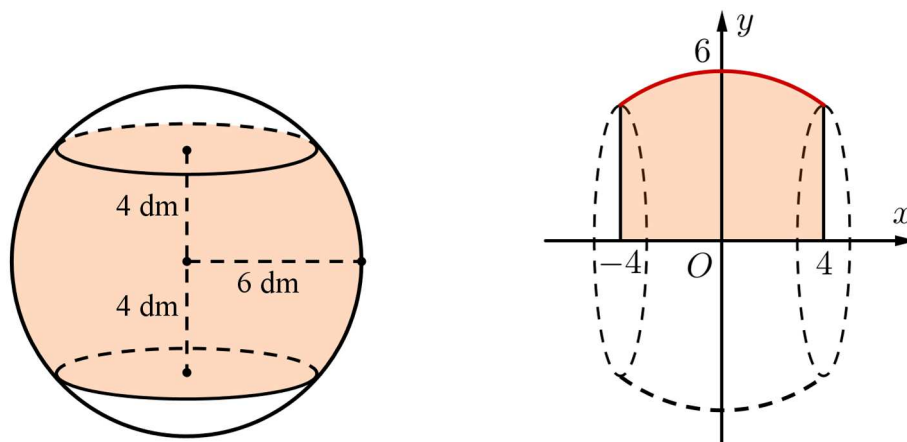
ĐS:

**Câu 2:** Kí hiệu  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = e^x$ , trục hoành, trục tung và đường thẳng  $x = \ln 4$ . Đường thẳng  $x = k$  ( $0 < k < \ln 4$ ) chia  $(H)$  thành hai phần  $(H_1)$ ,  $(H_2)$  như hình vẽ bên. Khi quay  $(H_1)$ ,  $(H_2)$  quanh trục hoành ta được hai khối tròn xoay có thể tích tương ứng là  $V_1, V_2$ . Biết khi  $k = \ln M$  thì  $V_1 = 2V_2$ , giá trị  $M$  bằng bao nhiêu?



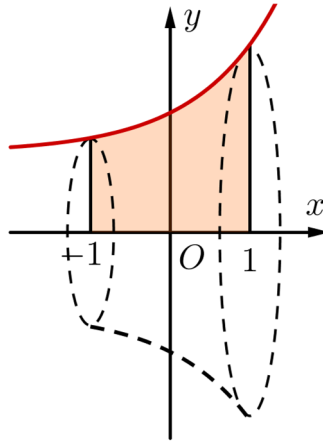
ĐS:

**Câu 3:** Một hình cầu có bán kính 6 dm, người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng song song và cùng vuông góc với đường kính để làm mặt xung quanh của một chiếc lu chứa nước (như hình vẽ). Tính thể tích  $V$  (lít) mà chiếc lu chứa được biết mặt phẳng cách tâm mặt cầu 4 dm (làm tròn đến hàng đơn vị).



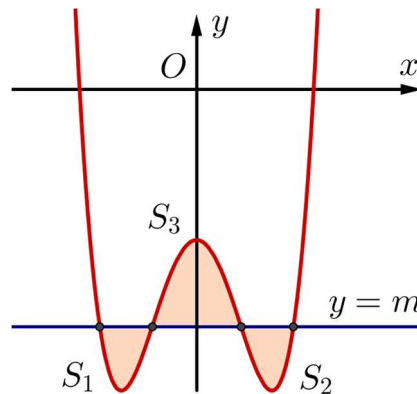
ĐS:

**Câu 4:** Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi các đường  $y = \frac{e^x}{2}$ ,  $y = 0$  và  $x = -1$ ,  $x = 1$  quanh trục hoành.



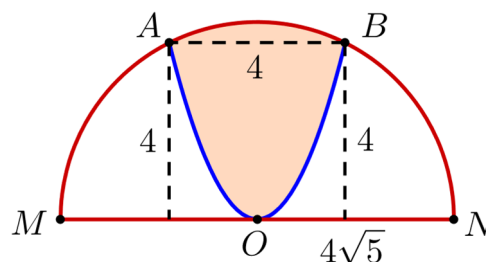
ĐS:

**Câu 5:** Đồ thị ( $C$ ):  $y = 2x^4 - 4x^2 - 2$  cắt đường thẳng  $d: y = m$  tại bốn điểm phân biệt và tạo ra các hình phẳng có diện tích  $S_1, S_2, S_3$  như hình vẽ. Biết rằng  $S_1 + S_2 = S_3$ , khi đó  $m = -\frac{a}{b}$  ở dạng tối giản với  $a, b \in \mathbb{N}$ . Tính giá trị của  $T = a + b$ .



ĐS:

**Câu 6:** Cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính bằng  $4\sqrt{5}$  và một parabol có đỉnh trùng với tâm của nửa đường tròn và đi qua 2 điểm  $A, B$  cách nhau một khoảng bằng 4 (xem hình vẽ sau). Thể tích khối tròn xoay khi quay ( $H$ ) quay trục  $MN$  có dạng  $V = \frac{a\pi}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $S = 2a + 3b$ .



ĐS:

**ĐÁP ÁN****BÀI 1. NGUYÊN HÀM****C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1****Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

1.B	2.A	3.C	4.A	5.C	6.B	7.B	8.C	9.D	10.D
11.D	12.C								

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	S	Đ	S
b)	S	Đ	Đ	Đ
c)	Đ	Đ	S	Đ
d)	Đ	S	S	S

**Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
<b>109</b>	<b>27</b>	<b>0,21</b>	<b>-48</b>	<b>2</b>	<b>0,3</b>

1. HD:  $F(x) = \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x - \frac{25}{3}$ ;  $F(3) = \frac{103}{6}$ ;  $a = 103$ ,  $b = 6$ ;  $S = 109$ .

2. HD:  $F(x) = 3 \cdot \frac{9^x}{\ln 9}$ ;  $a = 3$ ,  $b = 9$ ;  $T = ab = 27$ .

3. HD:  $F(x) = -\cot x - x + 1 + \frac{\pi}{4}$ ;  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 - \frac{\pi}{4} \approx 0,21$ .

4. HD:  $F'(x) = f(x) \Rightarrow a = -1$ ,  $b = -7$ ;  $S = a^2 - b^2 = -48$ .

5. HD:  $F'(x) = f(x) \Rightarrow a = 2$ .

6. HD:  $F(x) = \frac{1}{2}(x - \sin x)$ ;  $F\left(\frac{\pi}{6}\right) + F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{3} - \frac{3}{4} \approx 0,3$ .



## D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.C	2.B	3.C	4.B	5.C	6.C	7.C	8.B	9.C	10.A
11.B	12.A								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	S	S	Đ
b)	Đ	S	Đ	S
c)	Đ	Đ	Đ	S
d)	Đ	Đ	S	Đ

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
2	1	595	5,76	-0,4	6,5

1. HD:  $a = \frac{1}{3}$ ,  $b = 3$ ,  $c = -\frac{4}{3}$ ;  $S = 2$ .

2. HD:  $a = 1$ .

3. HD:  $F(x) = x^3 - 2x + \ln|x| + 4$ ;  $F(5) = 119 + \ln 5$ ;  $a = 119$ ,  $b = 5$ ;  $T = 595$ .

4. HD:  $F(x) = \frac{x^4}{2} - \frac{4x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 6x + \frac{553}{96}$ ;  $F(0) = \frac{553}{96} \approx 5,76$ .

5. HD:  $a = -\frac{2}{5} = -0,4$ .

6. HD:  $m = -\frac{1}{2}$ ,  $n = -\frac{5}{2}$ ;  $S = \frac{13}{2} = 6,5$ .

## E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.B	2.C	3.C	4.D	5.A	6.D	7.A	8.D	9.A	10.D
11.B	12.A								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	S	Đ	S
b)	Đ	Đ	Đ	Đ
c)	S	S	S	S
d)	S	S	Đ	Đ

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
16	3240	4	-11	7,53	2,6

1. HD:  $F(x) = 4\sqrt{x} + \frac{2^{3x}}{\ln 8} + \frac{(2x-1)^2}{4}$ ;  $a = 4$ ,  $b = 8$ ,  $c = 4$ ;  $S = 16$ .

2. HD:  $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - \frac{3}{2}$ ;  $F\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{81}{40}$ ;  $a = 81$ ,  $b = 40$ ;  $T = 3240$ .

3. HD:  $F'(x) = f(x) \Rightarrow a = 4$ .

4. HD:  $a = 1$ ,  $b = -\frac{5}{2}$ ,  $c = -\frac{7}{4}$ ;  $T = -11$ .

5. HD:  $F(x) = \frac{3}{2}(x + \sin x) - \cos x + 6$ ;  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{8} + \frac{\sqrt{2}}{4} + 6 \approx 7,53$ .

6. HD:  $F(x) = -3\sin x$ ,  $f(x) = -3\cos x$ ,  $f'(x) = 3\sin x \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 2,6$ .

## F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.D	2.A	3.B	4.B	5.B	6.D	7.D	8.B	9.A	10.C
11.B	12.A								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	S	S	S
b)	S	Đ	Đ	Đ
c)	S	Đ	S	S
d)	S	Đ	Đ	S

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
3,69	4,33	2026	1,48	-6,5	-2

1. HD:  $F(x) = 2x^2 + \cos x + 1$ ;  $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\pi^2}{9} + \frac{3}{2} \approx 3,69$ .

2. HD:  $F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 3x + 2$ ;  $F(1) = \frac{13}{3} \approx 4,33$ .

3. HD:  $F(x) = 2x^4 - 4x^3 + 3x^2 - x + 2026$ ; Tổng hệ số là: 2026.

4. HD:  $F(x) = x^2 + e^x - 1$ ;  $F(\ln 2) = \ln^2 2 + 1 \approx 1,48$ .

5. HD:  $a = \frac{3}{2}$ ,  $b = -8$ ;  $S = -\frac{13}{2} = -6,5$ .

6. HD:  $F'(x) = f(x) \Rightarrow a = 2$ ,  $b = -1$ ,  $c = -3$ ;  $S = -2$ .

## G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.C	2.A	3.C	4.C	5.B	6.B	7.B	8.A	9.D	10.C
11.A	12.C								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	S	S	Đ
b)	Đ	Đ	Đ	S
c)	Đ	S	Đ	Đ
d)	S	Đ	S	Đ

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
6,39	2027	-1,7	10	-8	-0,6

1. HD:  $F(x) = e^x - 1 \Rightarrow F(2) = e^2 - 1 \approx 6,39$ .

2. HD:  $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2}$ ;  $T = \frac{2^{2027} - 1}{\ln 2}$ ;  $n = 2027$ .

3. HD:  $a = -\frac{5}{3} \approx -1,7$ .

4. HD:  $a = 1, b = 0, c = 3; S = 10$ .

5. HD:  $F'(x) = 5ax^2 + (3b - 6a)x - 3b + c$ ;  $F'(x) = f(x) \Rightarrow a = 4, b = -2, c = 1; P = abc = -8$ .

6. HD:  $F(x) = \frac{4mx}{\pi} + \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin x + 1$ ;  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8} \Rightarrow m = \frac{\sqrt{2}}{4} - 1 \approx -0,6$ .

## H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.B	2.C	3.D	4.C	5.B	6.C	7.C	8.A	9.D	10.A
11.D	12.D								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	Đ	S	S
b)	Đ	Đ	Đ	Đ
c)	Đ	S	S	S
d)	S	Đ	S	Đ

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
20	-4	8,81	4,39	11,7	222

1. HD:  $F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + 2\ln x + C_1 & (x > 0) \\ \frac{x^2}{2} + 2\ln(-x) + C_2 & (x < 0) \end{cases}$ . Với  $F(-1) = 2$ ,  $F(1) = 3$  suy ra  $C_1 = \frac{5}{2}$ ,  $C_2 = \frac{3}{2}$ .

Khi đó  $F(-2) + F(4) = 14 + 6\ln 2$ ;  $a = 14$ ,  $b = 6$ ;  $S = 20$ .

2. HD:  $F'(x) = f(x) \Rightarrow a = 1$ ,  $b = 2$ ;  $T = -4$ .

3. HD:  $F(x) = \frac{7 \cdot 63^x}{\ln 63}$ ;  $\ln F(2) \approx 8,81$ .

4. HD: Rút gọn ta được  $f(x) = \tan x$ . Suy ra  $F(x) = \tan x - x + \frac{\pi}{3}$ . Do đó  $F^2(\pi) = \frac{4\pi^2}{9} \approx 4,39$ .

5. HD: Rút gọn ta được  $F(x) = \tan x$ . Suy ra  $f(x) = F'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ . Khi đó  $f^2(1) \approx 11,7$ .

6. HD:  $F(x) = \frac{6^x}{\ln 216} + \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{2^x}{\ln \sqrt{2}} + 6x$ ;  $a = 216$ ,  $b = 3$ ,  $c = \sqrt{2}$ ;  $S \approx 222$ .

## I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 7

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.C	2.B	3.B	4.C	5.A	6.D	7.B	8.D	9.D	10.A
11.B	12.A								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	Đ	Đ	Đ
b)	Đ	S	S	S
c)	S	S	S	S
d)	S	S	S	Đ

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
17	-0,3	14,8	3	1309	176

1. HD:  $F(x) = \frac{4}{3} \ln x + C$ ;  $F(1) = 0 \Rightarrow C = 0$ .

Do đó  $F(x) = \frac{4}{3} \ln x = \frac{4 \ln 10}{3} \log x$ ;  $a = 4$ ,  $b = 10$ ,  $c = 3$ ;  $S = 17$ .

2. HD:  $f(x) = 1 - \cos^2 \frac{x}{2} = \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$ ;  $F(x) = \frac{1}{2}(x - \sin x + \sqrt{3}) + C$ .

$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow C = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} \approx -0,3$ .

3. HD:  $F(x) = x^3 - 2x + 11$ ;  $F(2) = 15$ ;  $G(x) = \ln|x| + \frac{2}{x} + 13$ ;  $G(3) = \frac{41}{3} + \ln 3 \approx 14,8$ .

4. HD: Tìm được  $F(x) = \frac{x+3}{x-2}$ . Ta có  $\frac{x+3}{x-2} = 1 + \frac{5}{x-2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x-2 \in \{-1; 1; -5; 5\}$ . Vậy có 4 điểm trên đồ thị có tọa độ nguyên, loại trừ điểm  $M(1; -4)$  ta còn 3 điểm.

5. HD:  $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$ ;  $F(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$ ;  $F(12) = 1309 \Rightarrow m = 1309$ .

6. HD: Ta có  $f(x) = 24^x \Rightarrow F(x) = \frac{24^x}{\ln 24} + C$ ;  $F(1) > 3 \Rightarrow C > 3 - \frac{24}{\ln 24}$ .

Khi đó  $F(2) = \frac{24^2}{\ln 24} + C > \frac{24^2}{\ln 24} + 3 - \frac{24}{\ln 24} \approx 176,69$ . Giá trị nguyên lớn nhất không vượt quá  $F(2)$  là 176.

## J. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 8

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.C	2.D	3.D	4.D	5.A	6.B	7.C	8.A	9.B	10.D
11.C	12.A								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	S	S	S
b)	Đ	Đ	Đ	Đ
c)	S	S	Đ	Đ
d)	S	Đ	Đ	Đ

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
1265	0,45	1521	0,77	60	91,8

1. HD:  $y = f(x)$  là hàm số bậc ba nên  $y = F(x)$  là hàm số bậc bốn, do  $y = F(x)$  có đồ thị đối xứng qua trục  $Oy$  nên nó có dạng  $F(x) = Ax^4 + Bx^2 + C$ . Khi đó  $f(x) = 4Ax^3 + 2Bx$ .

Từ  $F(1) = 5$  và  $M(1;2), N(2;28) \in (C)$  ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} A + B + C = 5 \\ 4A + 2B = 2 \\ 32A + 4B = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = -1 \\ C = 5 \end{cases}. \text{ Suy ra } F(x) = x^4 - x^2 + 5; F(6) = 1265.$$

2. HD:  $F'(x) = f(x) \Leftrightarrow [-ax^2 + (2a-b)x + (b-c)]e^{-x} = (x-2)(2x+3)e^{-x} = (2x^2 - x - 6)e^{-x}$ .

Suy ra  $a = -2, b = -3, c = 3; F(x) = (-2x^2 - 3x + 3)e^{-x}; F(0) = 3; f(F(0)) = f(3) \approx 0,45$ .

3. HD:  $F(x) = \frac{-2}{\sqrt{x}} + 5; F^2(9) = \frac{169}{9}; a = 169, b = 9; P = 1521$ .

4. HD: Ta có  $F(x) = -2\cos x + 1, G(x) = 3\sin x - \sqrt{2}$ .

Khi đó  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) + G\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1 - \sqrt{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2} - \sqrt{2} \approx 0,77$ .

5. HD:  $f(x) = -x^3 + x + C$ . Suy ra  $f(4) - f(5) = (-60 + C) - (-120 + C) = 60$ .

6. HD:  $f(x) = F'(x) = 5^x \ln 5 + 2; G(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{5x^2}{2} + C$ .

Lại có  $G(0) + F'(1) = 3 + \frac{1}{\ln 2} \Rightarrow \frac{1}{\ln 2} + C + 5 \ln 5 + 2 = 3 + \frac{1}{\ln 2} \Rightarrow C = 1 - 5 \ln 5$ .

Suy ra  $G(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{5x^2}{2} + 1 - 5 \ln 5$ . Khi đó  $S = f'(2) + G(3) \approx 91,8$ .

## K. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 9

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.C	2.D	3.B	4.A	5.D	6.A	7.D	8.C	9.D	10.C
11.B	12.B								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	S	Đ	Đ
b)	Đ	Đ	Đ	S
c)	S	Đ	S	Đ
d)	S	S	S	S

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
4174	-3,6	16	51	16	1,48

1. HD:  $F(x) = \frac{4x^5}{5} - x^4 + \frac{x^3}{3} + C$ ;  $F(-1) = 5 \Rightarrow C = \frac{107}{15}$ .

Khi đó  $F(-3) = -\frac{4159}{15}$ ;  $a = 4159$ ,  $b = 15$ ;  $S = 4174$ .

2. HD:  $[x^2 f(x)]' = 2x - 3 \Rightarrow x^2 f(x) = x^2 - 3x + C$ ;  $f(1) = 5 \Rightarrow C = 7$ .

Suy ra  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 7}{x^2} = 1 - \frac{3}{x} + \frac{7}{x^2}$ . Khi đó  $F(x) = x - 3 \ln|x| - \frac{7}{x} + C$ ;  $F(-1) = 5 \Rightarrow C = -1$ .

Suy ra  $F(x) = x - 3 \ln|x| - \frac{7}{x} - 1$ ;  $F(3) \approx -3,6$ .

3. HD:  $F(x) = -\frac{4}{5}x^2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - \frac{3}{x} - 6x + C$ ;  $a = 5$ ,  $b = 2$ ,  $c = -3$ ,  $d = -6$ ;  $S = 16$ .

4. HD: Tìm được  $f(x) = x^2 - 6x + 7$ . Do đó  $F(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 7x + C$ . Đồ thị  $y = F(x)$  đi qua điểm

$A(2; -1)$  nên  $C = -\frac{17}{3}$ . Suy ra  $F(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 7x - \frac{17}{3}$ .

Cho  $x = 0 \Rightarrow y = -\frac{17}{3}$ ;  $a = 17$ ,  $b = 3$ ;  $T = 51$ .

5. HD:  $\frac{f(x)}{g(x)} = \cos x - \sin x \Rightarrow H(x) = \sin x + \cos x + C$ ;  $H\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Rightarrow C = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$ .

$H\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1}{2}$ ;  $a = 2$ ,  $b = 1$ ,  $c = -1$ ;  $S = 16$ .



$$6. \text{HD: } f(x) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^x \Rightarrow F(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{\left(\frac{9}{2}\right)^x}{\ln \frac{9}{2}} + C; F(0) = 1 \Rightarrow C = 1 - \frac{1}{3 \ln \frac{9}{2}}.$$

$$\text{Suy ra } F(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{\left(\frac{9}{2}\right)^x}{\ln \frac{9}{2}} + 1 - \frac{1}{3 \ln \frac{9}{2}}. \text{ Khi đó } AB = |F(2) - f(2)| \approx 1,48.$$

L. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 10

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.C	2.D	3.D	4.A	5.D	6.B	7.C	8.D	9.D	10.B
11.D	12.D								

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	S	S	Đ
b)	S	S	Đ	Đ
c)	Đ	S	S	S
d)	S	Đ	Đ	S

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
-144	-0,2	2657	2,41	178	-16

1. HD:  $f(x) = 2 - \frac{12}{x} + \frac{18}{x^2}$ . Khi đó  $F(x) = \begin{cases} 2x - 12 \ln x - \frac{18}{x} + C_1 & \text{khi } x > 0 \\ 2x - 12 \ln(-x) - \frac{18}{x} + C_2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ .

$F(-1) + F(1) = 6 \Leftrightarrow C_1 + C_2 = 6$ . Khi đó  $F(-2) + F(2) = 6 - 24 \ln 2$ .

Suy ra  $a = 6, b = -24; T = -144$ .

2. HD:  $F(x) = \frac{2}{9}x^3 - \frac{6}{7}x^{\frac{7}{3}} - \ln|x| + 2030; a = \frac{2}{9}, b = -\frac{6}{7}; P = -\frac{4}{21} \approx -0,2$ .

3. HD:  $F(x) = \frac{112^x - \ln 112}{\ln 112}; F(2) \approx 2657$ .

4. HD:  $f(x) = \frac{mx}{2} + 1 - (1 + \tan^2 x); F(x) = \frac{mx^2}{4} + x - \tan x + C; F(0) = 1 \Rightarrow C = 1;$

$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow m = \frac{16}{3\pi}$ . Khi đó  $S = f(1) + F(1) \approx 2,41$ .

5. HD:  $g(x) = \frac{5}{f^2(x) - 2f(x)} = \frac{5}{f(x)[f(x) - 2]} = \frac{5}{(\sin x + 1)(\sin x - 1)} = -\frac{5}{1 - \sin^2 x} = \frac{-5}{\cos^2 x}$ .

$G(x) = -5 \tan x + C; G\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Rightarrow C = 6\sqrt{3} \Rightarrow G(x) = -5 \tan x + 6\sqrt{3}; G\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{13\sqrt{3}}{3};$

$a = 13, b = 3; S = 178$ .

6. HD:  $F'(x) = f(x) \Leftrightarrow \begin{cases} -a = -3 \\ 3a - b = 9 \\ 2b - c = 12 \\ c - d = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -12 \\ d = -7 \end{cases}; a + b + c + d = -16$ .

**BÀI 2. TÍCH PHÂN****C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1****Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

1.D	2.C	3.C	4.C	5.D	6.A	7.C	8.A	9.B	10.A
11.D	12.B								

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	Đ	Đ	S
b)	Đ	Đ	S	Đ
c)	Đ	S	S	Đ
d)	S	S	Đ	Đ

**Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
-45	4054	2219	25	5,28	1280

1. HD:  $\int_1^5 [g(x) - f(x)] dx = -33 - 12 = -45.$

2. HD:  $\int_0^2 [x + 2f(x)] dx = \int_0^2 x dx + 2 \int_0^2 f(x) dx = 4054.$

3. HD:  $I = \frac{3^{2027}}{2027} \Rightarrow \ln I \approx 2219,27.$

4. HD:  $\sin x \cdot \cot x + \cos x \cdot \tan x = \sin x + \cos x.$  Suy ra  $I = -1 + \sqrt{3}.$  Khi đó  $a = -1, b = 3; S = 25.$

5. HD:  $AB: y = \frac{1}{2}x + 1; BC: y = \sqrt{4 - x^2}; CD: y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}.$

Sử dụng ý nghĩa hình học và tính chất của tích phân, ta có:

$$I = \int_{-6}^5 f(x) dx = \int_{-6}^{-2} \left(\frac{1}{2}x + 1\right) dx + \int_{-2}^2 \sqrt{4 - x^2} dx + \int_2^5 \left(\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}\right) dx = -4 + \frac{1}{2}\pi \cdot 2^2 + 3 = 2\pi - 1 \approx 5,28.$$

6. HD:  $s = \int_0^{16} (160 - 10t) dt = 1280 \text{ m}.$

## D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.D	2.A	3.A	4.B	5.C	6.A	7.D	8.B	9.B	10.B
11.A	12.A								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	S	Đ
b)	S	S	Đ	S
c)	Đ	S	Đ	S
d)	Đ	Đ	S	S

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
30	-5	189	6,75	-14	11

1. HD:  $\int_0^{13} \sqrt[3]{2t+1} dt = \frac{3}{8} (2t+1)^{\frac{4}{3}} \Big|_0^{13} = 30 \text{ cm.}$

2. HD:  $I = \frac{-e^2 + 1}{-2} \Rightarrow a = -1, c = -2; S = -5.$

3. HD:  $a = 21, b = 9; T = 189.$

4. HD: Ta có  $f(x) = -x^2 + 2,25$ . Diện tích cái cửa:  $\int_{-1,5}^{1,5} (-x^2 + 2,25) dx = \frac{9}{2} \text{ m}^2.$

Số tiền:  $\frac{9}{2} \cdot 1500000 = 6750000 \text{ đồng.}$

5. HD:  $I = 7 - \sqrt{2} \Rightarrow a = 7, b = -1, c = 2; T = abc = -14.$

6. HD:  $I = 4 + 8\ln 2 - 3\ln 5 \Rightarrow a = 8, b = -3; S = 11.$

## E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.A	2.C	3.C	4.A	5.C	6.B	7.D	8.D	9.C	10.B
11.C	12.D								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	Đ	S
b)	S	Đ	S	S
c)	Đ	Đ	Đ	Đ
d)	S	Đ	S	S

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
37	22,5	3920	2470	701	2,66

1. HD:  $m = 1, m = -6$ ; Tổng bình phương là: 37.

2. HD:  $s = \int_1^2 (30 - 5t) dt = 22,5$  m.

3. HD: Quãng đường viên đạn đi được:  $2s(t) = 2 \cdot \int_0^{20} (-9,8t + 196) dt = 3920$  m.

4. HD:  $I = 2470$ .

5. HD:  $I = \frac{346}{3}$ ;  $a = 346, b = 3; S = 701$ .

6. HD:  $h(t) = \int_0^6 \frac{1}{5} \sqrt[3]{t+8} \approx 2,66$  cm.

## F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.A	2.B	3.B	4.A	5.A	6.C	7.B	8.D	9.D	10.C
11.A	12.B								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	S	S	S
b)	Đ	S	Đ	Đ
c)	Đ	S	S	S
d)	Đ	Đ	Đ	S

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
24	0,3	5	1,73	0,5	2026

1. HD: Ta có  $v_A(t) = \begin{cases} \frac{3}{4}t & (0 \leq t \leq 8) \\ 6 & (t > 8) \end{cases} \Rightarrow s_A = \int_0^8 \frac{3}{4}t dt + \int_8^{20} 6 dt = 96 \text{ m.}$

Lại có  $v_B(t) = a_B \cdot t \Rightarrow s_B = \int_0^8 v_B(t) dt = a_B \cdot \frac{8^2}{2} = 96 \Rightarrow a_B = 3 \text{ m/s}^2 \Rightarrow v_B(8) = a_B \cdot 8 = 3 \cdot 8 = 24 \text{ m/s.}$

2. HD:  $\int_0^{2400} (10t + 500) dt = 3 \cdot 10^7 = 0,3 \cdot 10^8 \text{ m}^3$ . Suy ra  $a = 0,3$ .

3. HD:  $s = \int_0^{\frac{1}{2}} (-40t + 20) dt = 5 \text{ m.}$

4. HD:  $I = \tan x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \sqrt{3} \approx 1,73$ .

5. HD:  $I = \int_{-1}^0 (2^{-x} - 2^x) dx + \int_0^1 (2^x - 2^{-x}) dx = \frac{1}{\ln 2}$ ;  $a = 1, b = 2$ ;  $J = \frac{1}{2}$ .

6. HD:  $I = e^2 - e$ ;  $a = 1, b = -1$ ;  $S = \log_2 2^{2026} = 2026$ .

## G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.B	2.A	3.C	4.B	5.C	6.B	7.B	8.D	9.D	10.B
11.A	12.B								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	S	Đ	Đ
b)	S	S	S	Đ
c)	S	Đ	Đ	S
d)	Đ	S	S	S

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
27	1433	8400	19,1	1	16

1. HD: Parabol:  $y = -\frac{9}{4}x^2 + 9x$ , đường thẳng:  $y = \frac{27}{4}$ ;  $s = \int_0^3 \left(-\frac{9}{4}x^2 + 9x\right) dx + \int_3^4 \frac{27}{4} dx = 27$  km.

2. HD:  $v(t) = \frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + 10 \Rightarrow s = \int_0^{10} \left(\frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + 10\right) dt = \frac{4300}{3} \approx 1433$  m.

3. HD:  $h(t) = at^3 + \frac{bt^2}{2}$ ;  $\begin{cases} h(5) = 150 \\ h(10) = 1100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow h(t) = t^3 + t^2$ ;  $h(20) = 8400$  m<sup>3</sup>.

4. HD:  $\int_0^1 3e^{3x} dx = e^3 - 1 \approx 19,1$ .

5. HD:  $I = -\cot x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 1$ .

6. HD:  $b = 0$  hoặc  $b = 4$ ; Tổng bình phương: 16.

## H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.A	2.C	3.A	4.B	5.A	6.C	7.A	8.A	9.B	10.A
11.C	12.C								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	S	Đ	S
b)	Đ	Đ	S	S
c)	Đ	Đ	Đ	S
d)	Đ	S	S	Đ

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
41	3636	1546	37	63	0,79

1. HD:  $I = \int_1^2 \sqrt{x^2} dx = \frac{10 \cdot \sqrt[5]{4} - 5}{7}$ ;  $a = 5$ ,  $b = 4$ ;  $S = 41$ .

2. HD:  $\int_a^b f(x) dx = 1224 + 2412 = 3636$ .

3. HD:  $N(x) = 2000 \cdot \ln(1+x) + 5000$ ;  $N(12) - N(5) \approx 1546$  con.

4. HD:  $v(t) = 10t + 20$ ;  $s(t) = 5t^2 + 20t \Rightarrow s(5) = 225$ .

Quả bi sắt cách mặt đất một đoạn  $262 - 225 = 37$  m.

5. HD:  $I = e^{\frac{\pi^3}{8} + 1} - 1$ ;  $a = 8$ ,  $b = 1$ ;  $S = 63$ .

6. HD:  $I = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$  là diện tích một phần tư hình tròn bán kính 1. Suy ra  $I = \frac{\pi}{4} \approx 0,79$ .



## I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 7

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.A	2.C	3.D	4.D	5.D	6.A	7.C	8.B	9.C	10.D
11.D	12.B								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	S	Đ	Đ
b)	S	S	Đ	S
c)	S	S	S	Đ
d)	Đ	S	Đ	S

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
1540	53,6	-26	1,56	7,42	2

1. HD:  $S = \int_0^5 7t \, dt + \int_0^{\frac{1}{2}} (-70t + 35) \, dt = \frac{385}{4}$ ;  $a = 385$ ,  $b = 4$ ;  $T = 1540$ .

2. HD:  $\int_0^2 2e^{2x} \, dx = e^4 - 1 \approx 53,6$ .

3. HD:  $a = \frac{2}{5}$ ,  $b = -\frac{13}{6}$ ;  $T = 30ab = -26$ .

4. HD:  $f(0,05) = 40 \Rightarrow 0,05k = 40 \Rightarrow k = 800$  (N/m)  $\Rightarrow f(x) = 800x$ . Công cần để kéo dẫn lò xo từ 15 cm đến 18 cm là:  $\int_{0,05}^{0,08} 800x \, dx = 1,56$  J.

5. HD:  $s = \int_0^{\frac{3\pi}{2}} v(t) \, dt = 3\pi - 2 \approx 7,42$  m.

6. HD:  $S_1 = \int_0^a 2^x \, dx = \frac{2^a - 1}{\ln 2}$ ;  $S_2 = \int_a^4 2^x \, dx = \frac{2^4 - 2^a}{\ln 2}$ ;  $S_2 = 4S_1 \Leftrightarrow 2^a = 4 \Leftrightarrow a = 2$ .

## J. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 8

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.A	2.B	3.C	4.D	5.B	6.C	7.D	8.A	9.D	10.A
11.A	12.A								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	S	S
b)	Đ	S	S	Đ
c)	S	Đ	S	Đ
d)	S	S	Đ	S

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
4,5	55	10	0,46	1013	8

1. HD:  $v(t) = -32t^2 + 32t$ ,  $s = \int_0^{\frac{3}{4}} v(t) dt = \frac{9}{2} = 4,5$  km.

2. HD:  $I = \int_0^1 -(3^x + x - 4) dx + \int_1^2 (3^x + x - 4) dx = 1 + \frac{4}{\ln 3}$ ;  $a = 1$ ,  $b = 4$ ,  $c = 3$ ;  $T = 55$ .

3. HD:  $v(t) = 10 - 5t \Rightarrow s(t) = \int_0^2 v(t) dt = 10$  m.

4. HD:  $I = \int_0^1 \sin x dx = -\cos x \Big|_0^1 = -(\cos 1 - \cos 0) \approx 0,46$ .

5. HD:  $y = f(x)$  là hàm số chẵn, suy ra  $y = |f(x)|$  cũng là hàm số chẵn, không âm trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó  $\int_0^2 |f(x)| dx = \frac{1}{2} \int_{-2}^2 |f(x)| dx = 1013$  (sử dụng tính đối xứng qua  $Oy$  của đồ thị hàm số chẵn và diện tích các hình thang cong).

6. HD:  $k^2 \left( 5x - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_2^5 = -549 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = -2 \end{cases}$ . Tổng bình phương bằng 8.

## K. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 9

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.B	2.A	3.A	4.C	5.B	6.B	7.C	8.C	9.B	10.B
11.A	12.B								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	S	Đ
b)	Đ	Đ	Đ	S
c)	S	S	Đ	S
d)	S	S	S	S

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
24	24	12,5	6,25	17	-12

1. HD:  $I = \left( \frac{x^4}{4} + x \right) \Big|_{-1}^3 = 24.$

2. HD:  $\int_1^4 f'(x) dx = 17 \Rightarrow f(4) - f(1) = 17 \Rightarrow f(4) = 17 + 7 = 24.$

3. HD:  $s = \int_0^{\frac{5}{2}} v(t) dt = 12,5 \text{ m}.$

4. HD:  $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^a -x(x-a) dx + \int_a^1 x(x-a) dx = \frac{a^3}{3} - \frac{a}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = 1.$

Khi đó  $f(x) = x|x-1|$ ;  $S = f(3) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 6 + \frac{1}{4} = \frac{25}{4}.$

5. HD: Điều kiện:  $m \geq 0$ . Ta có  $1 = \int_0^1 (x^4 + 2x^2 + m) dx \Rightarrow m = \frac{2}{15}$ ;  $a = 2$ ,  $b = 15$ ;  $S = 17.$

6. HD:  $\int_3^5 f(x) dx = \int_1^5 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx = 1 - 7 = -6 \Rightarrow \int_3^5 2f(x) dx = -12.$

## L. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 10

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.A	2.B	3.D	4.D	5.A	6.C	7.A	8.D	9.A	10.C
11.C	12.B								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	Đ	S
b)	S	S	S	Đ
c)	Đ	Đ	S	S
d)	Đ	Đ	Đ	S

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
-92	1,5	0,15	14	30,3	33,3

1. HD:  $\int_0^4 f(t) dt = 327 \Rightarrow \int_0^4 f(x) dx = 327.$

Khi đó  $\int_4^6 f(x) dx = \int_0^6 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx = 235 - 327 = -92.$

2. HD:  $I = \frac{184}{9} \Leftrightarrow a^2 - \frac{3}{2}a + \frac{5}{9} = 0.$  Suy ra  $a = \frac{5}{6}, a = \frac{2}{3}.$  Tổng:  $\frac{5}{6} + \frac{2}{3} = \frac{3}{2}.$

3. HD: Gọi  $t_0$  (phút) là thời điểm khinh khí cầu tiếp đất.

Khi đó ta có  $162 = \int_0^{t_0} (10t - t^2) dt \Leftrightarrow 5t_0^2 - \frac{t_0^3}{3} = 162 \Rightarrow t_0 = 9$  (phút).

Vận tốc của khinh khí cầu lúc đó là  $v(9) = 9$  (mét/phút) = 0,15 (m/s).

4. HD:  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = 1 - \frac{\pi}{4} \Rightarrow a = 1, b = -4; S = 14.$

5. HD: Ta có hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[-4; 4]$ . Khi đó

$$I = \int_{-4}^1 |4 - x^2| dx + \int_1^4 |\sqrt{x} + 2| dx = \int_{-4}^{-2} -(4 - x^2) dx + \int_{-2}^1 (4 - x^2) dx + \int_1^4 (\sqrt{x} + 2) dx = \frac{91}{3} \approx 30,3.$$

6. HD: Ta có  $P = p(500) = 1075.$

Khi đó  $I = \int_0^{500} [1200 - 0,2x - 0,0001x^2 - 1075] dx = 33333,3 \text{ USD} \approx 33,3 \text{ nghìn USD}.$

**BÀI 3. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN****C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1****Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

1.A	2.A	3.C	4.B	5.B	6.D	7.D	8.C	9.D	10.B
11.A	12.B								

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	Đ	Đ
b)	S	S	Đ	S
c)	Đ	Đ	S	Đ
d)	Đ	S	S	S

**Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
188	36	6,75	0,59	-28	37,7

1. HD:  $V = \pi \int_{-30}^{30} (\sqrt{36^2 - x^2})^2 dx = \pi \int_{-30}^{30} (1296 - x^2) dx = 59760\pi \text{ cm}^3 \approx 187,74 \text{ lít}$ .

2. HD: Gắn hệ trục tọa độ  $Oxy$  vào parabol sao cho đỉnh của parabol là  $I(0;3)$ , parabol cắt trục  $Ox$  tại 2 điểm là  $A\left(-\frac{3}{2};0\right)$ ,  $B\left(\frac{3}{2};0\right)$ . Tìm được parabol  $(P): y = -\frac{4}{3}x^2 + 3$ . Cắt lều trại bằng mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa parabol ta được thiết diện có diện tích  $S$  bằng diện tích của hình phẳng giới hạn bởi

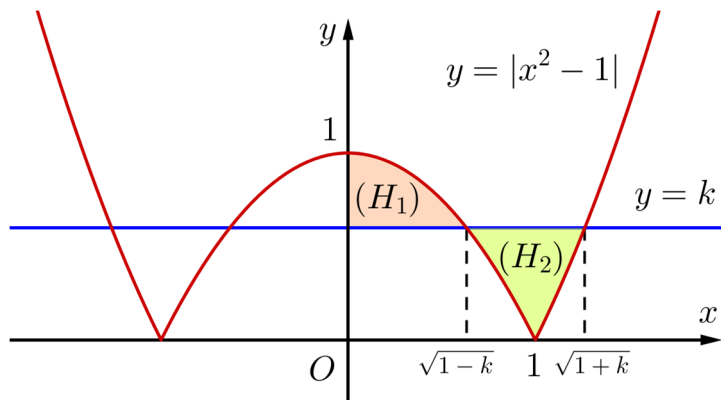
$(P)$  và trục  $Ox$ . Ta có  $S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left| -\frac{4}{3}x^2 + 3 \right| dx = 6$ . Khi đó thể tích phần không gian phía trong trại là:

$$V = \int_0^6 6 dx = 36 \text{ m}^3.$$

3. HD: Gắn parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$  vào hệ trục tọa độ sao cho  $(P)$  đi qua  $O(0;0)$ ,  $A(3;0)$  và  $B(1,5;2,25)$ . Suy ra  $(P): y = -x^2 + 3x$ . Diện tích cửa:  $S = \int_0^3 \left| -x^2 + 3x \right| dx = \frac{9}{2}$ .

Vậy số tiền làm cửa là:  $\frac{9}{2} \cdot 1,5 = 6,75$  (triệu đồng).

4. HD: Gọi  $(H_1)$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = |x^2 - 1|$ ,  $y = k$ ,  $x = 0$ ,  $x = \sqrt{1-k}$  và  $(H_2)$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = |x^2 - 1|$ ,  $y = k$ ,  $x = \sqrt{1-k}$ ,  $x = \sqrt{1+k}$  (như hình).



Do đồ thị hàm số  $y = |x^2 - 1|$  nhận  $Oy$  làm trục đối xứng nên yêu cầu bài toán trở thành:

$$S_{(H_1)} = S_{(H_2)} \Leftrightarrow \int_0^{\sqrt{1-k}} (1-x^2-k) dx = \int_{\sqrt{1-k}}^1 (k-1+x^2) dx + \int_1^{\sqrt{1+k}} (k-x^2+1) dx \Leftrightarrow k = \sqrt[3]{4} - 1 \approx 0,59.$$

5. HD:  $S = \int_0^1 (4-x-3^x) dx = \frac{7}{2} - \frac{2}{\ln 3}$ ;  $a = 7$ ,  $b = 2$ ,  $c = -2$ ;  $T = -28$ .

6. HD:  $V = \pi \int_1^4 \left(\frac{4}{x}\right)^2 dx = 12\pi \approx 37,7$ .

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.A	2.A	3.C	4.D	5.D	6.C	7.B	8.A	9.C	10.A
11.B	12.D								

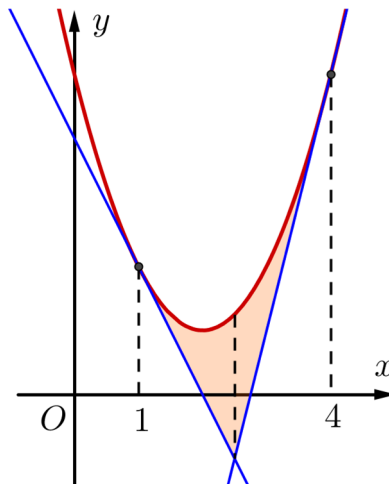
Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	Đ	Đ
b)	S	Đ	S	S
c)	Đ	S	S	S
d)	S	Đ	Đ	Đ

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
13	61	17	31	2250	34,4

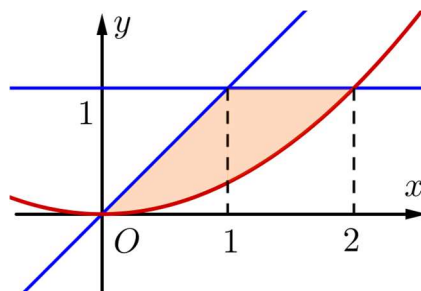
1. HD: Phương trình các tiếp tuyến là:  $y = -2x + 4$ ,  $y = 4x - 11$ .



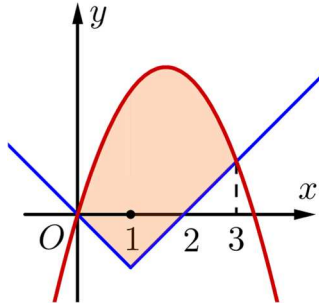
Diện tích cần tìm là:  $S = \int_1^{2,5} \left| (x^2 - 4x + 5) - (-2x + 4) \right| dx + \int_{2,5}^4 \left| (x^2 - 4x + 5) - (4x - 11) \right| dx = \frac{9}{4}$ .

Suy ra  $a = 9$ ,  $b = 4$ ;  $S = 13$ .

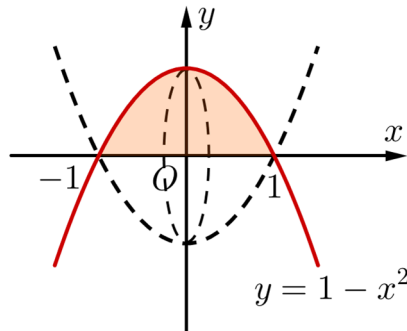
2. HD:  $S = \int_0^2 \left( 1 - \frac{x^2}{4} \right) dx - \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$ ;  $a = 5$ ,  $b = 6$ ;  $T = 61$ .



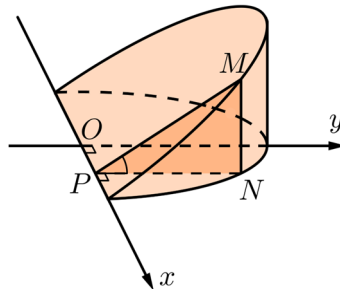
3. HD:  $S = \int_0^1 \left| \left( \frac{10}{3}x - x^2 \right) - (-x) \right| dx + \int_1^3 \left| \left( \frac{10}{3}x - x^2 \right) - (x-2) \right| dx = \frac{13}{2}$ ;  $a = 13, b = 2; P = 17$ .



4. HD:  $V = \pi \int_{-1}^1 (1 - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$ ;  $a = 16, b = 15; S = 31$ .



5. HD: Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Khi đó hình nôm có đáy là nửa hình tròn có phương trình:  $y = \sqrt{225 - x^2}, x \in [-15; 15]$ .

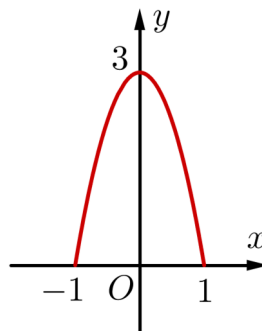
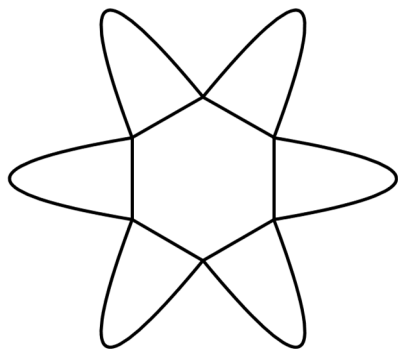
Một mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  với  $x \in [-15; 15]$  cắt hình nôm theo thiết diện là  $\Delta MNP$  có diện tích là  $S(x)$  (xem hình).

Ta có  $NP = y, MN = NP \cdot \tan 45^\circ = y = \sqrt{225 - x^2}$ . Khi đó  $S(x) = \frac{1}{2} MN \cdot NP = \frac{1}{2} (225 - x^2)$ .

Suy ra thể tích hình nôm là:  $V = \int_{-15}^{15} S(x) dx = 2250 \text{ cm}^3$ .

6. HD: Xét một cánh hoa trong hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ.





Gọi  $(P): y = ax^2 + bx + c$ . Ta có  $(P)$  đi qua điểm  $A(1;0)$  và có đỉnh  $I(0;3)$ . Suy ra  $(P): y = -3x^2 + 3$ . Do đó diện tích mỗi cánh hoa là:  $S = \int_{-1}^1 (-3x^2 + 3) dx = 4 \text{ dm}^2$ . Hơn nữa diện tích của lục giác đều cạnh 2 dm bằng 6 lần diện tích của tam giác đều cạnh 2 dm.

Vậy diện tích của hình trên là:  $S_{(H)} = 6 \left( \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} + 4 \right) = 6\sqrt{3} + 24 \approx 34,4 \text{ dm}^2$ .

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.A	2.B	3.C	4.B	5.A	6.B	7.D	8.C	9.C	10.D
11.D	12.B								

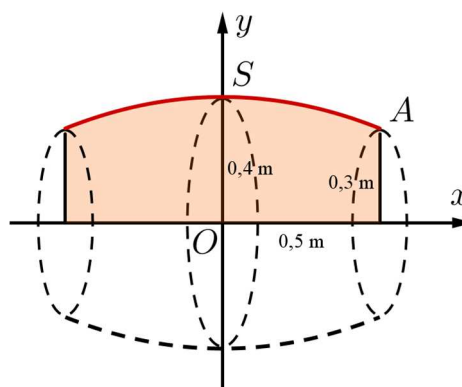
Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	Đ	Đ	S
b)	Đ	Đ	S	S
c)	Đ	Đ	S	S
d)	S	Đ	Đ	S

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
425	12,6	1,25	259	1472	108

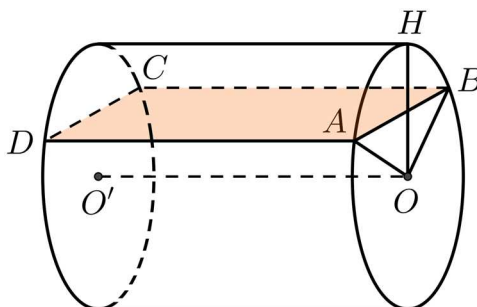
1. HD:



Gọi  $(P): y = ax^2 + bx + c$  là parabol đi qua điểm  $A(0,5; 0,3)$  và có đỉnh  $S(0; 0,4)$  (hình vẽ). Khi đó, dung tích thùng rượu bằng thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0,5; x = -0,5$  quay quanh trục  $Ox$ .

Tim được  $(P): y = -\frac{2}{5}x^2 + 0,4$ . Suy ra  $V = \pi \int_{-0,5}^{0,5} \left(-\frac{2}{5}x^2 + 0,4\right)^2 dx = \frac{203\pi}{1500} m^3 \approx 425$  lít.

2. HD:



Dung tích của bồn (hình trụ) đựng dầu là:  $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot 5 = 5\pi m^3$ .

Thể tích phần đã rút dầu ra (phần trên mặt phẳng  $(ABCD)$ ) là:  $V_1 = \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) \cdot 5 \text{ m}^3$ .

Vậy thể tích lượng dầu còn lại là:  $V_2 = V - V_1 \approx 12,6 \text{ m}^3$ .

3. HD: Gọi  $x = b$  là nghiệm dương lớn nhất của phương trình  $x^4 - 3x^2 + m = 0$ . Khi đó ta có  $b^4 - 3b^2 + m = 0$  (1).

Đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua trục  $Oy$  nên để  $S_1 + S_2 = S_3$  thì

$$\int_0^b (x^4 - 3x^2 + m) dx = 0 \Rightarrow \frac{b^5}{5} - b^3 + mb = 0 \Rightarrow \frac{b^4}{5} - b^2 + m = 0 \quad (2) \quad (\text{do } b > 0).$$

Từ (1) và (2), trừ vế theo vế ta được  $\frac{4}{5}b^4 - 2b^2 = 0 \Rightarrow b^2 = \frac{5}{2}$  (do  $b > 0$ ).

Thay vào (1) ta được  $m = \frac{5}{4}$ .

4. HD: Ta có  $x^2 + y^2 = 16 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{16 - x^2}$ . Suy ra thiết diện là tam giác đều có cạnh bằng  $2\sqrt{16 - x^2}$ . Do đó diện tích thiết diện là  $S(x) = \left(2\sqrt{16 - x^2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}(16 - x^2)$ .

$$\text{Thể tích cần tìm là } V = \int_{-4}^4 S(x) dx = \sqrt{3} \int_{-4}^4 (16 - x^2) dx = \frac{256\sqrt{3}}{3}.$$

Suy ra  $a = 256$ ,  $b = 3$ ;  $S = 259$ .

$$5. \text{ HD: } S = \int_0^{\frac{3}{2}} |x^3 - 3x^2 + 2x| dx = \frac{23}{64}; \quad a = 23, \quad b = 64; \quad T = 1472.$$

$$6. \text{ HD: } V = \pi \int_0^2 (1-x)^4 dx = \frac{2\pi}{5}; \quad a = 2, \quad b = 5; \quad S = 24a + 12b = 108.$$

## F. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.B	2.A	3.A	4.B	5.D	6.A	7.A	8.C	9.D	10.B
11.A	12.D								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	Đ	Đ	S
b)	Đ	S	Đ	Đ
c)	Đ	Đ	Đ	S
d)	Đ	Đ	S	S

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
20,8	15	19	10	-6	0,5

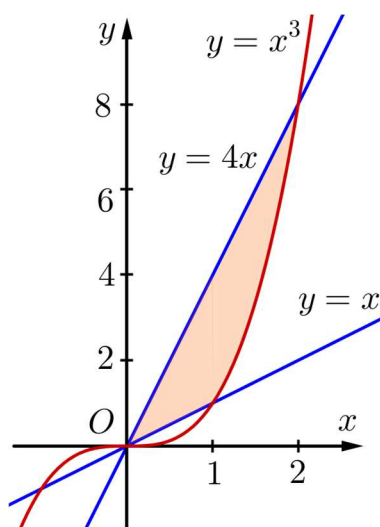
1. HD: Chọn hệ trục tọa độ với  $O$  là trung điểm của  $MN$ , trục hoành trùng với đường thẳng  $MN$ . Parabol có phương trình là  $y = -\frac{1}{6}x^2 + 6$ .

Diện tích của khung tranh là  $S = \int_{-2}^2 \left(-\frac{1}{6}x^2 + 6\right) dx = \frac{208}{9} \text{ m}^2$ .

Số tiền để làm bức tranh là:  $\frac{208}{9} \cdot 900000 = 20800000$  (đồng) = 20,8 (triệu đồng).

2. HD:  $\int_0^1 (x^2 + 2x + 1 - m) dx = 4 \Rightarrow m = -\frac{5}{3}; a = 5, b = 3; T = 15$ .

3. HD:  $S = \int_0^1 |4x - x| dx + \int_1^2 |4x - x^3| dx = \frac{15}{4}; a = 15, b = 4; S = 19$ .



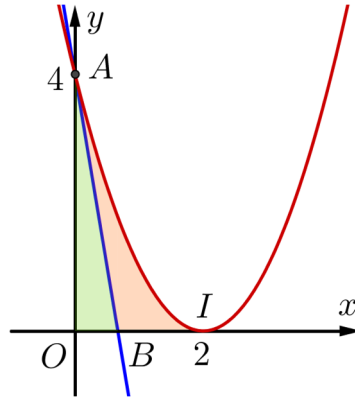
4. HD: Phương trình tiếp tuyến:  $d: y = 3a^2(x - a) + a^3$ .

$$\text{Ta có } x^3 = 3a^2(x-a) + a^3 \Leftrightarrow (x-a)^2(x+2a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = -2a \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } S = 27 \Leftrightarrow \int_{-2a}^a |x^3 - 3a^2(x-a) - a^3| dx = 27 \Leftrightarrow \left| \int_{-2a}^a (x^3 - 3a^2(x-a) - a^3) dx \right| = 27$$

$$\Leftrightarrow \frac{27}{4} a^4 = 27 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} & (n) \\ a = -\sqrt{2} & (l) \end{cases}. \text{ Suy ra } a = \sqrt{2}, b = 2\sqrt{2}; S = 10.$$

5. HD:



$$\text{Diện tích hình phẳng } (H) \text{ là: } S = \int_0^2 |x^2 - 4x + 4| dx = \int_0^2 (x^2 - 4x + 4) dx = \frac{8}{3}.$$

Phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(0;4)$  và có hệ số góc  $k$  có dạng:  $y = kx + 4$ .

Gọi  $B$  là giao điểm của  $d$  và trục hoành. Khi đó  $B\left(-\frac{4}{k}; 0\right)$ .

Đường thẳng  $d$  chia  $(H)$  thành hai phần có diện tích bằng nhau khi:

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} S = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \left(-\frac{4}{k}\right) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow k = -6.$$

$$6. \text{ HD: } S = \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2}.$$

## G. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.C	2.D	3.A	4.C	5.D	6.B	7.C	8.D	9.A	10.A
11.D	12.B								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	Đ	S	Đ
b)	Đ	S	Đ	Đ
c)	Đ	Đ	Đ	S
d)	S	Đ	S	Đ

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
444	538	2,02	55	42,7	415

1. HD:  $S = \int_{-2}^1 \left| (2x^3 - 3x^2 + 1) - (x^3 - 4x^2 + 2x + 1) \right| dx = \frac{37}{12}$ ;  $a = 37$ ,  $b = 12$ ;  $T = 444$ .

2. HD:  $S = \int_0^3 \left| -x^2 + 4 \right| dx = \frac{23}{3}$ ;  $a = 23$ ,  $b = 3$ ;  $P = 538$ .

3. HD:  $V = \pi \int_{-1}^0 (x^3 + 1)^2 dx = \frac{9\pi}{14} \approx 2,02$ .

4. HD: Tiếp tuyến tại  $M(m; 2m - m^2)$ ,  $1 \leq m \leq 2$  có phương trình:

$$y = (2 - 2m)(x - m) + 2m - m^2 \Leftrightarrow y = (2 - 2m)x + m^2.$$

Ta có:  $E\left(\frac{m^2}{2m-2}; 0\right)$ ,  $F(0; m^2)$  với  $1 < m \leq 2$ .

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và trục hoành là:  $S = \int_0^2 \left| -x^2 + 2x \right| dx = \frac{4}{3}$ .

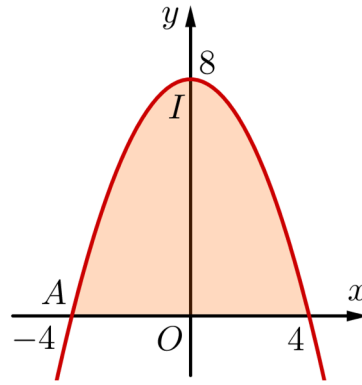
$$S_{\Delta OEF} = \frac{1}{2} \left| \frac{m^4}{2m-2} \right| = \frac{m^4}{4(m-1)}.$$

Khi đó  $S_{\Delta MOF} + S_{\Delta MAE} = S_{\Delta OEF} - S$ ,  $(S_{\Delta MOF} + S_{\Delta MAE})_{\min} \Leftrightarrow (S_{\Delta OEF})_{\min}$ .

Với  $f(m) = \frac{m^4}{4(m-1)}$  ta được  $\min_{(1;2]} f(m) = \frac{64}{27}$  khi  $m = \frac{4}{3}$ .

Do đó  $(S_{\Delta MOF} + S_{\Delta MAE})_{\min} = \frac{64}{27} - \frac{4}{3} = \frac{28}{27}$ . Suy ra  $a = 28$ ,  $b = 27$ ;  $a + b = 55$ .

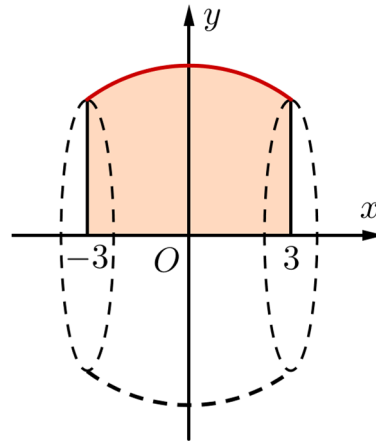
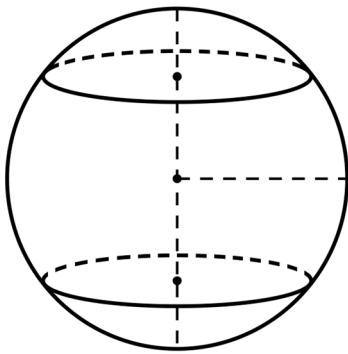
5. HD:



Chọn hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ.  $(P)$  đi qua điểm  $A(4;0)$ , có đỉnh  $I(0;8)$ .

Tìm được  $(P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$ . Khi đó  $S = \int_{-4}^4 \left| -\frac{1}{2}x^2 + 8 \right| dx = \frac{128}{3} \approx 42,7 \text{ m}^2$ .

6. HD: Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  phù hợp, ta thấy thể tích cần tìm là thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{25 - x^2}$ , trục hoành và 2 đường thẳng  $x = -3$ ,  $x = 3$  quanh trục  $Ox$ .



Thể tích cần tìm là:  $V = \pi \int_{-3}^3 \left( \sqrt{25 - x^2} \right)^2 dx = 132\pi \approx 415 \text{ lít}$ .

## H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 6

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.C	2.D	3.C	4.C	5.C	6.C	7.C	8.B	9.D	10.A
11.D	12.C								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	Đ	Đ
b)	Đ	Đ	S	S
c)	S	Đ	S	S
d)	S	S	S	S

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
6,75	-108	12	28,3	533	83,8

1. HD:  $S = \int_{-2}^1 |x^3 - 3x + 2| dx = \frac{27}{4} = 6,75.$

2. HD:  $S_A = \int_{-1}^0 f'(x) dx = \frac{5}{12} \Rightarrow f(0) - f(-1) = \frac{5}{12} \Rightarrow f(0) = 2.$

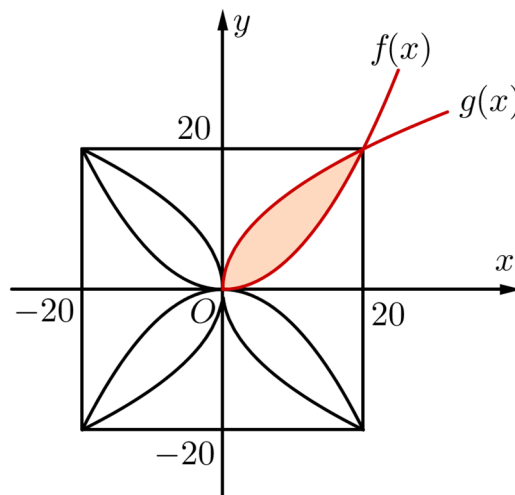
$S_B = -\int_0^2 f'(x) dx = \frac{8}{3} \Rightarrow f(0) - f(2) = \frac{8}{3} \Rightarrow f(2) = -\frac{2}{3}.$

Suy ra  $a = -2, b = 3; P = -108.$

3. HD:  $S = \int_{-2}^0 |x^3 + 3x + x| dx = 12.$

4. HD:  $V = \pi \int_1^4 \left( \frac{4}{x} \right)^2 - (-x+5)^2 dx = 9\pi \approx 28,3.$

5. HD: Chọn hệ trục  $Oxy$  như hình sau.



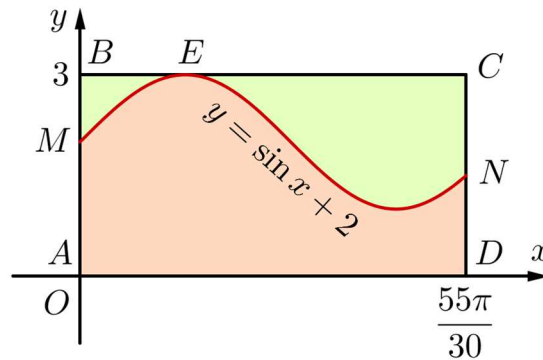


Khi đó diện tích một cánh hoa là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $f(x) = \frac{x^2}{20}$ ,  $g(x) = \sqrt{20x}$  và các đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 20$ .

$$\text{Diện tích một cánh hoa là: } S = \int_0^{20} \left| \frac{x^2}{20} - \sqrt{20x} \right| dx = \frac{400}{3} \text{ cm}^2.$$

Suy ra tổng diện tích 4 cánh hoa là  $\frac{1600}{3} \approx 533 \text{ cm}^2$ .

6. HD: Chọn hệ trục  $Oxy$  với đơn vị trên trục là 10 cm như hình sau.



Khi đó đường cắt miêng tôn hình sin trên là đồ thị của hàm số  $y = \sin x + 2$ ,  $0 \leq x \leq \frac{55\pi}{30}$ .

$$\text{Thể tích cần tìm là } V = \pi \int_0^{\frac{55\pi}{30}} (\sin x + 2)^2 dx \approx 83,8 \text{ lít.}$$

## I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 7

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.B	2.A	3.D	4.C	5.D	6.D	7.B	8.A	9.B	10.A
11.A	12.D								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	S	Đ	Đ	S
b)	Đ	S	Đ	S
c)	S	Đ	Đ	S
d)	S	Đ	Đ	Đ

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

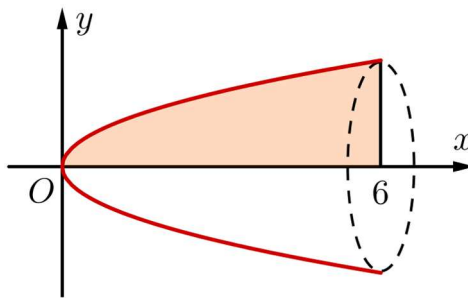
Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
0,45	37,7	704	40	4	3

1. HD: Diện tích cần tính bằng diện tích một phần tư đường tròn trừ đi diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol ( $P$ ), trục hoành và hai đường thẳng  $x=0$ ,  $x=1$ .

$$\text{Do đó: } S = \frac{\pi \cdot 1^2}{4} - \int_0^1 x^2 dx \approx 0,45.$$

2. HD: Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  thích hợp, ta được phương trình parabol là ( $P$ ):  $y^2 = \frac{2}{3}x$  với  $0 \leq x \leq 6$ .

$$\text{Thể tích vật thể đã cho là: } V = \pi \int_0^6 \frac{2}{3}x dx = 12\pi \approx 37,7 \text{ cm}^3.$$



$$3. \text{ HD: } V = \pi \int_1^e y^2 dx = \pi \cdot F(x) \Big|_1^e = \frac{\pi}{27} (5e^3 - 2); a = 27, b = 5; P = 704.$$

4. HD: Parabol ( $P_1$ ) qua  $A(-10; 0)$ ,  $B(10; 0)$  và có đỉnh  $I(0; 2,5)$ .

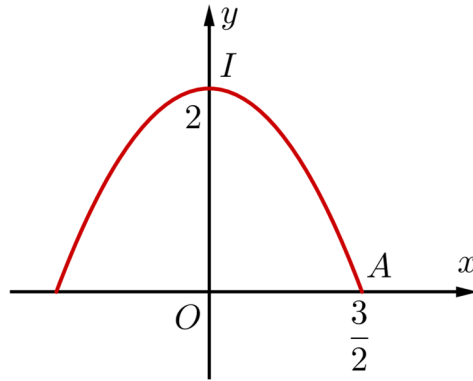
Parabol ( $P_2$ ) qua  $A'(-9,5; 0)$ ,  $B'(9,5; 0)$  và có đỉnh  $I'(0; 2)$ .

$$\text{Tìm được: } (P_1): f(x) = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2} \text{ và } (P_2): g(x) = -\frac{8}{361}x^2 + 2.$$

$$\text{Diện tích mặt cắt cây cầu: } S = S(x) = \int_{-10}^{10} f(x) dx - \int_{-9,5}^{9,5} g(x) dx = \frac{100}{3} - \frac{76}{3} = 8.$$

Thể tích bê tông:  $V = \int_0^5 S(x) dx = S \Big|_0^5 = 5.8 = 40 \text{ m}^3$ .

5. HD: Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  thích hợp.



( $P$ ) đi qua điểm  $A\left(\frac{3}{2}; 0\right)$  và có đỉnh  $I(0; 2)$  nên ta tìm được ( $P$ ):  $y = -\frac{8}{9}x^2 + 2$ .

Diện tích công là:  $S = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left| -\frac{8}{9}x^2 + 2 \right| dx = 4 \text{ m}^2$ .

6. HD: Ta có  $V = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi$ .

Ta có  $M(a; \sqrt{a})$ .

Khi quay tam giác  $OMH$  quanh trục  $Ox$  tạo thành hai hình nón có chung đáy:

Hình nón ( $N_1$ ) có đỉnh là  $O$ , chiều cao  $h_1 = OK = a$ , bán kính đáy  $R = MK = \sqrt{a}$ ;

Hình nón ( $N_2$ ) có đỉnh là  $H$ , chiều cao  $h_2 = HK = 4 - a$ , bán kính đáy  $R = MK = \sqrt{a}$ .

Khi đó  $V_1 = \frac{1}{3}\pi R^2 h_1 + \frac{1}{3}\pi R^2 h_2 = \frac{4}{3}\pi a$ ;  $V = 2V_1 \Leftrightarrow 8\pi = 2 \cdot \frac{4}{3}\pi a \Rightarrow a = 3$ .

**J. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 8**

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

1.A	2.B	3.C	4.C	5.C	6.D	7.B	8.C	9.A	10.A
11.A	12.C								

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	S	S
b)	S	Đ	Đ	Đ
c)	S	Đ	Đ	S
d)	S	S	Đ	Đ

**Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

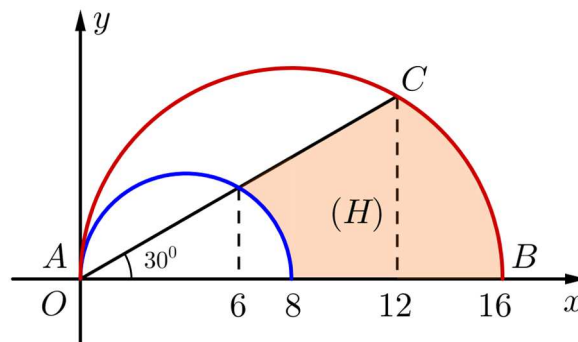
Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
212	2,67	738	821	59,2	8,38

1. HD:  $S = \int_0^5 |x^2 - 4x + 3| - (x + 3) dx = \frac{109}{6}$ ;  $a = 109$ ,  $b = 6$ ;  $P = 212$ .

2. HD:  $S = \int_0^2 |(x^2 + 3) - (4x - 1)| dx = \frac{8}{3} \approx 2,67$ .

3. HD:  $S = \int_0^3 |x^2 - \frac{1}{27}x^2| dx + \int_3^9 |\frac{27}{x} - \frac{1}{27}x^2| dx = 27 \ln 3$ ;  $a = 27$ ,  $b = 3$ ;  $P = 738$ .

4. HD: Chọn hệ trục  $Oxy$  thích hợp như hình sau:



Phương trình nửa đường tròn lớn:  $f(x) = \sqrt{16x - x^2}$ .

Phương trình nửa đường tròn nhỏ:  $g(x) = \sqrt{8x - x^2}$ .

Phương trình đường thẳng  $AC$ :  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ .

Khi đó  $V = \pi \int_0^8 \left( \left( \frac{\sqrt{3}}{3}x \right)^2 - (8x - x^2) \right) dx + \pi \int_8^{12} \left( \frac{\sqrt{3}}{3}x \right)^2 dx + \pi \int_{12}^{16} (16x - x^2) dx = \frac{784\pi}{3} \approx 821$ .

5. HD: Ta có  $(C)$ :  $x^2 + (y - 3)^2 = 1 \Leftrightarrow y = 3 \pm \sqrt{1 - x^2}$ .

Thể tích khối tròn xoay là:

$$V = \pi \int_{-1}^1 \left[ \left( 3 + \sqrt{1-x^2} \right)^2 - \left( 3 - \sqrt{1-x^2} \right)^2 \right] dx = 12\pi \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx = 6\pi^2 \approx 59,2 \quad (\text{với } \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx \text{ là diện tích của}$$

nửa hình tròn tâm  $O(0;0)$  bán kính 1).

$$6. \text{ HD: } V = \pi \int_0^2 (x-2)^2 dx = \frac{8\pi}{3} \approx 8,38.$$

## K. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 9

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.D	2.A	3.B	4.C	5.A	6.B	7.C	8.A	9.D	10.D
11.C	12.A								

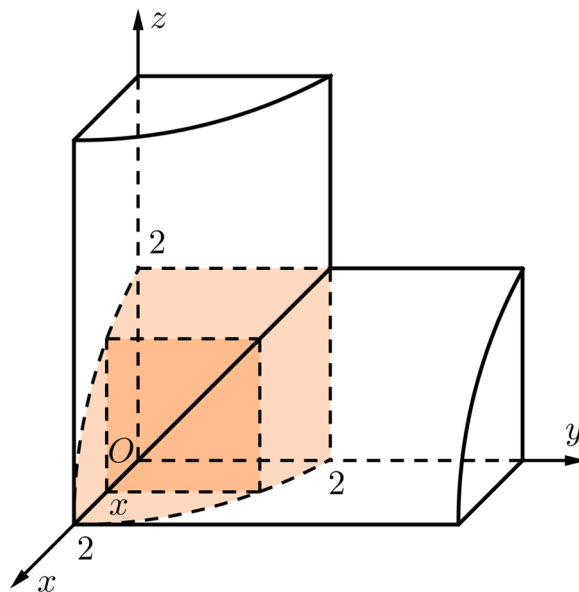
## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	S	S
b)	Đ	Đ	Đ	Đ
c)	S	Đ	S	S
d)	Đ	S	Đ	Đ

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
265	18,8	10,5	28,3	0,5	0,5

1. HD: Xét thể tích của  $\frac{1}{8}$  vật thể này (xem hình sau). Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  thích hợp, khi đó phương trình hai mặt trụ là:  $(T_1): x^2 + y^2 = 4$ ,  $(T_2): x^2 + z^2 = 4$ .



Với mỗi  $x \in [0; 2]$ , thiết diện vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x$  của  $\frac{1}{8}$  vật thể này là một hình vuông có cạnh  $y = \sqrt{4 - x^2}$ . Do đó diện tích thiết diện là:  $S(x) = (\sqrt{4 - x^2})^2 = 4 - x^2$ ,  $x \in [0; 2]$ .

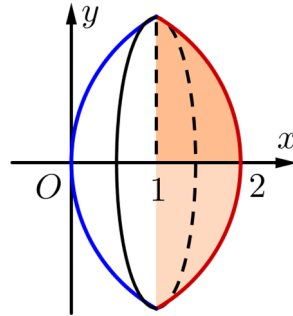
Khi đó thể tích vật thể là:  $V = 8 \cdot \int_0^2 S(x) dx = 8 \int_0^2 (4 - x^2) dx = \frac{128}{3}$ ;  $a = 128$ ,  $b = 3$ ;  $P = 265$ .

2. HD: Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  thích hợp với đơn vị trên trục là decimet. Phương trình elip lọt lòng:

$$(E): \frac{x^2}{3,1^2} + \frac{y^2}{1,7^2} = 1 \Leftrightarrow y = \pm 1,7 \sqrt{1 - \frac{x^2}{3,1^2}}.$$

Thể tích chứa nước của bồn rửa:  $V = \frac{1}{2} \cdot \pi \int_{-3,1}^{3,1} 1,7^2 \left(1 - \frac{x^2}{3,1^2}\right) dx \approx 18,8$  lít.

3. HD: Với hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ, khối cầu  $S(O, 2)$  chứa một đường tròn lớn là  $(C): x^2 + y^2 = 4$ .



Dựa vào hình vẽ, thể tích vật thể cần tính bằng 2 lần thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{4 - x^2}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$  quanh trục  $Ox$ .

Do đó thể tích vật thể cần tính là:  $V = 2 \cdot \pi \int_1^2 (4 - x^2) dx = \frac{10\pi}{3} \approx 10,5$ .

4. HD:  $V = \pi \int_1^4 \left| \left(\frac{4}{x}\right)^2 - (-x + 5)^2 \right| dx = 9\pi \approx 28,3$ .

5. HD:  $S = \int_{-\frac{\sqrt{2}}{a}}^{\frac{\sqrt{2}}{a}} |3ax^2 - 6| dx = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{a}} = 16 \Rightarrow a = \frac{1}{2} = 0,5$ .

6. HD:  $S = \int_1^3 |(x^3 + 11x - 6) - 6x^2| dx = \frac{1}{2} = 0,5$ .

## L. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 10

## Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.B	2.D	3.B	4.A	5.B	6.A	7.D	8.C	9.D	10.A
11.D	12.D								

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	Đ	S
b)	Đ	S	S	S
c)	S	Đ	Đ	Đ
d)	Đ	Đ	Đ	S

## Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
1,55	3,32	771	2,85	37	1901

$$1. \text{HD: } S = \int_{-c}^c (2c^2 - 2x^2) dx = 10 \Leftrightarrow \int_{-c}^c (c^2 - x^2) dx = 5 \Leftrightarrow \left( c^2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-c}^c = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}c^3 = 5 \Rightarrow c = \sqrt[3]{\frac{15}{4}} \approx 1,55.$$

$$2. \text{HD: } V_1 = 2V_2 \Leftrightarrow V_1 = \frac{2}{3}V_{(H)} \Leftrightarrow \pi \int_0^k e^{2x} dx = \frac{2}{3} \pi \int_0^{\ln 4} e^{2x} dx \Leftrightarrow \frac{1}{2} e^{2k} \Big|_0^k = \frac{1}{3} e^{2k} \Big|_0^{\ln 4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} e^{2k} - \frac{1}{2} = 5 \Leftrightarrow e^{2k} = 11 \Leftrightarrow k = \frac{1}{2} \ln 11 = \ln \sqrt{11}; M = \sqrt{11} \approx 3,32.$$

3. HD: Thể tích cần tìm là thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = \sqrt{36 - x^2}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = -4, x = 4$  quanh trục hoành. Do đó:

$$V = \pi \int_{-4}^4 (36 - x^2) dx = \frac{736\pi}{3} \approx 771 \text{ lít.}$$

$$4. \text{HD: } V = \pi \int_{-1}^1 \frac{e^{2x}}{4} dx = \frac{\pi}{8} e^{2x} \Big|_{-1}^1 = \frac{\pi}{8} \left( e^2 - \frac{1}{e^2} \right) \approx 2,85.$$

5. HD: Gọi  $d$  là nghiệm dương lớn nhất của phương trình hoành độ giao điểm  $2x^4 - 4x^2 - 2 = m$ .

$$\text{Khi đó ta có } 2d^4 - 4d^2 - 2 = m \quad (1).$$

Do tính đối xứng qua trục tung của đồ thị hàm số chẵn nên:

$$S_1 + S_2 = S_3 \Leftrightarrow \int_0^d (2x^4 - 4x^2 - 2 - m) dx = 0 \Leftrightarrow \frac{2d^5}{5} - \frac{4d^3}{3} - 2d - md = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2d^4}{5} - \frac{4d^2}{3} - 2 - m = 0 \quad (2). \text{ Thay (1) vào (2) ta được:}$$



$$\Leftrightarrow \frac{2d^4}{5} - \frac{4d^2}{3} - 2 - 2d^4 + 4d^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow -\frac{8}{5}d^4 + \frac{8}{3}d^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d^2 = \frac{5}{3} & (n) \\ d^2 = 0 & (l) \end{cases}.$$

Thay  $d^2 = \frac{5}{3}$  vào (1) ta được  $m = -\frac{28}{9}$ ;  $a = 28$ ,  $b = 9$ ;  $T = 37$ .

6. HD: Ta có phương trình đường tròn:  $f(x) = \sqrt{20 - x^2}$  và phương trình parabol  $g(x) = x^2$ .

$$V = \pi \int_{-2}^2 \left| (20 - x^2) - x^4 \right| dx = \frac{928\pi}{15}; \quad a = 928, \quad b = 15; \quad S = 2a + 3b = 1901.$$

