TRƯỜNG THCS-THPT MỸ THUẬN

TỔ TOÁN

TÀI LIỆU ÔN THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

MÔN TOÁN

You can win if you want

Good luck

MỤC LỤC

Chủ đề 1.

KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

1 SỰ BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ

1 Tính đơn điệu và dấu của đạo hàm

- Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{K}$ thì $f(x)$ .... trên $\mathbb{K}$.
- Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{K}$ thì $f(x)$ .... trên $\mathbb{K}$.
- Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in \mathbb{K}$ thì $f(x)$ .... trên $\mathbb{K}$.

2 Quy tắc xét tính đơn điệu của hàm số

Quy tắc

Bước 1. Tìm ....

Bước 2. Tìm .... $f'(x)$. Tìm x để $f'(x)$ ...... hoặc ....

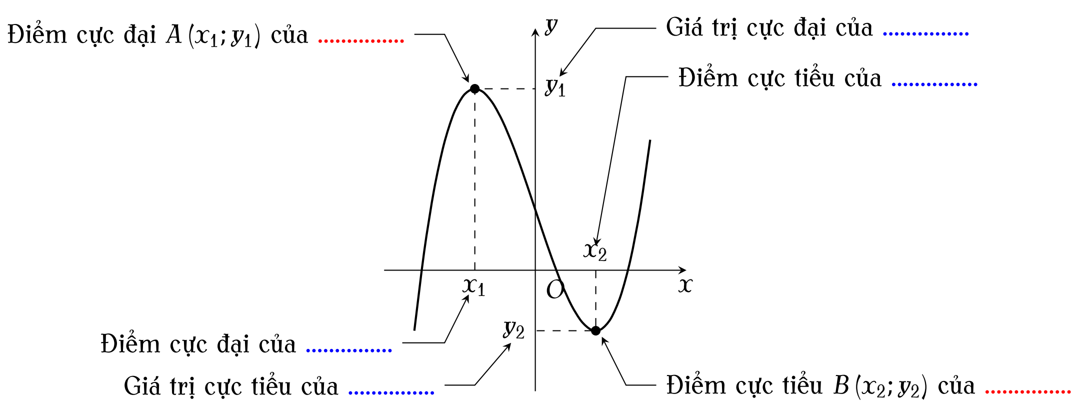
Bước 3. Lập bảng ....

Bước 4. Kết luận về các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

2 CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

1 Các khái niệm

- Nếu $f(x)$ đạt CĐ tại x_0 thì ta gọi x_0 là điểm CĐ của ...., $f(x_0)$ là giá trị CĐ của ...., còn điểm $M(x_0; f(x_0))$ là điểm CĐ của .... Ta gọi tương tự đối với cực tiểu.
- Các điểm CĐ và CT được gọi chung là ...., giá trị CĐ và giá trị CT được gọi chung là .... của hàm số.
- Nếu $f(x)$ xác định trên $\mathbb{K}$ và đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = \dots$



2 Điều kiện đủ để hàm số có cực trị

- Nếu $f'(x_0) > 0$ khi $x < x_0$ và $f'(x_0) < 0$ khi $x > x_0$ thì x_0 là một điểm .... của hàm số $f(x)$.
- Nếu $f'(x_0) < 0$ khi $x < x_0$ và $f'(x_0) > 0$ khi $x > x_0$ thì x_0 là một điểm .... của hàm số $f(x)$.

3 Quy tắc tìm cực trị

Quy tắc 1

Bước 1. Tìm ....

Bước 2. Tìm .... $f'(x)$. Tìm x để $f'(x)$...... hoặc ....

Bước 3. Lập bảng ....

Bước 4. Kết luận về các điểm cực trị.

Quy tắc 2

Bước 1. Tìm ....

Bước 2. Tìm .... $f'(x)$. Tìm x để $f'(x)\dots 0$.

Bước 3. Tìm đạo hàm cấp ... rồi tính các giá trị $f''(x)$.

Bước 4. Kết luận về các điểm cực trị.

3 GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

1 Định nghĩa

- Số M được gọi là giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên $\mathscr{D}$ nếu $f(x)\dots M$, $\forall x \in \mathscr{D}$ và $\exists x_0 \in \mathscr{D}$ sao cho $f(x_0)\dots M$. Kí hiệu $M = \max\limits_{\mathscr{D}} f(x)$.
- Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $\mathscr{D}$ nếu $f(x)\dots m$, $\forall x \in \mathscr{D}$ và $\exists x_0 \in \mathscr{D}$ sao cho $f(x_0)\dots m$. Kí hiệu $m = \min\limits_{\mathscr{D}} f(x)$.

2 Cách tìm GTLN & GTNN của hàm số trên một đoạn

Quy tắc

Bước 1. Tìm ....

Bước 2. Tìm .... $f'(x)$. Tìm x để $f'(x)\dots 0$.

Bước 3. Tìm đạo hàm cấp ... rồi tính các giá trị $f''(x)$.

Bước 4. Kết luận về các điểm cực trị.

Lưu ý:
Nếu $f'(x)$ không .... trên $[a;b]$ thì $f(x)$ đạt GTLN và GTNN tại các đầu mút của $[a;b]$.

4 ĐƯỜNG TIỆM CẬN

1 Tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ...... trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \dots$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \dots$

2 Tiệm cận đứng

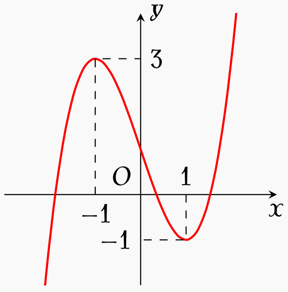
Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ...... trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

- $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = \dots\dots$
- $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = \dots\dots$
- $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = \dots\dots$
- $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = \dots\dots$

5 KHẢO SÁT ĐỒ THỊ HÀM SỐ

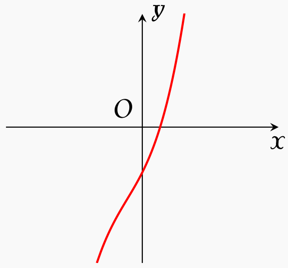
1 Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a \neq 0)$

$b^2 - 3ac \dots 0$ **và** $a \dots 0$



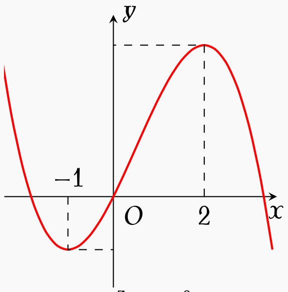
$y = x^3 - 3x + 1$

$b^2 - 3ac \dots 0$ **và** $a \dots 0$



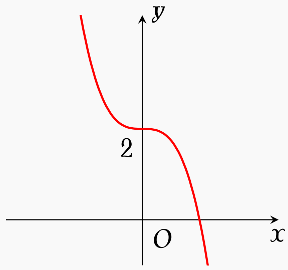
$y = x^3 + x^2 + 2x - 1$

$b^2 - 3ac \dots 0$ **và** $a \dots 0$



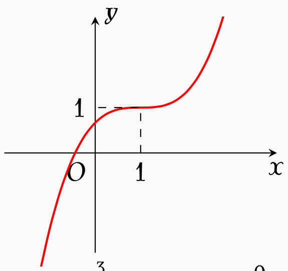
$y = -\dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^2}{2} + 2x$

$b^2 - 3ac \dots 0$ **và** $a \dots 0$



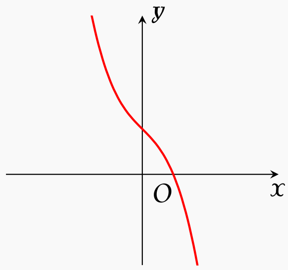
$y = 2 - x^3$

$b^2 - 3ac \dots 0$ **và** $a \dots 0$



$y = \dfrac{x^3}{3} - x^2 + x + \dfrac{2}{3}$

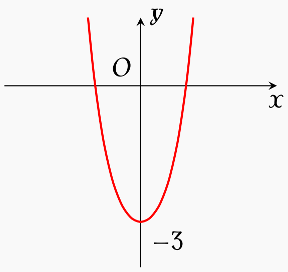
$b^2 - 3ac \dots 0$ **và** $a \dots 0$



$y = 1 - x - x^3$

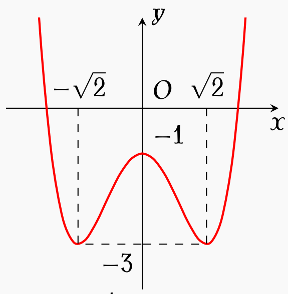
2 Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$

$a, b \dots\dots$ **dấu và** $a \dots 0$



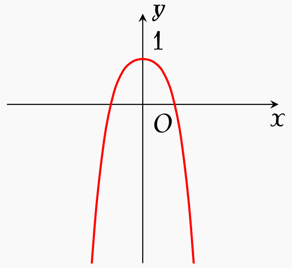
$y = x^4 + 2x^2 - 3$

$a, b \dots\dots$ **dấu và** $a \dots 0$



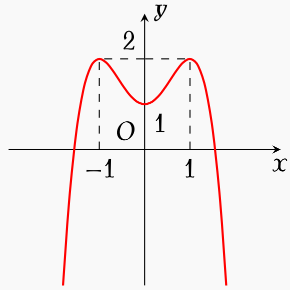
$y = \dfrac{x^4}{2} - 2x^2 - 1$

$a, b \ldots\ldots$ **dấu và** $a \ldots 0$



$y = -2x^4 - x^2 + 1$

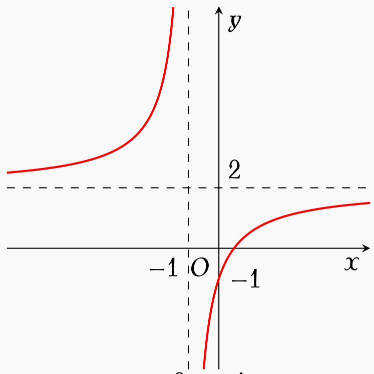
$a, b \ldots\ldots$ **dấu và** $a \ldots 0$



$y = -x^4 + 2x^2 + 1$

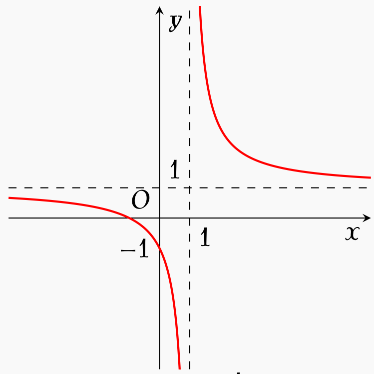
3 Hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c \neq 0,\ ad - bc \neq 0)$

$y' \ldots 0$



$y = \dfrac{2x-1}{x+1}$

$y' \ldots 0$



$y = \dfrac{x+1}{x-1}$

4 Sự tương giao của các đồ thị

> **!** Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $(\mathscr{C}_1)$ và hàm số $y = g(x)$ có đồ thị $(\mathscr{C}_2)$.
> Để tìm hoành độ giao điểm của $(\mathscr{C}_1)$ và $(\mathscr{C}_2)$, ta giải phương trình ....

Chủ đề 2.

LŨY THỪA - MŨ - LOGARIT

1 LŨY THỪA

1 Lũy thừa với số mũ nguyên

Cho $n \in \mathbb{N}^*$, $a \in \mathbb{R}$.

Lũy thừa bậc n của a là .... của ... thừa số a.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a \cdot a}_{n \text{ số a}}$$

Số a gọi là ...., số n gọi là ....

Chú ý: Với $a \neq 0$ ta có

- $a^0 = \ldots$
- $a^{-n} = \ldots\ldots$

2 Căn bậc n

Cho số $b \in \mathbb{R}$ và số $n \in \mathbb{N}^*$ $(n \geq 2)$.
Nếu $a^n = b$ thì a được gọi là .... của b.

- Với n lẻ: có .... căn bậc n của b
- Với n chẵn:
  - Nếu $b < 0$ thì ....
  - Nếu $b = 0$ thì ....
  - Nếu $b > 0$ thì ....

!

- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \ldots\ldots$
- $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \ldots\ldots$
- $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \ldots\ldots$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{nếu } n\ldots\ldots \\ |a| & \text{nếu } n\ldots\ldots \end{cases}$

3 Tính chất của lũy thừa với số mũ thực

!

Cho a, $b > 0$ là những số thực; m, n là những số thực tùy ý.

- $a^m \cdot a^n = \ldots\ldots$
- $(ab)^m = \ldots\ldots$
- $\dfrac{a^m}{a^n} = \ldots\ldots$
- $(a^m)^n = \ldots\ldots$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \ldots\ldots$

- Với $a > 1$: $a^m > a^n \Leftrightarrow m \ldots n$
- Với $a < 1$: $a^m > a^n \Leftrightarrow m \ldots n$

2 HÀM SỐ LŨY THỪA

1 Định nghĩa

Cho số thực α.
Hàm số $y = \ldots\ldots$ được gọi là hàm số lũy thừa.

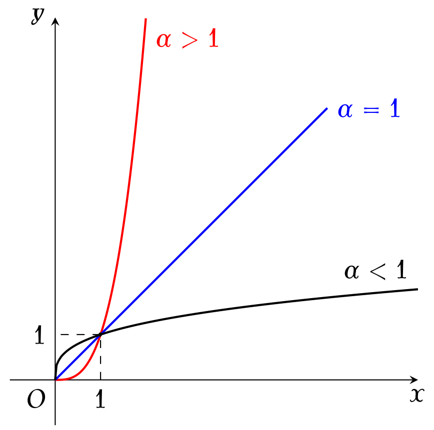
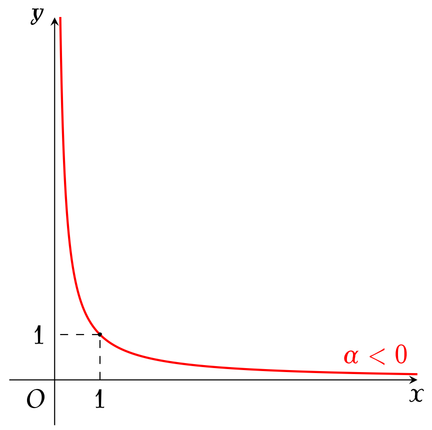
Tập xác định của hàm số lũy thừa

Tập xác định của hàm số lũy thừa x^{α} tùy thuộc vào giá trị của ...

- Nếu $\alpha \in \mathbb{Z}^{+}$: tập xác định là ....
- Nếu $\alpha \in \mathbb{Z}^{-}$: tập xác định là ....
- Nếu $\alpha \notin \mathbb{Z}$: tập xác định là ....

2 Khảo sát hàm số lũy thừa

Trong trường hợp tổng quát, ta khảo sát hàm số $y = x^{\alpha}$ trên khoảng ....

	$y = x^{\alpha}$, $\alpha > 0$	$y = x^{\alpha}$, $\alpha < 0$
Sự biến thiên		
Giới hạn đặc biệt		
Tiệm cận		
Đồ thị		

3 LOGARIT

1 Định nghĩa

Cho hai số ...... a, b với a ....

Số α thỏa mãn đẳng thức $a^{\alpha} = b$ được gọi là .... và kí hiệu là ....

$$\alpha = \ldots\ldots \Leftrightarrow a^{\alpha} = b$$

Số a gọi là ...., số n gọi là ....

Chú ý: Không có lôgarit của số ...... và số 0.

Tính chất

- $\log_a 1 = \ldots$
- $a^{\log_a b} = \ldots$
- $\log_a a = \ldots$
- $\log_a a^b = \ldots$

2 Quy tắc tính lôgarit

Cho ba số ...... a, b, c với a .... Ta có

- $\log_a (b \cdot c) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $\log_a \dfrac{b}{c} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $\log_a b^\alpha = \ldots\ldots\ldots, \forall \alpha$
- $\log_a b = \dfrac{\log_c \ldots}{\log_c \ldots}\ (c \neq 1)$
- $\log_a b = \dfrac{1}{\ldots\ldots}\ (b \neq 1)$
- $\log_{a^\alpha} b = \ldots\ldots \log_a b\ (\alpha \neq 0)$

3 Lôgarit thập phân và lôgarit tự nhiên

Lôgarit thập phân

Lôgarit thập phân là lôgarit cơ số ....

$$\log b = \ldots\ldots$$

Lôgarit tự nhiên

Lôgarit tự nhiên là lôgarit cơ số ...

$$\ln b = \ldots\ldots$$

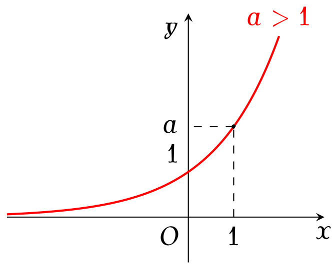
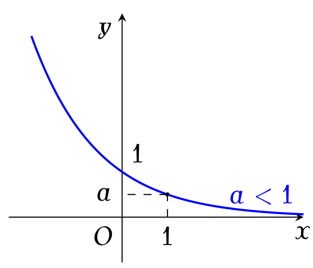
4 HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

1 Hàm số mũ

Cho số thực ...... $a \neq$ ....
Hàm số $y = \ldots\ldots$ được gọi là **hàm số mũ** cơ số ....

Cho số ...... $a \neq \ldots$ và hàm hợp $u = u(x)$. Ta có:

- $(a^x)' = \ldots\ldots\ldots$
- $(e^x)' = \ldots\ldots\ldots$
- $(a^u)' = \ldots\ldots\ldots$
- $(e^u)' = \ldots\ldots\ldots$

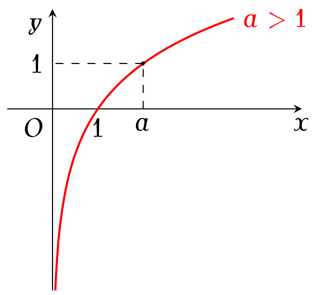
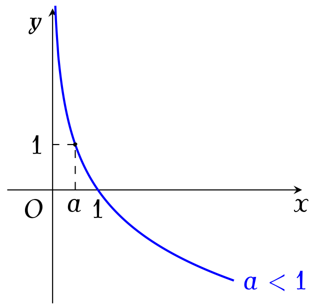
	$y = a^x, a > 1$	$y = a^x, 0 < a < 1$
Sự biến thiên		
Tiệm cận		
Đồ thị		

2 Hàm số lôgarit

Cho số thực ...... $a \neq$ ....
Hàm số $y = \ldots\ldots$ được gọi là **hàm số lôgarit** cơ số ....

Cho số ...... $a \neq \ldots$ và hàm hợp $u = u(x)$. Ta có:

- $(\log_a x)' = \ldots\ldots\ldots$
- $(\ln x)' = \ldots\ldots\ldots$
- $(\log_a u)' = \ldots\ldots\ldots$
- $(\ln u)' = \ldots\ldots\ldots$

	$y = \log_a x$, $a > 1$	$y = \log_a x$, $0 < a < 1$
Tập xác định		
Sự biến thiên		
Tiệm cận		
Đồ thị		

5 PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

1 Phương trình mũ

Phương trình mũ cơ bản có dạng .... ($a > \ldots$, $a \neq \ldots$).

$b > 0$	
$b \leq 0$	

2 Phương trình lôgarit

Phương trình lôgarit cơ bản có dạng .... ($a > \ldots$, $a \neq \ldots$).

$$\log_a x = b \Leftrightarrow x = \ldots\ldots$$

6 BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

1 Bất phương trình mũ

Bất phương trình mũ cơ bản có dạng .... hoặc .... hoặc .... hoặc .... ($a > \ldots$, $a \neq \ldots$).

$a^x > b$	$a > 1$	$0 < a < 1$
$b > 0$		
$b \leq 0$		

2 Bất phương trình lôgarit

Bất phương trình lôgarit cơ bản có dạng .... hoặc .... hoặc .... hoặc .... ($a > \ldots$, $a \neq \ldots$).

$\log_a x > b$	$a > 1$	$0 < a < 1$
Nghiệm		

Chủ đề 3.

NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

1 NGUYÊN HÀM

1 Tính chất của nguyên hàm

Tính chất 1. $\int f'(x)\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Tính chất 2. $\int k \cdot f(x)\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (k là hằng số)

Tính chất 3. $\int [f(x) \pm g(x)]\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp

- $\int 0\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $\int \mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $\int x^n\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $(n \neq -1)$
- $\int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $\int a^x\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $(a > 0,\ a \neq 1)$
- $\int \cos x\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $\int \sin x\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $\int \frac{1}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $\int \frac{1}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

2 Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến số

Định lí

Nếu $\int f(u)\,\mathrm{d}x = F(u) + C$ và $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục thì

$$\int f(u(x)) \cdot u'(x)\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Hệ quả

Với $u = ax + b$ $(a \neq 0)$ thì

$$\int f(ax+b)\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

3 Phương pháp nguyên hàm từng phần

Định lí

Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{K}$ thì

$$\int u(x) \cdot v'(x)\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

2 TÍCH PHÂN

1 Tính chất của tích phân

Tính chất 1. $\int\limits_a^b k \cdot f(x)\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ (k là hằng số)

Tính chất 2. $\int\limits_a^b [f(x) \pm g(x)]\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Tính chất 3. $\int\limits_a^c f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_c^b f(x)\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $(a < c < b)$

2 Phương pháp tính tích phân từng phần

Định lí

Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{K}$ thì

$$\int\limits_a^b u(x) \cdot v'(x)\,\mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

3 ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN TRONG HÌNH HỌC

1 Hình phẳng giới hạn bởi một đường cong và trục hoành

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục .... và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

$$S = \int\limits_a^b \ldots\ldots\,\mathrm{d}x$$

2 Hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

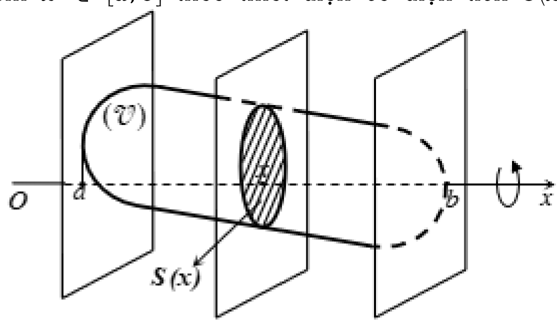
$$S = \int\limits_a^b \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\,\mathrm{d}x$$

3 Thể tích của vật thể

Cắt một vật thể $\mathscr{V}$ bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a$, $x = b$ $(a < b)$. Cắt $\mathscr{V}$ bởi một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm $x \in [a; b]$ theo thiết diện có diện tích $S(x)$.

Giả sử $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, khi đó vật thể $\mathscr{V}$ có thể tích là

$$V = \int\limits_a^b \ldots\ldots\ldots\ldots\,\mathrm{d}x$$



4 Thể tích khối tròn xoay

Quay hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục ...... tạo thành một khối .... có thể tích là

$$V = \ldots \int\limits_a^b \ldots\ldots\ldots\,\mathrm{d}x$$

Chủ đề 4.

SỐ PHỨC

1 SỐ PHỨC

1 Định nghĩa

Mỗi biểu thức dạng .... trong đó $a, b \in \ldots$ và $i^2 = \ldots$ được gọi là một **số phức**.

- Đối với số phức $z = a + bi$, ta nói a là ...., b là .... của z.
- Số i được gọi là ....
- Tập hợp các số phức kí hiệu là ...... (The set of Complex numbers).

!

- Mỗi số thực a đều là một số phức với **phần ảo** bằng ...
- Số phức bi có **phần thực** bằng ... được gọi là số ....

2 Số phức bằng nhau

Hai số phức được gọi là bằng nhau nếu .... và .... của chúng tương ứng bằng nhau.

$$a_1 + b_1 i = a_2 + b_2 i \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \ldots \\ b_1 = \ldots \end{cases}$$

3 Biểu diễn hình học của số phức

Điểm $M(\ldots;\ldots)$ trong hệ trục tọa độ Oxy được gọi là điểm .... của số phức $z = a + bi$.

4 Môđun của số phức

Cho số phức $z = a + bi$ có điểm biểu diễn là $M(a; b)$.

.... của vectơ $\overrightarrow{OM}$ được gọi là môđun của số phức z, kí hiệu là ......

$$|z| = \ldots\ldots\ldots$$

5 Số phức liên hợp

Cho số phức $z = a + bi$. Ta gọi .... là **số phức liên hợp** của z, kí hiệu là ....

2 PHÉP CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ PHỨC

Cho hai số phức $z_1 = a_1 + b_1 i$ và $z_2 = a_2 + b_2 i$, khi đó:

- $z_1 + z_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $z_1 - z_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $(a + bi)(c + di) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{z_2 \cdot \overline{z_2}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Chủ đề 5.

KHỐI ĐA DIỆN

1 KHÁI NIỆM VỀ HÌNH ĐA DIỆN VÀ KHỐI ĐA DIỆN

! *Hình đa diện là hình được tạo bởi một số **hữu hạn** các .... thỏa mãn hai tính chất sau:*

- *Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có ...... chung, hoặc chỉ có một ...... chung, hoặc chỉ có một ...... chung.*
- *Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng ...... đa giác.*

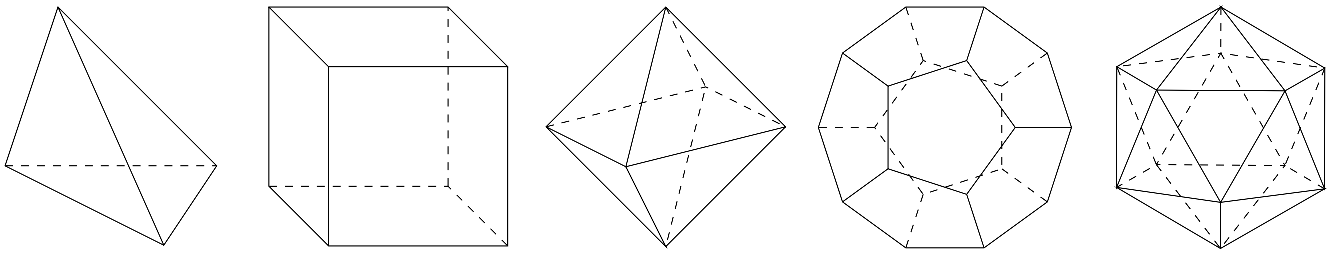
Khối đa diện là phần .... được giới hạn bởi một ...... đa diện, kể cả ...... đa diện đó.

2 KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

! *Khối đa diện đều là khối đa diện ...... có các tính chất sau đây:*

- *Mỗi mặt của nó là một .... p cạnh*
- *Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.*

Khối đa diện đều như vậy được gọi là khối đa diện đều loại ....



Tứ diện đều	Lập phương	Bát diện đều	Thập nhị diện đều	Nhị thập diện đều
• ...... đỉnh • ...... cạnh • ...... mặt	• ...... đỉnh • ...... cạnh • ...... mặt	• ...... đỉnh • ...... cạnh • ...... mặt	• ...... đỉnh • ...... cạnh • ...... mặt	• ...... đỉnh • ...... cạnh • ...... mặt

3 THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

Thể tích khối chóp

*Thể tích khối **chóp** có diện tích đáy **B** và chiều cao **h** là*

$V = ...$

Thể tích khối lăng trụ

*Thể tích khối **lăng trụ** có diện tích đáy **B** và chiều cao **h** là*

$V = ...$

- Thể tích khối hộp chữ nhật: ....
- Thể tích khối lập phương: ....

Chủ đề 6.

KHỐI TRÒN XOAY

1 HÌNH NÓN VÀ HÌNH TRỤ

1 Hình nón tròn xoay

Cho tam giác OIM vuông tại I. Khi quay $\triangle OIM$ quanh cạnh OI thì đường .... OIM tạo thành một ...... được gọi là hình nón tròn xoay, gọi tắt là ....

- Hình tròn tâm I, bán kính IM gọi là ....
- Điểm O gọi là ...... của hình nón
- Đoạn OI gọi là ...., đoạn OM là độ dài ....

Cho hình nón có chiều cao h, độ dài đường sinh ℓ và bán kính đáy r. Khi đó:

Diện tích xung quanh	Diện tích toàn phần	Thể tích

2 Hình trụ tròn xoay

Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng ℓ và Δ .... với nhau, cách nhau một khoảng r. Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ thì đường thẳng ℓ sinh ra một mặt .... được gọi là mặt ...... tròn xoay, gọi tắt là ....

- Đường thẳng ...... gọi là trục
- Đường thẳng ...... gọi là đường sinh
- r là .... của mặt trụ đó.

Cho hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r. Khi đó:

Diện tích xung quanh	Diện tích toàn phần	Thể tích

2 HÌNH CẦU

Tập hợp những điểm M trong .... cách điểm O cố định một khoảng .... bằng $r > 0$ được gọi là mặt cầu tâm O bán kính r. Kí hiệu: ....

- Nếu hai điểm $C, D \in S(S; r)$ thì đoạn thẳng CD gọi là ....
- Dây cung đi qua tâm được gọi là .... của mặt cầu.

Điểm nằm trong và nằm ngoài mặt cầu

Cho mặt cầu $S(O; r)$ và điểm M bất kì.

- Nếu $OM = r$ thì M nằm ...... mặt cầu $S(O; r)$
- Nếu $OM < r$ thì M nằm ...... mặt cầu $S(O; r)$
- Nếu $OM > r$ thì M nằm ...... mặt cầu $S(O; r)$

Giao của mặt cầu và mặt phẳng

Cho mặt cầu $S(O; r)$ và mặt phẳng (P). Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên (P), khi đó $OH = \mathrm{d}(O, (P))$.

- Nếu $OH > r$ thì (P) và (S) .... điểm chung.
- Nếu $OH = r$ thì (P) .... với (S) tại ....
  Khi đó, (P) gọi là ...., H gọi là ....
- Nếu $OH < r$ thì (P) cắt (S) theo giao tuyến là .... tâm ..., bán kính $r' =$ ....

Giao của mặt cầu và đường thẳng

Cho mặt cầu $S(O; r)$ và đường thẳng Δ. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên Δ, khi đó $OH = \mathrm{d}(O, \Delta)$.

- Nếu $OH > r$ thì Δ và (S) .... điểm chung.
- Nếu $OH = r$ thì Δ .... với (S) tại ....
  Khi đó, Δ gọi là ...., H gọi là ....
- Nếu $OH < r$ thì Δ cắt (S) tại ... điểm.

Tiếp tuyến

- Qua một điểm M nằm trên mặt cầu, có ...... tiếp tuyến với mặt cầu. Các tiếp tuyến này tạo thành một .... của mặt cầu.
- Qua một điểm M nằm ngoài mặt cầu, có ...... tiếp tuyến với mặt cầu. Các tiếp tuyến này tạo thành một .... đỉnh A.
- Nếu $OM > r$ thì M nằm ...... mặt cầu $S(O;r)$

Diện tích	Thể tích

Chủ đề 7.

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

1 HỆ TỌA ĐỘ OXYZ

1 Tọa độ điểm và vectơ

Trong không gian, hệ trục tọa độ $Oxyz$ bao gồm ... trục Ox, Oy, Oz đôi một ....

- Các vectơ $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ lần lượt là các vectơ .... trên các trục Ox, Oy, Oz.
- Điểm $O(\ldots;\ldots;\ldots)$ được gọi là ....
- Các mặt phẳng ......, ..., ... được gọi là các mặt phẳng tọa độ.
- Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ nếu $\overrightarrow{OM} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

2 Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ

Các công thức cần nhớ

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$ và $\vec{b} = (b_1;b_2;b_3)$. Ta có:

- $\vec{a} \pm \vec{b} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $k \cdot \vec{a} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \ldots \\ a_2 = \ldots \\ a_3 = \ldots \end{cases}$
- $\vec{i} = \ldots\ldots\ldots$, $\vec{j} = \ldots\ldots\ldots$, $\vec{k} = \ldots\ldots\ldots$
- Với vectơ $\vec{b} \neq \vec{0}$ thì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương khi và chỉ khi $\exists k \in \mathbb{R}$ sao cho $a_1 = \ldots\ldots$, $a_2 = \ldots\ldots$, $a_3 = \ldots\ldots$
- $\overrightarrow{AB} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- Trung điểm của đoạn thẳng AB là $M\left(\dfrac{x_A + x_B}{\ldots}; \dfrac{\ldots\ldots\ldots}{2}; \dfrac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots}\right)$
- Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\dfrac{x_A + x_B + x_C}{\ldots}; \dfrac{\ldots\ldots\ldots\ldots}{3}; \dfrac{\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots}\right)$

3 Tích vô hướng

Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$ và $\vec{b} = (b_1;b_2;b_3)$ bằng

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Độ dài của một vectơ

Cho vectơ $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$. Khi đó

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_1^2 + \ldots\ldots\ldots}$$

Góc giữa hai vectơ

Góc giữa hai vectơ $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$ và $\vec{b} = (b_1;b_2;b_3)$ được tính bởi công thức

$$\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \frac{\vec{a} \ldots \vec{b}}{\left|\vec{a}\right| \ldots \left|\vec{b}\right|} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

4 Tích có hướng

Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$ và $\vec{b} = (b_1;b_2;b_3)$. *Tích có hướng* của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một .... với cả $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

$$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = (\ldots\ldots\ldots\ldots;\ldots\ldots\ldots\ldots;\ldots\ldots\ldots\ldots)$$

2 PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Định lí

Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ bán kính R có phương trình là

$$(x-\ldots)^2+(y\ldots\ldots)^2+(z\ldots\ldots)^2=\ldots\ldots$$

Nhận xét: Phương trình mặt cầu nói trên có thể viết dưới dạng

$$x^2+y^2+z^2-\ldots\ldots x-\ldots\ldots y-\ldots\ldots z+d=0$$

trong đó $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-\ldots}$ $(a^2+b^2+c^2-\ldots>\ldots)$

3 PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

1 Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

Định nghĩa

Cho mặt phẳng (α). Nếu vectơ $\overrightarrow{n}\neq\overrightarrow{0}$ và có ...... vuông góc với mặt phẳng (α) thì $\overrightarrow{n}$ được gọi là vectơ .... của (α).

- Mỗi mặt phẳng có .... vectơ pháp tuyến.
- Nếu $\overrightarrow{n}$ là vectơ pháp tuyến của (α) thì $k\cdot\overrightarrow{n}$ cũng là .... của (α).

2 Phương trình tổng quát của mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}=(a;b;c)$. Khi đó

$$a(x-\ldots)+\ldots(y\ldots y_0)+c(\ldots-z_0)=\ldots$$

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

Nếu mặt phẳng (α) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ thì

$$(\alpha):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=\ldots$$

3 Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\beta): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

!

- $(\alpha)\,/\!/\,(\beta)\Leftrightarrow\begin{cases}(A_1;B_1;C_1)\ldots k(A_2;B_2;C_2)\\ D_1\ldots kD_2\end{cases}$
- $(\alpha)\equiv(\beta)\Leftrightarrow\begin{cases}(A_1;B_1;C_1)\ldots k(A_2;B_2;C_2)\\ D_1\ldots kD_2\end{cases}$
- $(\alpha)\perp(\beta)\Leftrightarrow\ldots\ldots\ldots\ldots$

4 Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ được tính bằng

$$\mathrm{d}(M,(\alpha))=\frac{A\ldots+B\ldots+C\ldots+D}{\sqrt{\ldots^2+\ldots^2+\ldots^2}}$$

5 Góc giữa hai mặt phẳng

Giả sử $\overrightarrow{m}$, $\overrightarrow{n}$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng (α), (β). Khi đó

$$\cos((\alpha),(\beta))=\frac{\left|\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{n}\right|}{\left|\overrightarrow{m}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n}\right|}$$

4 PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1 Phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng

Định nghĩa

Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\overrightarrow{u} = (u_1; u_2; u_3)$ làm vectơ chỉ phương. Khi đó phương trình tham số của Δ có dạng

$$\Delta\colon \begin{cases} x = \ldots\ldots + \ldots\ldots t \\ y = \ldots\ldots + \ldots\ldots t \\ z = \ldots\ldots + \ldots\ldots t \end{cases} \quad (1)$$

trong đó t là ....

! Nếu u_1, u_2, $u_3 \neq 0$ thì phương trình (1) có thể viết dưới dạng *chính tắc* như sau:

$$\frac{x - \ldots}{\ldots} = \frac{y - \ldots}{\ldots} = \frac{z - \ldots}{\ldots}$$

2 Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Hai đường thẳng song song, trùng nhau

Gọi $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 và điểm $M \in \Delta_1$.

- $\Delta_1 \parallel \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u} = k\ldots\ldots \\ M\ldots\ldots\Delta_2 \end{cases}$
- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u} = k\ldots\ldots \\ M\ldots\ldots\Delta_2 \end{cases}$

Hai đường thẳng cắt nhau, chéo nhau

Cho hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \\ z = z_0 + u_3 t \end{cases}$ và $d'\colon \begin{cases} x = x'_0 + v_1 t' \\ y = y'_0 + v_2 t' \\ z = z'_0 + v_3 t' \end{cases}$.

- d và d' cắt nhau khi và chỉ khi hệ phương trình

$$\begin{cases} x_0 + u_1 t = x'_0 + v_1 t' \\ y_0 + u_2 t = y'_0 + v_2 t' \\ z_0 + u_3 t = z'_0 + v_3 t' \end{cases}$$

có đúng ...... nghiệm.

- d và d' chéo nhau khi và chỉ khi hai vectơ $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ .... phương và hệ phương trình

$$\begin{cases} x_0 + u_1 t = x'_0 + v_1 t' \\ y_0 + u_2 t = y'_0 + v_2 t' \\ z_0 + u_3 t = z'_0 + v_3 t' \end{cases}$$

...... nghiệm.

3 Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng

! Để tìm giao điểm của đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \\ z = z_0 + u_3 t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$, ta xét phương trình

$$A(x_0 + u_1 t) + B(y_0 + u_2 t) + C(z_0 + u_3 t) + D = 0 \ (1)$$

- Nếu (1) vô nghiệm thì $\Delta\ldots\ldots\ldots(\alpha)$
- Nếu (1) vô số nghiệm thì $\Delta\ldots\ldots\ldots(\alpha)$
- Nếu (1) có đúng một nghiệm thì $\Delta\ldots\ldots\ldots(\alpha)$

Chủ đề 8.

DÃY SỐ - QUY TẮC ĐẾM - XÁC SUẤT - GÓC - KHOẢNG CÁCH

1 DÃY SỐ

1 Dãy số

Mỗi ...... số u xác định trên tập các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số).

- (u_n): dãy số $u_1, u_2, \ldots$
- u_1: số hạng ....
- u_n: số hạng ....

2 Cấp số cộng - Cấp số nhân

	Cấp số cộng	Cấp số nhân
Định nghĩa		
Số hạng tổng quát		
Tính chất		
Tổng n số hạng đầu		

2 QUY TẮC ĐẾM

1 Quy tắc cộng và Quy tắc nhân

Quy tắc cộng

Nếu một công việc có thể được hoàn thành bởi **một trong hai** phương án, phương án thứ nhất có m cách thực hiện, phương án thứ hai có n cách thực hiện, thì có .... cách hoàn thành công việc.

Quy tắc nhân

Nếu một công việc có thể được hoàn thành bởi **hai** giai đoạn, giai đoạn thứ nhất có m cách thực hiện, giai đoạn thứ hai có n cách thực hiện, thì có .... cách hoàn thành công việc.

2 Chỉnh hợp và Tổ hợp

	Chỉnh hợp	Tổ hợp
Định nghĩa		
Công thức		
Chú ý	Chỉnh hợp chập n của n được gọi là một .... của n.	$\mathrm{C}_n^{n-k} = \ldots\ldots$ $\mathrm{C}_n^k + \mathrm{C}_n^{k+1} = \ldots\ldots$

3 XÁC SUẤT

1 Các định nghĩa

Phép thử ngẫu nhiên:
Phép thử ngẫu nhiên là .... mà ta không đoán trước được .... của nó, mặc dù đã biết .... tất cả các .... có thể có của phép thử đó.

Không gian mẫu:
Không gian mẫu của một phép thử là .... các .... có thể xảy ra của phép thử đó. Kí hiệu ....

Biến cố

Biến cố là một .... của ....

- Tập $\varnothing$ là biến cố ....
- Tập Ω là biến cố ....
- Nếu $A \cap B = \varnothing$ thì ta nói hai biến cố A và B ....
- Nếu $A = \Omega \setminus B$ thì ta nói hai biến cố A và B ...., kí hiệu $A = \dots\dots$ hoặc $B = \dots\dots$

2 Xác suất của biến cố

Giả sử A là biến cố liên quan đến một phép thử với không gian mẫu Ω, chỉ có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Xác suất của biến cố A là tỉ số .... Kí hiệu: .... Trong đó $n(A)$ là số .... của biến cố A, $n(\Omega)$ là số .... có thể xảy ra của phép thử.

Tính chất

- $P(\varnothing) = \dots\dots$, $P(\Omega) = \dots\dots$
- $\dots\dots \le P(A) \le \dots\dots$, với mọi biến cố A.
- $P(\overline{A}) = \dots\dots\dots\dots$, với mọi biến cố A.

4 GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH TRONG KHÔNG GIAN

1 Góc

Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (α).

- Nếu $\Delta \perp (\alpha)$ thì $\left(\Delta, (\alpha)\right) = 90^\circ$.
- Nếu Δ không vuông góc với (α) thì $\left(\Delta, (\alpha)\right) = (\Delta, d)$ với d là hình chiếu vuông góc của Δ trên (α).

Góc giữa mặt phẳng và mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng (α) và (β).

- Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $\left((\alpha), (\beta)\right) = 0^\circ$.
- Nếu $(\alpha) \cap (\beta) = \Delta$ thì $\left((\alpha), (\beta)\right) = (a, b)$ với $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ và $a \cap \Delta \cap b = M$.

2 Khoảng cách

Điểm và mặt phẳng

Cho điểm S và mặt phẳng (α). Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên (α). Khi đó

$$SH \perp (\alpha) \text{ và } \mathrm{d}\left(S, (\alpha)\right) = SH$$

Hai đường thẳng chéo nhau

- Đường thẳng Δ cắt hai đường thẳng chéo nhau a, b và cùng vuông góc với hai đường thẳng ấy được gọi là đường vuông góc .... của a và b.
- Nếu đường thẳng vuông góc chung Δ cắt hai đường thẳng chéo nhau a, b lần lượt tại M, N thì $\mathrm{d}(a, b) = \dots\dots$